# Process Dynamics & Control



2023


## Perpared By:

Yara Alasmar

## Dr:

Yousef Mubarak

* في القاطع الـ breaker نفسه جوا ه مقاومة ومكتوب عليها مثلاً 30A
تعني السلك بغذي 30A راح يسحب من الكهربا عشان امان
الاداة هاي المقاومة لتنخرمه مثلاً تنخرمه المقاومة بيطل
بغذي اكثر من 30A بالتالي بجهاز بطل T من و المقاومة
بس بتخرب لنفكها و نبدلها

* الـ loop عنا 2-
(2) Feed backward (1) Feed forward
(3) compined (4) complex

* راح نحكي عن الـ open و الـ closed loop

# Topic 1
# Introduction To Process Control

* لما نحكي control sys هو عبارة عن loop متكاملة actuater الـ collection لحد ما نحمل sensores من الـ
حتى نروح ع كل المصنع ونوضح كل الـ flow sheet ونحكي بدي
اعمل عليها controlling loop - كل variable بده يكون الله
control loop
لوحده - ممكن يكون عنا عدد كبير من الـ loops موجودة جوا
الـ unit او الـ process

لما نحكي control sys لازم نحمل الـ variables بعض التغير وبيه موجود هاد
الـ variable بالـ process اول ولا آخر واحد
ولا بالنص هاد الـ variable كيف
بعمل عليه عملية الـ controling هاد بجميع loop

الـ Free الـ


The University of Jordan
Chemical Engineering Department
Fall 2022
Prof. Yousef Mubarak


3 main par. عنا
للكهربا
① الفولتية ← Volt ثابتة
② شدة التيار ← ampare بتغير
③ الـ Frec... ← ثابتة

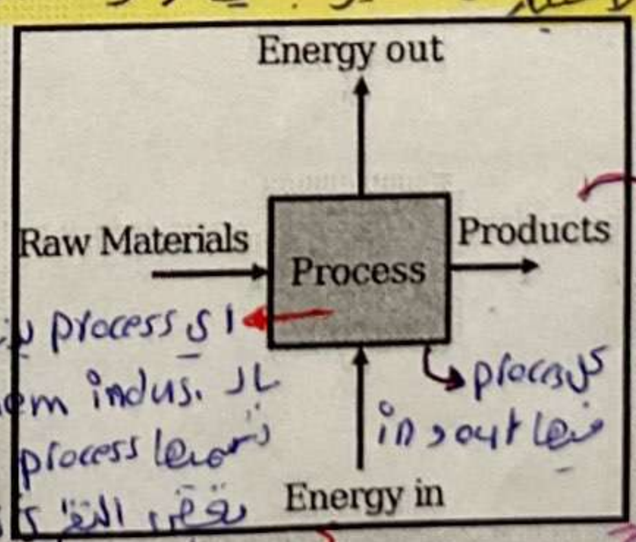
راح ندرس الـ transfer functions
وتأثيرها ع الـ loop ، لانو بالآخر انا بدي اطلع
اي overall transfer func.
شو ممكن يعمل Variation in dist....
بالـ control variable اللي انا متحكم فيه وبدي اياه
يكون up to certine set point او حسب شو
الـ variable بدي اياه حسب المواصفات والخطوات
اللي بشتغل عليها

الـ energy مش بس تسخينه وتبريد ، الـ mixing كمان energy - إشارة انك تنتج هاد الـ product
بـ cost اقل عشان ما يكون عندك استهلاك لـ energy

① بالـ chem. indus. اول شي اله اولوية هو الـ safty - اول شي بتفكر بالحفاظ ع الارواح بعديه بتفكر بالبيئة
والممتلكات ، الـ safty مهم بجميع جوانبه - سواء بالـ production area او الـ area اللي حواليه
منطقة الـ production لما نحكي تأثير بنبقي (هواء ، ماء ، تراب) كل هاد
بدنا ناخذه بعين الاعتبار

## Goal of Plant Operation

① ▪ Safety — لازم نلتزم بالاتفاقيات اللي بنوقعها مثلاً وقعت اتفاقية مع مصنع
② ▪ Production schedule → بـ 2000 حبة - هل قادر تنتجهم ولا لا
③ ▪ Product quality → الـ control sys هي تضمن انو المنتج مطابق للمواصفات
④ ▪ Maximum profit → اللي بده يشتغل صح بده - حافظ ع تطوره




هاد الـ out هو اللي بدي اعمل عليه control حسب المواصفات
اي process بدنا نخلها chem indus. بالـ process لها نصها بتوقف التفاعلات heating or cooling
process كل فيها in و out
overall
بدي اقلل الحوادث اللي بتصير بالصناعة سواء صغيرة او كبيرة لانو اهم شي في الصناعة الانسان بدك تنتقز الفرص ما تشوف لحلب على اشي ، لازم اشتغل عشان زبائنه ادخياد العمالة
صورة المؤسسة

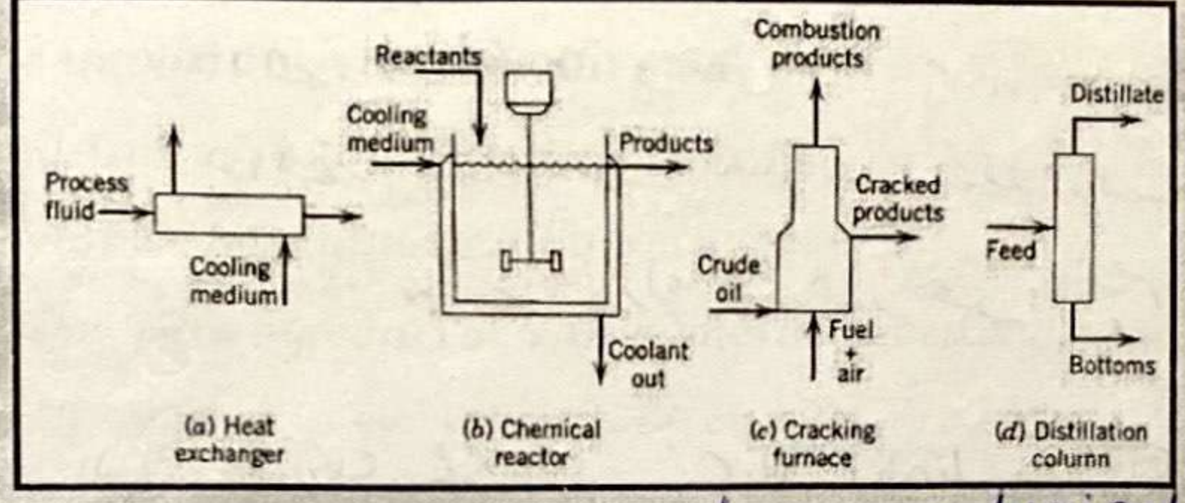
▸ Industrial Perspectives → المنظور الصناعي
▪ Accidents should be avoided (human, properties) →
▪ Exploit the opportunities →
▪ Enterprise image, loyal customers, competitiveness
▪ Game of survival → لازم يتطور ويكون في استمرارية - اذا ما في استمرارية الشغل راح يكون وقت وراح ينتهي بالسوق
لعبة البقاء على قيد الحياة


Scanned with CamScanner

control var. الـ adjustment بعمل
يلي بدي اياه يتغير، بهاي حالة
انا دخلت باك ss. من
time الـ ind. variable الـ

Classification of Processes

- Based on time: Steady-state (no variations with time) and unsteady state (variations with time).
- Based on flowing streams: continuous, non-continuous, batch, and semi-batch.
- Examples:

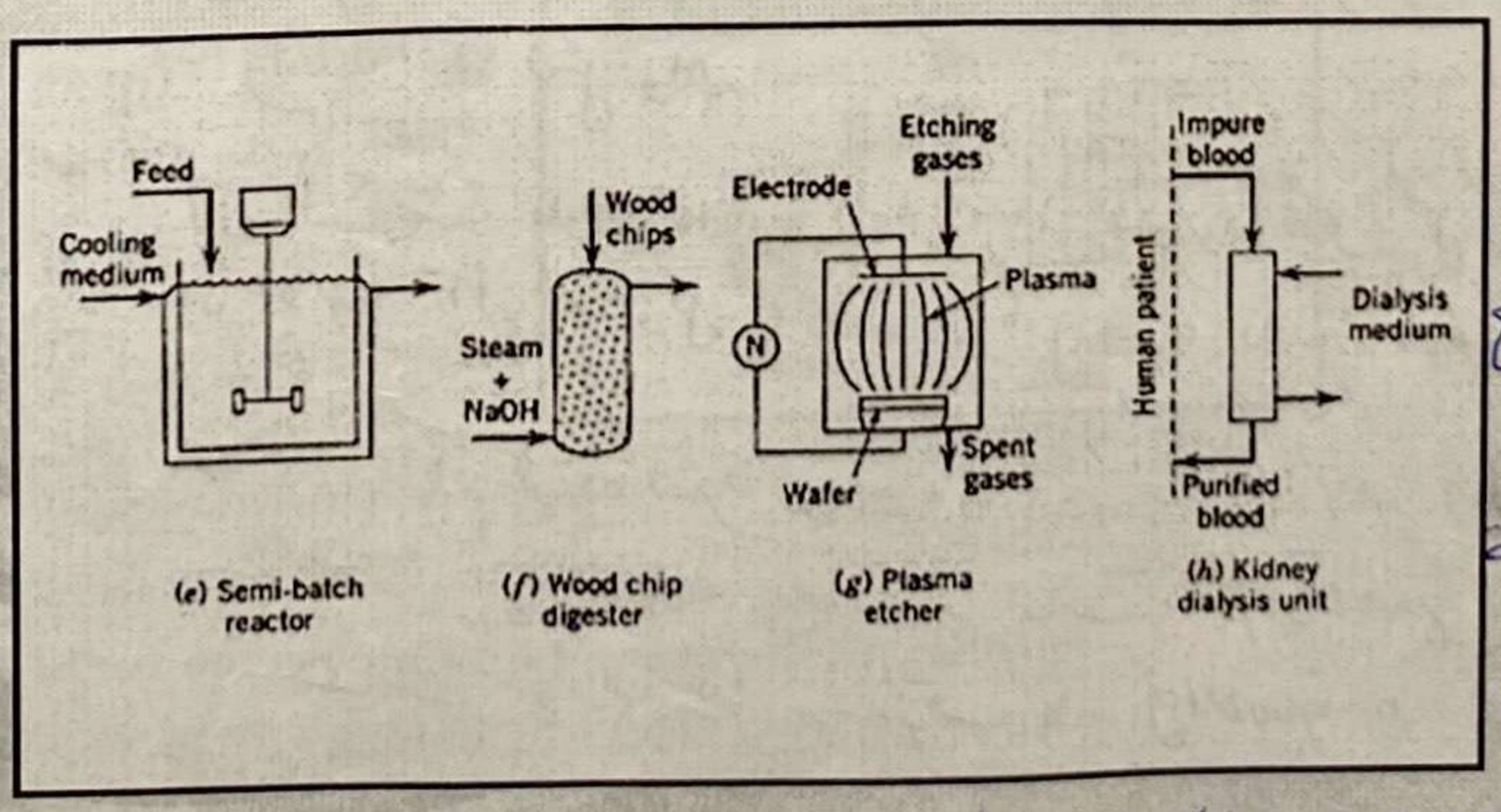





شو يعني process control ؟!

① عمليات مراقبة، وبالنظر ع كل line واحد براقب عليه بلي براقب هي الـ tools اللي بستخدمها للوضع اللي بدنا ياه
② اذا صار اي deviation حسب الـ set point اللي بشتغل عليها بدنا نرجع الـ product بالقبول والمواصفات تبعته زي ما إسوده بتطلب

- Examples:




هدول لبتنين عادة
بصيروا بطريقة
اوتوماتيكية لانو
الـ variable و
الـ process اللي بالمصنع
كتيرة وما بتكون
الـ process شغال
24/24 ← cont.
ما بقدر احط عمال
يضلوا يراقبوا وياخدوا
عينات وبعدين ياخدوا
correction action



Scanned with CamScanner

عا نيجي نعمل Manipulation بدنا نعرف شو ال variable اللي إلها effect اعلى في عمليات لتاصنع لتقرفن صار عنا خطأ وفي اكتر من variable بقدر اعملهم adjustable بس مش كل ال variables يرجعوا ال process لل desired cond. بسرعة عالية ممكن كلهم يعملوا عملية حسبية ويرجع للوضع الطبيعي بس عامل الوقت مهم جدًا

Manipulation ← (اشياء لازم نخدها بكل process)

- *What is Process Control?*
  - *Monitor the process status*
  - *To drive the process to desired condition*
    - *By manipulating adjustable handles*

← يعني بقدر اغير ال flow او ال T او ال P حتى ارجعه (ال process) للوضع الطبيعي اللي بدلطيني product خمنه بالمواصفات

Controld V. ①
dist. V ②
③ ال variable اللي بقدر اعمل عليها adjustment

- *How to Monitor Process Status?*
  - *Measure important process variables by sensors*
  - *Estimate the important variable through indirect measurements*

انواع ال sensor اللي ممكن نستخدمها في الصناعات الكيميائية :-

- *What are Adjustable Handles?* (اشغل) بتعدل
  - *Process variables manipulated by actuators*
  - *Example: flow rate by control valve, motor speed by inverter*

adj. variable ← actuator ←

① thermo capels :- كل العمليات اللي فيها حرارة
② pressure gauges :- مهم في الصناعة خصوصًا لما يكون في phase change من L الى V
③ Flow meter :- بنضرح هالحد عشان بالطب مراده هالحد

close vessel بـ



# هول ال 3 انواع بعتبروا direct

مثال ع ال indirect :- ال conc ، في الوضع الطبيعي اذا بدي اشوف التركيز هل هو حسب المواصفات او لا ، او عملنا rxn وبدنا نعرف هل ال product حسب المواصفات ولا لا

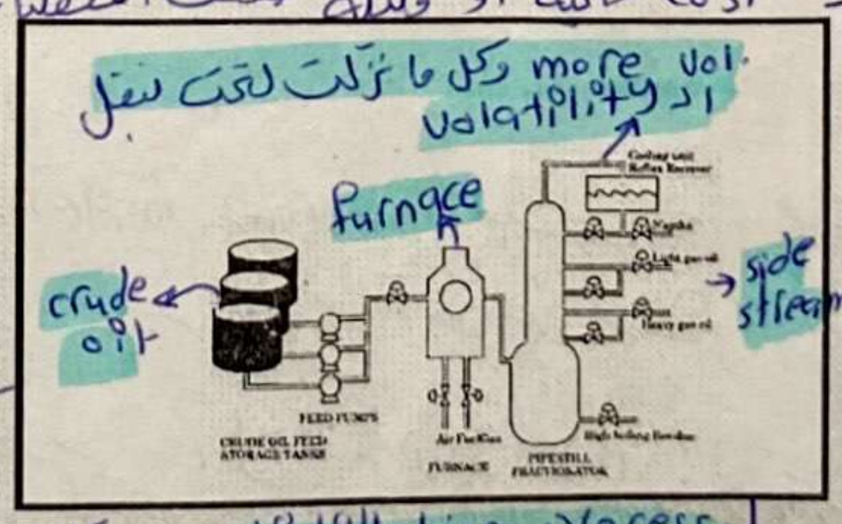
عنا ال crude oil تم ضخه على furnance ورفعوا درجة الحرارة لحرارة معينة وعشان اعمل عمليات التكرير هاي we have to introduce air & fuel to furnance يعني عنا دارفع الحرارة

dist. column بعدين ال exit stream ممكن يكون L او V مع بعض بدي ادخله على condenser بعدين بدنا vap بطلع بعدين بطلع عنا ال product حسب ال volatity ، كل ما ال process بدو ال compound volatility اعلى كل ما احتاج طاقة اكتر او tech اكتر

Example: refinery

ممكن تعمل ال refinery بـ cost عالية او قليلة حسب المتطلبات اللي بدي اياها

② هل كمية ال energy اللي بدي ادخلها ع ال furnace بتعطيني good sep ؟ اذا كانت الطاقة عالية وال sep مش منيح ما بحصل على كمية مجدية اقتصاديًا بالنسبة لل energy اللي حطيتها ك light H.C قاعدين نضيع فلوس ع الفاضي




كل ما زادت لتحت بتقل ال vol. volatility

ال light hydro carbon بدي اعلى من ال light H.C

ال energy اكتر او tech يعمل sep اسرع باقل كلفة واقل طاقة

المادة اللي بنضيع فيها المشتقات النفطية هي ال crude oil

كل ما ارتفعت لتحت ال light H.C بال crude oil كل ما سعره كان اعلى

- *Some Important Issues:*
  - ① *Measure product quality*
  - ② *Adjust energy input and product distribution*
  - ③ *Make more valuable products with least energy*
  - ④ *Not to violate any process constraints*

مبادئ ، حفظ الطاقة واعادة - بقدر

light H.C & heavy H.C

بس هاد مكلف كتير



Scanned with CamScanner

مش كل الـ control variable بنقدر نقيسهم بشكل مباشر
بعض الاحيان بدنا نشتغل على عينات من حرفة بتكون تأثيرها على التغير سريع

adjustable (actuator) :- we can change the value of this variable.

* بنقدر نغير لقيمة ، يلي بغير هو الـ actuator بعد الـ controler في signal بتروح على الـ transmetor وهاد طلع signal تانية وداها ع الـ controler والـ controler قارنها بين الـ set point والـ feed signal وبعدين شاف الـ diff واخد action وحكى للـ actuator روح افتح كمية هوا هالقد عشان الـ valve يفتح ويسكر

** ذراع التنفيذ هو الـ actuator

* هاد الـ crude oil لحتى يكون heavy H.C وحتى يكون light H.C الهدف من عملية الـ distillation آخد كل الـ light وافصلهم عن الـ heavy الـ product اللي بطلع من الـ distillation للـ crude oil
( cerosine, gasoline, desel ) ← كل هدول
light H.C لحد ما توصل للـ fuel oil وتصير تطلع بمشتقات البنطية
الـ cerosin اخف من الـ desel والـ gasoline ، يلي بطلع بالـ top تبع الـ dist. column هو الغاز وكمان light cerosine بطلع liq
واللي بنزل آخر شي بالـ dist. col. هي الزفتة (الاسفلت)

* لنفصل كل واحد فيهم بدنا نعمل sep عن طريق التخمير حسب الـ volatility لكل واحد

* كل ما كانت الـ volatility للـ light H.C اكبر، كل ما كانت كمية في الـ top اكبر، وكل ما كانت اقل بدها تنزل موجود بالـ bottom

# من بطلع كمية كبيرة من الـ cerosine وبدي افحصها الاقيها مخلوطة مع desel يعني ما عملت sep صح. بدك تاخد عينات وتفحصها وتكشوف الـ quality للـ cerosine

# الـ product بتكون كميتها عالية جدا وبدنا نقلل الـ cost الـ fuel والاسفلت (الزفتة) لانو الـ light H.C قليلة جدا بالحرم مقارنة بالـ light H.C

Scanned with CamScanner

① كل ما تحكمت اكثر بزيد الـproduct لانو بيطل بصير total products كلها تبطلع مطابقة للمواصفات maintanance

② لما اتحكم بهاي الـ process حزبوط، قديش الـ fuel اللي داخل والحرارة والضغط هاد كله بمكنه يأدي الى زيادة الـproduct most volatile بالنهاية الـ Feasability بتاي الـ product اعلى

③ تقليل استهلاك بالطاقة - في الاردنه ما عنا fuel

④ تقليل التلوث، وهاد واحد منه للاشياء الاساسية اللي بنفكر فيها في الـcontrol، اذا ما تحكمنا في الصناعة صح ممكن يصير تلوث هواء وماء وتربة

⑤ اذا الـ product طلع برا المواصفات وبعته راح تتأثر السمعة، وبصير سيئة بدك اياهن الـ lab كل يوم وبعمل analysis وبناءً عليها بناخد الـ action

⑥ اهم عنصر في العمليات كلها هو الانسان، حتى لو كانت العملية ضرورية بس هو آمنة ما بنشتغلها لازم نحمه ادنى متطلبات الامان للعمال والبيئة

⑦ كل اداة الها عمر معين، اما عنا ولا شي اله عمر كل شي بدنا اياه يضل يشتغل لاقصى نهاية

⑧ لا نشتغل according to control sys. بتريح العامل وبصير يشتغل بكل ثقة وبقدر نحمل control ع كل الـ PID والـ lab اللي في المصنع

⑨ هاي تعتبر سلبية في المجتمعات اللي فيها بطالة (بدك اشغل كل شي اوتوماتيكي وما يكون ولا عامل بالمصنع) بس هاد لا يمنع انه الـ big advantage controling sys

① مش كل بلد بتنتج هاد الـ product في بلدك بنتجه، لبضاعة الصينية صارت كتير منتشرة بالعالم لانو بطل حدا قادر ينافسها (التاجر والمستثمر والدولة هم اللي بحبوا الـ quality)

② اذا الدولة خايفة ع المواطنين والموارد اللي فيها بتفرض عليها high regulations ممنوع تعمل تلوث، بياخدوا عينات ويفحصوها واذا في تعدي المفروض يكون في مخالفات

③ مش بس البيئة، مؤسسة الضمان الاجتماعي اللي هي المظلة باي بتحمي العمال في مكان العمل

④ التغيرات بسوقية اللي بتصير بالبلدان بشكل عام، اذا عندك تواكب وتشوف التغيرات وتأثيرها ع الـ product باي عندك طارح لفترة بستمر

⑤ كتير من المصانع اذا بدك تعمل product اول شي بتفكر بالـ raw material

⑥ كمان عمليات التحكم ضرورية جدا في الصناعة لانو انت بدك تحافظ ع الانسان بالدرجة الاولى وعلى البيئة بالدرجة الثانية وعلى رأس المال (المعدات) بالدرجة الثالثة اذا في control كله راح خسره

## Specific Objectives of Control: (كل هدول ايجابيات لعمليات التحكم بالصناعة)

1. Increase product throughput
2. Increase yield of higher valued products
3. Decrease energy consumption
4. Decrease pollution
5. Decrease off-spec product (المنتج خارج المواصفات)
6. Increase safety
7. Extend life of equipment (عديه)
8. Improve operability (قابلية التشغيل)
9. Decrease production labor

## Justifications of Process Control (ليش بحتاج الـ control في الصناعات بكثر)

1. Stronger competition
2. Tougher environment regulation (صارم)
3. Tougher safety regulation
4. Rapidly changing economic conditions (بتشكل كويس)
5. Highly integrated plants
6. Strict quality control (صارم)
7. Due to the uncertainties: (عدم التيقن)
   - Imperfect process design
   - Disturbances and changes in operating conditions
   - Difficulties in startup and shutdown



Scanned with CamScanner

we can change the value of this variable ← يعني adjustable variable

مثل الـ Flow ، الـ conc ، ... واللي بده نغير

هاي القيمة هو الـ actuator

c// الـ furnace بوجود بالـ sulfaric acid plant
و start up رجتاع لبعمل بالعقبة ، 18 يام
و هاد كله عبارة عن فلوس فإذا قدرت Shut down
تلاقي substitution لهاي العملية و تقللهم
لـ 5 ايام هاد اشي منيح وبوفر cost

a// اذا عندك process اصلاً عملتلها الـ design
و ما كانت good process فإما بدك تعمل
الـ modification الصح او انك راح تخسر اواما
تحمله بتعقيدات اللي بتليك تنا مش بالسوقه

(7)

(b) اذا ما كنت ماخده بعين الاعتبار مثلاً لو كنت ناخد
الـ raw material تبعتك من منجم معين بالرخيصة
وبتركيز معين وبعد فترة صكر المنجم وبدك تتعامل
مع منجم تاني - هل التركيز بقدر ابدله بالتركيز الجديد
اذا لا بدك تغير كل الـ production line ، لهيك
ممكنا لازم يكون قابل للتغير خصوصاً الـ raw material
لانو هو الـ main disturbance يلي بصير بالـ process
والـ operating cond. كمان بدها تتغير نتيجة التغير من
بس الـ product

Scanned with CamScanner

➢ *Through Control, We Can Achieve*

- *Safe operation*
- *Satisfying environmental constraints*
- *Economic benefits*
- *Increased production level*
- *Reduced raw material cost*
- *Enhanced product quality*
- *Extended equipment life*
- *Potential benefits of improved process control*



① كل Variable بدي اعمل عليه عملية كنترول هي ناحية quality او quantity او اي شي بدي اياه انو يكون control variable وشرط حتى يكون عندي measurable ← يعني اقدر اقيس فيه هاي الاشياء اللي بدي اياها مثل او pres., cons., temp., flow واحيانا بنعمل قياس indirect واحيانا direct عن طريق او sensors

➢ *Process Control Terminology*

② ▪ *Controlled variables (CV's): important process variables to be controlled at some desired values (set points).* هي اللي بدي اتحكم فيه تغير عشان ترجع او control variable لل set point اللي بتطلبها، يعني هو عبارة عن كل Variable لقدر اغير فيه او حضافضه او كميته

③ ▪ *Manipulated variables (MV's): adjustable variables to keep the controlled variables at their set-points.* عشان اغير وارجع الـ control variable للوضع الطبيعي

هو سبب المشكلة ←

④ ▪ *Disturbance variables (DV's): also called "load" variables and represent input variables that can cause the controlled variables to deviate from their respective set points.* هاد النوع هو اللي عمل مشكلة وخلا الـ CV's يتغير عن الـ set point، هاد بعض الاحيان بكون عمداً واحياناً غير متعمد ( unintentional )

*Remarks:*

- *All important variables to be controlled (CV) must be identified and measurable. (CVs are usually direct or indirect quality variables).* يعني بدك تعرفهم شو هم، ممكن يكون عندك اكثر من CV's سواء direct او indirect
- *Manipulated variables (MV) to be adjusted must have significant impacts on controlled variable. (MV's are usually affect the CV's)* شرطه انو يكون تأثيره سريع على الـ CV's، لانو اللحظة اللي بصير فيها الـ DV's وصار انحراف بالـ CV's كل الـ product اللي مش بطلع بهاي الفترة لحد ما نرجعه لل set point هو عبارة عن waste

Scanned with CamScanner

مثلاً لو بدي اخير شي يرجع لغير الـ DV's عشان اخلط الـ new set point

وبعض الاحيان ما بكون مقصود زي لما يتغير الـ analysis لـ raw material انا ما بدي
اخير من انجبت . لما يتغير الـ conc. بالـ raw mat. ما بكون بكيفنا . محكمة
بكون غيرنا الموقع تبع المنجم او المصدر تبع المواد الخام بالتالي صار عنا تغير تلقائي
التغير وبصير في deviation عن الـ set point

* هدول الـ variable داعماً بدي اعرفهم بأي process عشان اللي بدي اعمله
وعشان اللي بدي اعمل فيه الـ manipulation وعشان السبب بقلبة الـ disturbance
لبرا الـ process

* واحنا كل ما نطول بكون تأثير الـ MV's على الـ CV's اقل وكل
ما صار عنا losses اكتر ، لدرجة الـ product بكون out of specification
لكن بعض الاحيان ما بكون بكيفنا لو كنت محدودة بالكميات اللي عندي
من الـ MV's مثلاً في MV's one مثلاً نقد اخير الـ Flow ما نقدر
اخير شي تاني معناها راح اضطر استنى ليوصل الـ control لـ set point
ويرجع لوضعه الطبيعي

Servo ... ← بدي اخبرك set point نفسها بغض النظر شو اللي راح يحمل ار... disturbance او شو ار MVs
انا بدي تغيير بال set point مثلاً خانا بشتغل ع process معينة وعنا input و output مثلاً بقول
بدي ال output يكون ال conc فيه 20٪ هاي بالمفروض ال set point تاعتنا مثلاً بحمل
قياسات بال CVs ومقارنها بال 20٪ اذا كانت بـ range ال 20٪ معناها ما في داعي اعمل اي change
بعد فترة اذا بدي اغير هاي ال set point واخليها 30٪ هاي الحالة بده يصير تغيير كل ال system
كل ال variable اللي تدخل ع ال system بدها تتغير عشان تحقق هاي ال 30٪

➢ *Process Control Terminology*

- **Set-point change**: *implementing a change in the desired operating conditions. The set-point signal is changed, and the manipulated variable is adjusted appropriately to achieve the new operating conditions. Also called servomechanism (or "servo") control.*

* النوع الآخر انا ماشي ع 20٪ بدون ما اغير ال ramp تابع ال flow rate مثلاً output ع ال 20٪ كانت $C_i = 5\%$ و according to certine rxn طبي لو تغير في بال raw m وصارت ال 5 اللي بال input بتساوي 2 ، تغير ال input بهاي الحالة بده يصير تغيير بال output بالتالي صار عنا ... dist واد out ما راح يكون 20 ، صار ال dist راح يأثر ع ال output لحد ما يرجع لل 20

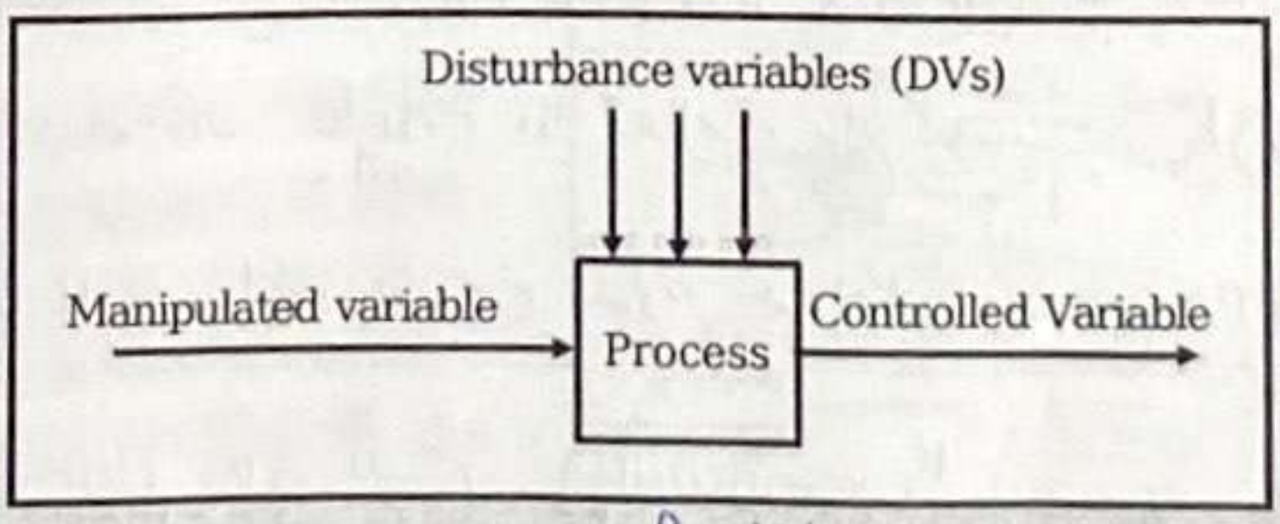
- **Disturbance change**: *when a disturbance enters, also called regulatory control or load change. A control system should be able to return each controlled variable back to its set-point.*



الهدف بكل عمليات ال process انو بخلي ال CVs ع ال set point بعينه

➢ *How to Control a Process?*

بشكل عام بال عمل ال analysis لازم ننظر لكل ال variables الموجودة بال process عشان يكون عنا
اكتر شي CVs او اكتر شي DVs او اكتر شي MVs هيك انا بدي اشوف شو تأثير هدول على بعض




source of dist. بـ one controlled var. بدنا ع الاقل شرط

*Control Objective:*

*Maintain controlled variable at its set point, despite disturbances.*

MVs ال one او two شي ال

واشوف ال MVs عشان يكون عنا



Scanned with CamScanner

Servo ← غيرت بال set point وبناءً عليها بدي
اغير بالمتطلبات التابعة عشان اخلي ال output
مثل ما بدي (التغير بالsetpoint يكون intentionally (متعمد)

Dist ← انا غير اشي هو اللي بأدي لتغير
في ال System وال set point ما تغيرت

Scanned with CamScanner

manually ← يعني تشتغل بدون ادوات او اي control device ، انا كيف بدي اعمل التوقعات

gauge pressure ، thermo meter ، thermo couple ، sensor لاي تغير manually لازم يكون في

وهاي ال procedure بتكون trial & error

لانو انت ما بتعرف الا النتيجة الاخيرة . يكون

شغال اله عدة سنوات وبعرف مثلاً عالكزارة بترتفع شو لازم

يتغير بال process حتى ينزلها ، لكنه لواحده ما عنده خبرة

بده يعمل trial & error ، لانو هو محدد انو في أي one MV بده يغير شوف

اذا رفعته شوي شو راح يصير بال temp بترتل ولا تنطلع ....

كيف بالعادة بنتحكم control & process اي

## How to Control a Process?

وبسيط انواع ال control

- *Manual control:*

  - *Read the sensors, then decide the amount of change in adjustable variable, then adjust the variable by changing the knob, or dialing and so on.*

  سواء up او down عن طريقها بتصير تعمل ال adjustment فعلياً لو فتحنا ال valve رح تفتح لفوق

  الكزارة صارت عم 30 د 55 وانا بدي 50

  - *See if the controlled variable is moving toward the desired set point (SP) fast enough.*

  adjustable variable عن طريق ال CVs هاي بتحكم بال

  معناها لازم ، بكون انت شوي ، لحتى انت تتحكم manually

  - *Repeat this procedure perpetually unless you are 100% sure that the process will not deviate from set points.*

  انت بدك تصير تفتح وتسكر

* هاي الطريقة غير مناسبة وخاصة بال chemical industry



عنا ال crude oil داخل ع furnace وبدنا نحسب الحرارة لل output اللي طالع عن الفرنه

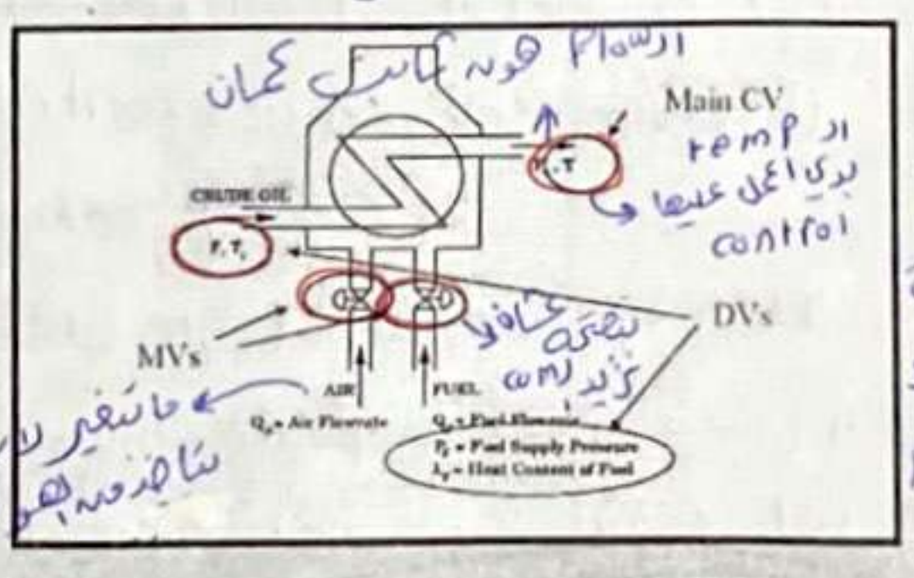
← عنا 4 variable موجودين داخل هاي ال process (ممكن يكونوا اكتر)

← نفس بحثي ال fuel ال Φ ، P ، T ، λ ← بالفرق من اسم

وعندنا ع نوعين ال fuel طالما ال source تاع ال fuel ثابت

فالمفروض λ اله ثابتة لكنه بقدر اغير بال pressure واذا عم بأخره ما بتزود storage tank من معناها ال pressure ثابت ما بتغير

Example (crude oil furnace):




* ممكن نتغير ال Φ تاعت ال crude لكنه حرارته درطوبته ما بدي اغيرها بالتالي هاد ال variable ما فيه اي كتير اعمل عليه --- ال flow ال man ما بزيدها يا بقللها الا اذا في جهاز خارجي humidification heating كدفع بتحللنا لانو قاعد هاد شي تاني

- *Operator has to change two MV's for one CV*
- *Operator relies on the observations and prior experiences*
- *Corrected by trial-and-error, inconsistent, unreliable*

ممكن نفتح اكتر او اقل ←

وبدك كستنى النتيجة ، ما راح تصل ع direct result

* اذا المصدر تبع ال fed constant ال temp معناها ما في اي تغير بعدين اغيره الا ال flow فقط بال input

* لو بدي ادخل ع distillation column هلق 400°C معناها لازم اتأكد انو ال temp تاعت ال crude اللي بده يدخل عليه يكون 400 لانو ممكن يكون مصدر لل distillation column next unit وعشان ما يصل next column بدي اخفضه

انو ال flow تاعه ثابت وال temp حسب ال specification

Scanned with CamScanner

* بدك تستخدم sensor وعش بالضرورة الاشارات تاعته اودها ع جهاز بقرأها، انا بدي اقرأ الاشارات واشوف مثلاً قدش درجة الحرارة وبناءً عليها اقرر شو لازم اعمل او ما اعمل عشان ارجع لل set point

* اذا كانت قراءة ال sensor متشابهة مع ال set point اللي بدك اياها ماشي داعي نعمل اي تغير. لكنه اذا صار deviation انت بدك تقرر اذا بدك تعمل change، مثلاً اذا بدنا درجة الحرارة 50 ولقينا الحرارة ع ال thermometer مثلاً 49 او 51 خلص ما منعمل ولا شي لكنه لحادة لو زلت لـ 30 هاد فرق كبير عنه لا... set معناها لازم اعمل action

* اذا صار اي نوع من ال dist.. راح يطلع ال CV's عم ال set point ال set point 400 وهو مش قاعد يطلع 400، لحكمة بكونه لسبب انخفاض درجة حرارة ال fuel اللي داخل او ال comp اللي عم تدخله ع ال champers غير كافي اذاً اللي ممكن يصل عنا dist.. هو :-

① ال crude oil اللي داخل ② ال fuel اللي داخل ع ال furnace

* وبنفس الوقت هدول الاشي ممكن يكونوا ال MV's، يلاتو اذا بدي اغير ال flow rate ال fuel لازم ازيد كمية الاكسجين اللي برها تدخل عشان ازيد الاحتراق

* source of dist.. كمان نوعية ال crude oil اذا تغيرت راح تسبب

* عرفنا انو ال crude oil عبارة عن خليط من light & heavy H.C

* كيف بدنا نعمل هاد الشي manually ؟! نجيب thermocable ونقيس حرارة ال output crude oil اللي طالع من ال furnace اذا الحرارة نازلة بدك تزيد ال comp. حتى تزيد ال comp بدك تفتح ال valve وبالمقابل بالاعتماد على معادلات معينة بدك تقول هالقد ال fuel معناها لازم ال air لازم يكون هالقد بالتالي بدك تعمل adjusment ع ال valve تبع ال air

* هاي ال process ما عليها قيود وتعتمد من شخص لاخر وتعتمد قدش بدك تفتح ال valve

Scanned with CamScanner

صعب نشتغل manually بالصناعات هاد بسبب معظم الـ controling unit او الـ steps او الـ systems اللي موجودين بالصناعة automatic ما في اشي manually

Automatic Control: Different Control Strategies

كل وحدة من انواعها الها ايجابيات وسلبيات

A. Feedback (FB) control

B. Feedforward (FF) control

C. Combined FF/FB control

D. Advance control...

Ⓐ لازم انتظر لحد ما يصير عندي deviation ، يوجد تغذية راجعة من الـ measured controled variable يعني ، دايماً يوجد signal من الـ CV وبشوف وضعه هل هاد انو قريب ع الـ set p ما في داعي ناخد اي action بالـ loop والـ controler ما بعمل ولا شي (الـ set point مثلاً 20 و الـ signal اللي اجتله 19.5 هو هون مش لازم ياخد اي action)

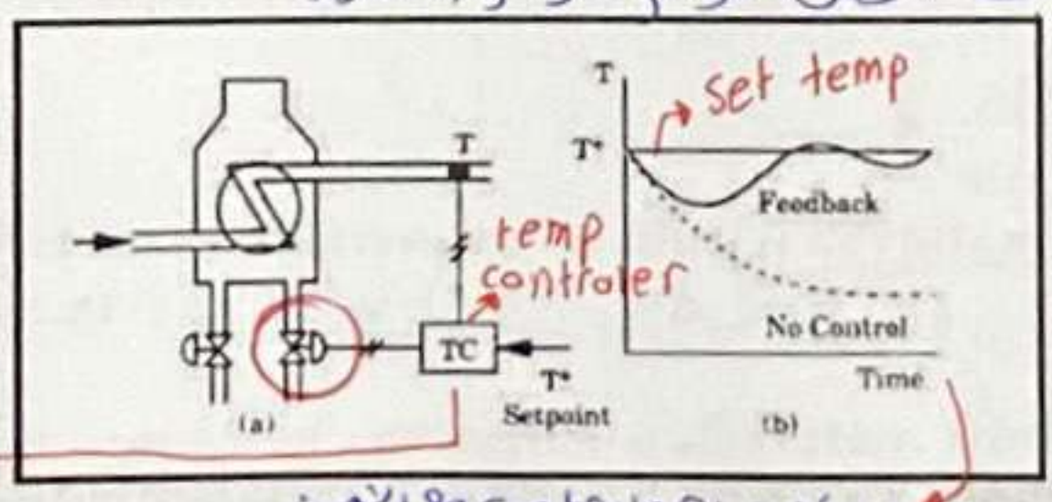
لازم نستنى لحتى يصير deviation عن الـ set point وبعدين الـ signal قريبة عليها

* هنا قاعدين ع الـ furnace نفسه نقيس درجة حرارة الـ exit crude oil اللي طالع من الـ furnace بغض النظر عن الـ dist... سواء كان بالـ fuel او حرارة الـ crude oil او بالـ specific heat ناعت الـ fuel او الـ flow ناعته او اي مصدر تاني ما بهمني اللي بهمني اني بدي ارفع درجة حرارة الـ crude oil ، اذا كانت حرارة الـ crude oil حسب المواصفات اللي انا بدي اياها ما بهمني شي عن اللي بصير صار احتراق ولا دخل flow عالي ولا غيره .... بالاخير انا الـ temp اللي بدي اياها موجودة

عشان نشتغل الـ controler بدنا ناخد اشارة من الـ out crude oil ونقيس درجة حرارته (بكون عنا temp sensor) هاد الـ temp sensor بده يرجع ع الـ trans.... عشان يترجم الاشارة اللي اجته ونفسرها للـ controlar

ما بنروح ع مصدر الـ dist. وما بهمني

A. Feedback (FB) Control




هاد الجهاز فيه تغذية راجعة من الـ output crude oil وفي عنده set point وبده يرجعله وبناءً عليه بعطي الامر

استجابة الـ controler مع الزمن

- Widely used (e.g., PID controllers)
- Controller will adjust the fuel valve somehow until T is settled at set point
- The fuel valve will be adjusted only after some change happen at the measurement.

* اذا صار deviation بين الـ set point والـ sensor مثلاً لو الـ set 400 والاشارة اللي اجت اعطت مؤشر انو الحرارة 350 معناها راح يفتح الـ valve حتى يزيد كمية الـ fuel ويرجع output crude oil للـ set point ، طبعاً هاد الـ action ما بتم لحظة

* نلاحظ انو الحرارة زلت بعدين الـ controlar بلش يعمل increased لـ flow rate الـ fuel اللي داخل ونفس الحرارة ترتفع

* درجة الحرارة الـ actual ما راح توصل لـ stability في الاول ولا مرة ما فتح الـ valve هو عبارة عن trial & error

* مرة ما الـ set temp والـ measured temp كانوا بـ error معينة (مقبول) نقول مشروع طول بلش يشتغل بعتمد قديش الـ error بين الـ set point والـ signal الـ set point عمل الشغل المطلوب منه وهيو رجعنا لـ

Scanned with CamScanner

* في بعض انواع الـ transfer func. راح تعمل stability
بوجود الـ oscillation

وفي بعض الانواع بعملوا unstability مع وجود oscillation

* متى بكون في stable ومتى ما بكون في stable ؟!
بعتمد على طبيعة الـ transfer function والـ mathmatical model
اللي راح يشتغل عليه الـ controlar وفي الـ parameter هاد الـ math. model
وحدة من الـ parameters اللي هي الـ zeta ( ξ ) :-
عشان الـ controlar يشتغل ويعطيك stable في 3 options تبعي الـ ξ
① اذا $\xi = 1$ ← هون الـ high peak والـ low peak بطلوا بنفس الـ range
هاد بعطي stability بس الـ peak مش بعيد عن الـ set point
② $\xi > 1$ ← stable
③ $\xi < 1$ ← unstable

Scanned with CamScanner

controller الـ feed لـ detection عم حول بيشتغل ← sensitivity
بس feed بـ obst.... بيشتغل حتى لو انه ما أثر ع الـ output لانه عكسه بصير عندي
feedforward لـ CV لانيي الـ بيشتغل بالمثل ما يحكي الـ controller
بصير بيشتغل حتى لو انه هو ما أثر ع الـ output )

- *Distinguishing feature: measure the controlled variable and transmit its value to the controller* → عشان يقارنها بالـ set point

- *Advantages:*
  - *Corrective action is taken regardless of the source and type of the disturbance.* → ما فهمنا منه ما بيكونه بالضبط انا بالآخر عندي deviation وبدي اصحح هاد الـ deviation هاي بتقصر عمر الـ controler لانو بضل على حول بيشتغل
  - *Reduces sensitivity of the controlled variable to disturbances and changes in the process ( shown later).*
  - *Requires little knowledge about the process.* → لانو الـ process كلها بالنسبة لـ CV بالنسبة لهيك مش مهم بالنسبة الي مين بالضبط اللي بأثر ع الـ process انا الي بس بالـ CV اذا صار فيه deviation ع حول بدي آخد action

* لو انت بستعمل raw m من الهند وال conc تاع الـ element A بالمصدر الـ conc تاع A هو 5٪ ما بيكون في dist. لو غيرنا مصدر الـ raw m وجينا من تايلند وكان الـ conc عندهم 2٪ هاد راح يكونه dist... انا عايدي اياه لكنه هو نتيجة التغير بالمصدر هاد راح يأدي لمشاكل بالـ output لانه ما رجع لـ set point

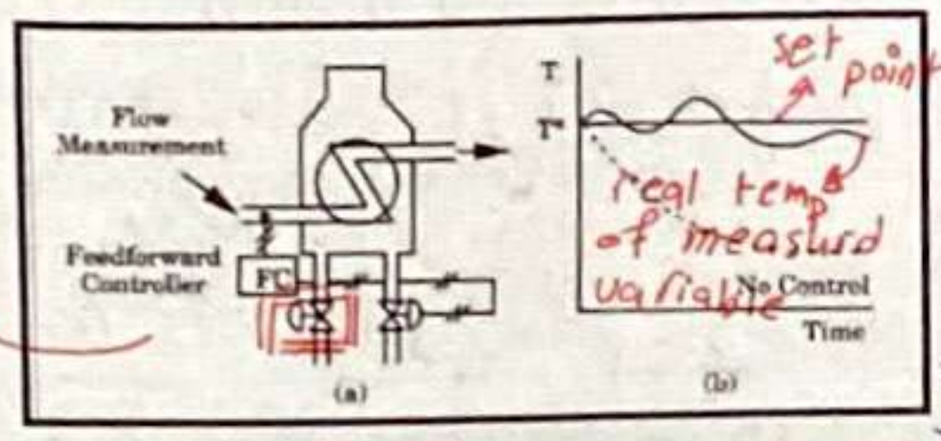
الـ diff ما راح يكونه zero لانو في window بضل بشتغل منها ، اذا اقل منها ما شي الحال ، واذا اعلى منها بده يرجع ياخد action ، الـ action هاد بعمل هاي الـ oscillation مرة ثانية

- *Disadvantages:*
  - *FB control takes no corrective action until a deviation in the controlled variable.* → diff. between control variable and set point هاد الـ dev الا بعد ما الـ limit ما راح ياخد action ولما يزيد عن هاي الـ limit بدا الـ controler بشتغل
  - *FB control is incapable of correction a deviation from set point at the time of its detection.* → مش مجرد ما صار detection بشتغل الـ controler ومش مجرد ما اشتغل راح توصل لـ specification - اشغلة متاخد وقت
  - *Theoretically not capable of achieving "perfect control".*
  - *Very oscillatory responses, or even instability (process may not settle out) for frequent and severe disturbances.* → الـ oscillation اللي بضل راح بضل موجود لفترة زمنية طويلة حتى تصير الـ diff zero بسبب بس بصير الـ controler بشتغل بصير بزيد وبقلل بصفة وبشوف شو الاستجابة ، هاي الاستجابة بتاخد اكثر من cycle حتى ما توصل لستيبل

Scanned with CamScanner

هون بقل بعطي الـ output لانو صرت اشتغل ع الـ detection لاي changes قبل ما تحدث
يعني باجي ع الـ feed اللي داخل بفروض انو اله مواصفات محددة مجرد ما اشوف انو صار تغير
بالـ parameter قبل ما استنى وشوف شو بده يعمل بالـ output بروح باخد الـ action

## B. Feedforward (FF) Control




بفتح هاد الـ valve عشان ازيد الحرارة لانو صارت الـ feed اقل crude oil معناها بدنا energy اكتر عشان نعوض هاد النقص

- *If there is a change in feed flow, controller will change fuel flow and exit temperature will not deviate too much*
- *But the correction is based on the estimated effect of feed flow rate on T and if it is not accurate, the exit T will not be at set point.*
- *Distinguishing feature: measure a disturbance variable and transmit its value to the controller.*

بعض الاحيان - ممكن الفلو ما بتتاثر اي تعمل اي تغيير بالـ flow لانو تأثير الـ disturbance غير ملحوظة بالـ output



عنا الـ pressure of fuel والـ specific heat ممكن يكون الهم علاقة بالـ dist... مع اي واحد اربط الـ controlar ؟! اذا ربطته مع الـ P اي الـ dist... بالـ CV راح يشتغل الـ controlar بالرغم انو مربوط ع نفس الـ variable حس شو هو الـ parameter اللي انت قاعد بتقيسه بالـ variable هاي وحدة منه بتشاكل

- *Advantages:*

① • *Correct for disturbance before it upsets the process.* → بتعمل الـ correction قبل ما يبدا التأثير

② • *Theoretically capable of "perfect control".* → لانو اصلاً ما في dist. انت لا بتتحكم بالـ flow اللي داخل انت قاعد بتمنع الـ dist انو يأثر ع الـ CV

③ • *Does not affect system stability.* → اذا كان الـ sys. عندي stable راح يضل stable لانو الـ oscillation مش قاعد يعطي اشكال تعطي unstable

- *Disadvantages:*

① • *Must be able to measure the disturbance.* → هل انا قادر اصلاً على قياس الـ dist شو هو الـ parameter اللي لازم اقيسه بالـ CV عشان نقول هي صارت عنا dist. هاد مش كل dist اللي بره بتغير

② • *No corrective action for unmeasured disturbances.*

③ • *Requires more knowledge of the process to be controlled ( process model).* → عشان افهم شو تأثير الـ dist. اصلاً على الـ process عشان تعرف تعمله Man... طلاً لو زادت او قلت الـ P شو بتعمل الـ crude oil انا شو بفهمني هاي راح ترفع ولا تنزل الحرارة ؟! لازم اكون افهم بالـ process عشان اعرف شو تأثيرها لحقاً ع الـ CV



Scanned with CamScanner

* هون حنا ربطنا الـ output بالـ input مش الـ controlar وطبعاً هاي بتعمل ارتفاع للـ controlar لانو بعض الاحيان بصير يشتغل رغم انو التأثير ع الـ output مش محسوس

* لكن الايجابية انو رسمتها اقرب للـ set point لانو اصلاً انا ما بسمح للـ deviation انو يصير لانو اي ... dist بصير بالـ syst. طول وقت بعمل correction هي almost there is no distarbance بالك peak of oscillation اقل dev. دليل انو حنا ما منوصل اصلاً للمرحلة اللي بصير فيها set point في الـ CV عند الـ

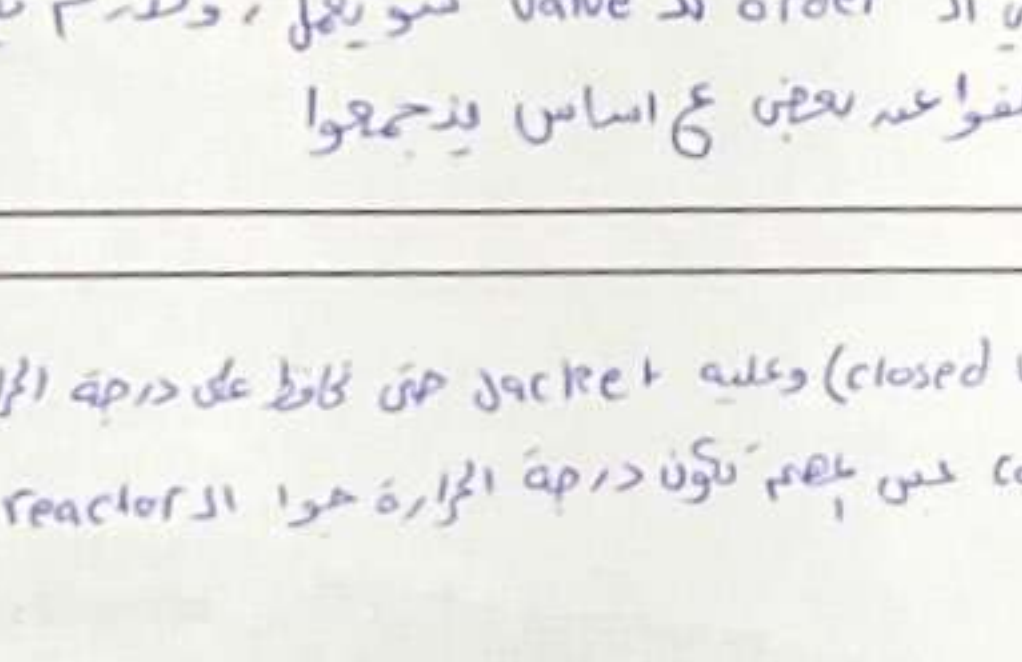
② ممكن يكون عندك جوا الـ Fuel انت بتقيس parameter او ممكن يكونوا هم الـ source of dist... parameter لكل signal و اوديها ع الـ controlar ، واذا صار عندي signals كتير كلهم controlar بدي اعط اذا كل واحد بده يقرأ signal معينة

Fuel الـ coal بـ crude oil الـ T لقلة furnace الـ i.e بدنا نحسب فيها باستخدام الهوا والـ
هون راح ناخد signal من الـ output وهنا الـ input هدول التنين تكاملوا بعض يعني لو صار
تغير بالـ input د one of parameters - بدنا انتقصا او بالـ input لازم نقيس... one of par
of its variable

يعني ممكن يكون فيها 10 variables بس انا بوظ واخد منه الـ variables
C. **Combined FF/FB Control** اذا بفتقد انه هو اللي راح يأثر كتير ع الـ CV - بالـ FF لشوف اذا

- *Obtain combined advantages of FF and FB control:* صار فيه اي variation وغير بالـ fuel
بالـ FB لنشوف هي بتغير الـ variation
بالـ CV بقدر
*FF control:* attempts to eliminate the effects of measurable disturbances.
اخدنا الـ signal ورجعناها
*FB control:* Corrects for unmeasurable disturbances, modeling errors, etc.

* لازم هدول الـ two signals اللي راح يندمجوا يكونوا at the same time و كانوا electrisity لازم التنين يكونوا عشان يتعملهم Summ




* لا يكونوا مع بعض بـ error بتصير اقل
* كيف بتشتغل الـ control مع FB واحد FB و واحد two loop ؟ عن طريق الـ summation هيك بدمج الـ two signals مع بعض

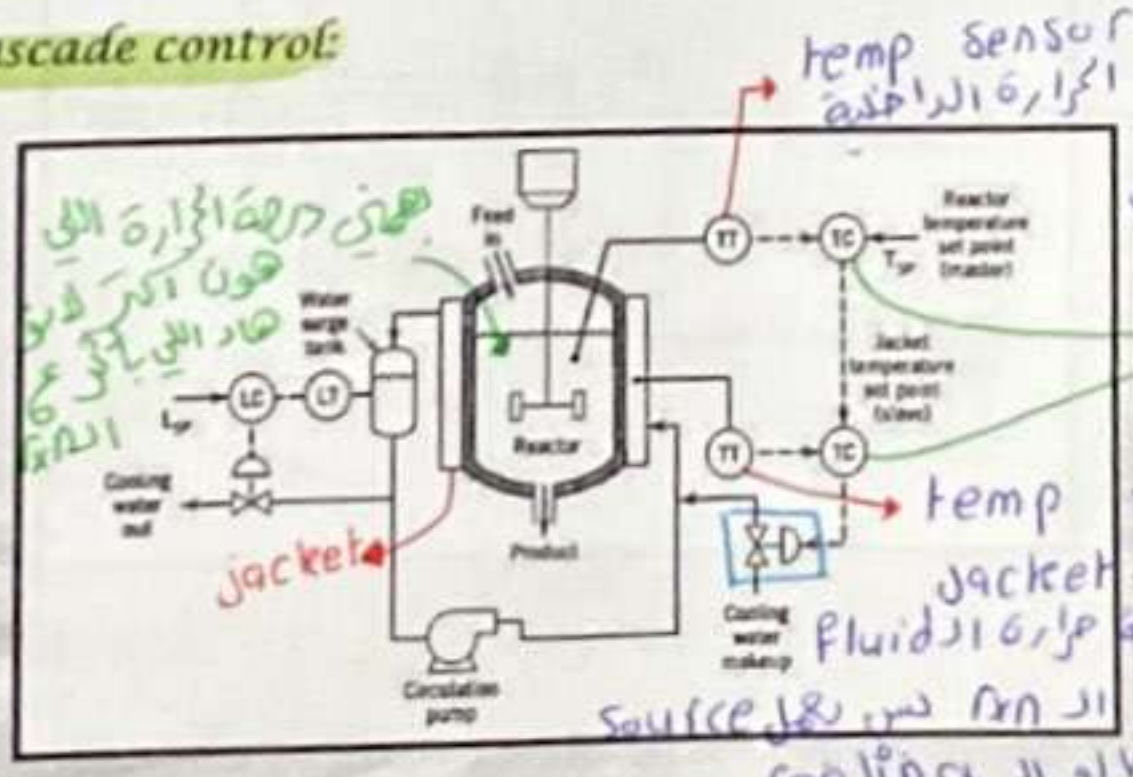
- *But if there is a change in fuel pressure, this strategy will act only after the effects appears at exit temperature.*

* كل واحد من الـ controler عطية set point وبالاخير بيطلع one signal كانية من الـ controler الاول و signal كانية من التاني بدي اذ تحكم التنين بـ summation واعطي الـ order لـ valve شو يعمل، وبدنا يكونوا الـ 2 signals زي بعض ممنوع يكونوا مختلفين عن بعض ع اساس يندمجوا

* هون عندي levels of control
* هون عنا rxn بتم بـ CSTR (closed vessel) وعليه jacket حتى نحافظ على درجة الحرارة حسب درجة معينة
* مش واضح درجة حرارة الـ cooling حتى بالعلم تكون درجة الحرارة هون الـ reactor مثل ما بدي

D. **Advanced Control**

**Example. Cascade control:**




"Cascade Control of an exothermic chemical reactor"

temp sensor لقرأ درجة الحرارة الداخلة للـ reactor بالـ solution
هون هي درجة الحرارة اللي بدي اتحكم فيها هون اكبر شي صار اللي بأثر ع الـ
sensor الـ controler مع بعض عشان اجعل الحرارة مثل الدرجة اللي بدي ايها
temp sensor jacket موجود بالـ fluid الـ jacket حرارة الـ
الـ rxn بس بعمل source لـ cooling او heating
* بدنا نتحكم بالـ valve اللي بدخل الـ cooling water الـ system
وبدنا نتحكم بالـ flow بتبع هاد الـ water عن طريق الاشارات اللي جاي من درجة الحرارة داخل الـ reactor ودرجة الحرارة الموجودة بالـ jacket

Scanned with CamScanner

لو بدنا ناخذ بين الـ feedforward الـ parameter اذا الـ input و انا قاعد تحكم و بعمل sensing لواحد فيهم لحتى ، اي other variable فش فرق تحكم فيه راح يأثر بشكل مباشر ع الـ product

* مثلاً لو فرضنا انو الـ conc ثابت معناها الـ sensor اللي بياخد الـ conc ما راح يعمل اي action لكن اذا تغير الـ flow او الـ temp او الـ pressure لهاد الـ feed معناها راح يأثر ع الـ product بدون ما يصير اي collection لانو الـ sensor ماله علاقة بهاي الاشياء اله علاقة حتى بـ one variable

* الـ feedback وظيفتها انو يتحكم باي اشي اله علاقة بالـ measuring par...

* اذا صار الـ dist.. الـ other par... اللي هو قاعدين بناخد منها signal راح يأثر ع الـ output - بالطريقة هاي انا بعمل side controling الـ loop اذا صار اي variation بغض النظر شو الـ source واذا صار عنا variation لواحد من الـ parameter الاساسية اللي بتعمل.. ع الـ dist.. ع الـ sys. الكهتين بدك اعمل الـ control

Scanned with CamScanner

* بالفروض اي Flow sheet مكمول الها controling بكون في symobls
* الـ Flow sheet الكاملة بكون عليها الـ equipment وال lines
* الـ Symbol بعطي انطباع شو النوع (مو الـ valve مثلاً) اللي انت اخترته بدون ما اسألك
* حسب الـ process اللي عندك تنعمل controling
* الدكتور نفسه ليشوف طالب حاط خطوط مفتوحة لمشروع التخرج كلهم لستعملوا straight line

- *Identification letters in instrumentation and process control:*

| | First letter | | Succeeding letters | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Measured or initiating var. | Modifier | Readout or passive func. | Output function | Modifier |
| A | Analysis | | Alarm | | |
| B | Burner, combustion | | User's choice | User's choice | User's choice |
| C | User's choice | | | Control | |
| D | User's choice | Differential | | | |
| E | Voltage | | Sensor (primary element) | | |
| F | Flow rate | Ratio (fraction) | | | |
| G | User's choice | | Glass, viewing device | | |
| H | Hand | | | | High |
| I | Current (electrical) | | Indication | | |
| J | Power | Scan | | | |
| K | Time, time schedule | Time rate of change | | Control station | |
| L | Level | | Light | | Low |
| M | User's choice | Momentary | | | Middle, intermm. |
| N | User's choice | | User's choice | User's choice | User's choice |
| O | User's choice | | Orifice, restriction | | |
| P | Pressure, vacuum | | Point (test connection) | | |
| Q | Quantity | Integrate, totalize | | | |
| R | Radiation | | Record | | |
| S | Speed, frequency | Safety | | Switch | |
| T | Temperature | | | Transmit | |
| U | Multivariable | | Multifunction | Multifunction | Multifunction |
| V | Vibration, mechanical analysis | | | Valve, damper, louver | |
| W | Weight, force | | Well | | |
| X | Unclassified | X axis | Unclassified | Unclassified | Unclassified |
| Y | Event, state, or presence | Y axis | | Relay, compute, convert | |
| Z | Position, dimension | Z axis | | Driver, actuator | |



* كل واحد من هدول الـ line بدل عن شي معين controling Flow sheet الـ

Example:

P D I C

First letter (pressure)

Supplementary letter (differential)

1st succeeding letter (indication)

2nd succeeding letter (control)

**Instrument Line Types**

- Process or Mechanical Link
- Electrical or Thermocouple
- Capillary Tubing
- Instrument Air or Pneumatic
- Hydraulic Signal
- Data Highway Serial Link
- Fiber Optic Signal



Scanned with CamScanner

*Instrument description examples*

- *TT : Temperature Transmitter*
- *LT: Level Transmitter*
- *LC: Level Controller*
- *FC: Flow Controller*
- *PI: Pressure Indicator*
- *TAH/L: Temperature Alarm High/Low, (Normal)*
- *TI: Temperature Indicator*
- *TR: Temperature Recorder*
- *TIRC: Temperature Indicator, Recorder, and Controller.*

*Etc....*

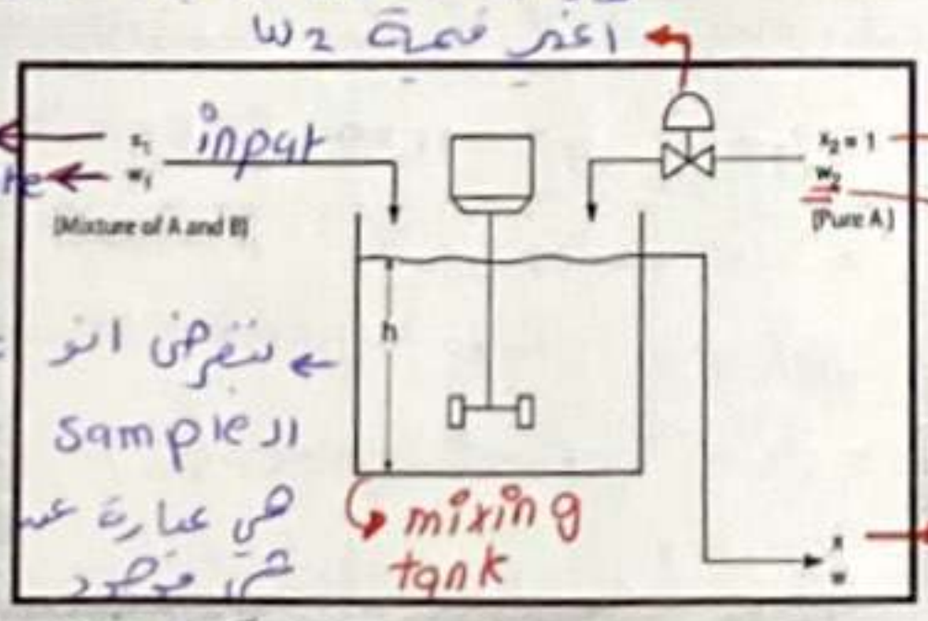


كذا اللي بنقل الـ control وبخليه يشتغل - اذا نقلناه غلط راح يشتغل غلط والعكس صحيح

* هون عنا حس physical mixing في reactor يشتغل
* $X_2, X_1, X_2$ ← عبارة عن mass fraction الـ component A
* بدي اعرف الـ variables يعني بالنسبة النا هاد الـ system
* الـ controlled variables هو الـ x ، لانو الـ w كمية ما بتهمني

*Illustrative example : Stirred-Tank blending system*

هاد الـ valve موجود عشان اغير قيمة $w_2$




(بتتغير) comp. (ثابتة) mass flow rate ← pure comp. → B فيها A فقط فيها هاي بتتغير

perfect mixing عنا بتعرفي انو الـ sample اللي بأخذ ع هاي الـ x وحدة متجانسة output الموجودة بالـ vessel represented sample هي عبارة عن شي موجود داخل الـ ideal وهاد شي

الي راح يأثر ع هاي الـ x وحدة متجانسة $X_1$ و $W_2$ ، صدول بحلوا... dist.

بالـ system وبتغيروا الـ conc بتجي علاقة $X_1$ و $W_2$ راح تكون عكسية اذا زادت وحدة راح تقل الثانية عشان احافظ ع الـ balance

**Notation:**

- $w_1, w_2$ *and* $w$ *are mass flow rates*
- $x_1, x_2$ *and* $x$ *are mass fractions of component A*



Scanned with CamScanner

* مثلاً لو بدي اعطيك ظن من 10 تركيز الـ Comp A فيه 0.2
او مثلاً خلطة من 4 مواد تركيز الـ A فيها 0.6
التنين خلطة لكنه - مختار بينهم حسب التركيز اللي بدي اياه

* انا لا اعمل mixing بدي ابيع بالاحبار ما رح حكي اذا عندي خلطة ولا نص خلطة ، رح حكي قديش تركيز الـ x بهاي الكمية

* بدي ادرس تأثير 2 و 3 لما تزيد ولا
تقل على الاكسالت فصدك لازم نعمل ← modling

Scanned with CamScanner

X → out controled variable
$w_2$ → MV
$X_1$ → DV

* كل ما كان حجم الـ tank اكبر كل ما احتاج وقت اطول حتى نرجعه لـ old steady state بالتالي هاد رح يعمد ع الـ eff. of controler وشو تأثير الـ variable على الـ output

*Assumptions:*

1. $w_1$ *is constant*
2. $X_2$ *= constant = 1 (stream 2 is pure A)*
3. *Perfect mixing in the tank*

* لدي اصل الاشارة اللي صدار الـ device اللي بقيس واوديها على controlar واخليه يقارنه بنهم وبين الـ set point - اذا كان في variation راح ياخد action ويلعب بقيمة $w_2$ بصير يزيد ويقلل عشان يرجع الـ output اللي طالعة بالـ

*Control Objective: keep x at a desired value (or "set point") $x_{sp}$ despite variations in $x_1(t)$. Flow rate $w_2$ can be adjusted for this purpose.*

* لدي اتحكم بكل الـ process من $w_2$ اللي هي الـ MV عشان يرجع قيمة x للقيمة اللي بدنا اياها

*Terminology:*

- *Controlled variable (or "output variable"): x*
- *Manipulated variable (or "input variable"): $w_2$*
- *Disturbance variable ( or "load variable"): $x_1$*

* بالعادة الـ process ما بتبلش unsteady state بتستنى لنوصل لـ steady state - فنا بتكون ع الـ ss وصار الـ dist. غير الـ ss



* كل ما كان تأثير الـ MV ع الـ CV اعلى - كل ما كان الزمن اللي نحتاجه اقل حتى نرجع الـ system للوضع لـ ss

* ما نشوف "bar" نعرف انو هاد هو الـ steady state case

steady state value of $w_2$ اللي عليها تكون الـ system اللي فنا stable

*Design Question. What value of $\bar{w}_2$ is required to have $\bar{x} = x_{SP}$?*

*(the overbar denotes nominal steady-state design values.)*

الـ x اللي طالعة بالاخير اذا ما في error بدها تكون هي نفسها الـ set point زيها

*Overall balance:*

no acc.

$$0 = w_1 + w_2 - w \qquad (1)$$

*Component A mass balance:*

$$w_1 x_1 + w_2 \bar{x}_2 - w\bar{x} = 0 \qquad (2)$$

ما بتغير

- *At the design conditions: $\bar{x} = x_{SP}$ but $\bar{x}_2 = 1$*
- *Solve Eqns.(1) and (2) for $\bar{w}_2$ to have:*

set point

$$\bar{w}_2 = \bar{w}_1 \frac{x_{SP} - \bar{x}_1}{1 - x_{SP}} \qquad (3)$$

at this ss

عند الـ ss شو بصير؟! قيمة $w_2$ كم بتساوي بغض النظر عن قيمة $x_1$

* فا عنا اي rxn بالتالي بالعادة لا بتفضى ولا بتحدث كل العادة اللي دخلت لازم تطلع الـ A اللي دخلت لازم تطلع A بدون ما بتتحول لا لـ B ولا لـ C ....

هاي المعادلة بتعطينا شو بصير بـ $w_2$ لما بتغير قيمة $x_1$ هو الاسي الوحيد اللي بتغير بالمعادلة



ask & believe & recieve
Scanned with CamScanner

## * ع الاكسل :-

بدنا نتحكم بقيمة الـ x عنا based ع الـ $w_2$ ، بدنا نثبت الـ set point وبدنا الـ output conc يضل ثابت ما يتغير بغض النظر شو بتعمل بـ $x_1$ او $w_2$ وعنا قيمة $w_1$ بدنا نثبتها على 10 ، كم لازم تكون قيمة $w_2$ اذا تغير قيمة الـ $x_1$

ع فرض

اذا بدنا set point تقلع الـ conc فيها 0.75 وعنا الـ feed اللي داخل 14 وقيمة $x_1 = 0.6$

حسب المعادلة بعطيني انو لازم يدخل مديميه الـ Flow = $w_2$ (14) ما بدي اقلع الـ 14 ع الـ 10 تقلع 24 هدول الـ 24 فيهم تركيز 0.75

* مجرد ما يصير deviation مصدره الـ DV ع فرض انو قيمة الـ $x_1$ نزلت هلأ لو رجوع تعمل mass balance ما راح تقلع قيمة $x = 0.75$ بالـ output مع طول الـ controller راح ياخد اشارة ويروح يودي هالـ valve - بما انو x نزلت معناها لازم ترتفع عشان يعوضوا النقص اللي صار بـ x - لهيك ملاقي قيمة $w_2$ ارتفعت لـ 18 عشان يرجع الـ set point عند 0.75 والعكس اذا زدنا قيمة الـ $x_1$ لو ارتفعت لـ 0.6 مثلاً ع طول $w_2$ راح تقل عشان x تحت تضل 0.75 وصارت قيمتها $w_2 = 6$

* الـ mass balance بتحكيلنا انو اذا بتزيد قيمة الـ $x_1$ قيمة الـ $w_2$ بدها تقل

لانك قاعد بتعمل ← A total اذا الـ total ثابت بالـ stream معناها اذا بدك تنقص واحدة لازم تزيد الثانية والعكس صحيح

بكونه عارف قديش لازم ليسكر من الـ valve عشان بتحكم بـ $w_2$ و

ورجعها لـ 6 - بين ترجيع $w_2$ من 14 الى 6 او صد 14 الى 18 حاد الـ out conc اللي طالع بهاي المرحلة الـ unsteady state operation out of specification

لانو يا اعلى من 0.75 يا اقل منها وهاد الـ product راح يكونه مرفوض.

- *Eq. (3) is the design equation for the blending system.*
- *If our assumptions are correct, then this value of $\bar{w}2$ will keep $\bar{x}$ at xSP.*
  *But what if conditions change?* → مثل ما حكينا زي لما صار variation عند الـ 0.3 والـ 0.6 شفنا شو لازم يصير بقيمة $w_2$

*Control question. Suppose that the inlet concentration x1 changes with time.*
*How can we ensure that x remains at or near the set point xSP?*

*As a specific example, if $x_1 > \bar{x}_1$ and $w_2 = \bar{w}_2$, then $x > x_{SP}$*



① اذا انت فاهم الـ model كيف بيشتغل، اذا بدك تعرف الـ x مقدارها لازم ارفع او تصير عنده طريقة الـ valve تتحكم وحتى لو ما بتعرف عنه طريقة الـ trial & error تصير تعرف

شو بدها عشان تكون دائماً الـ x اللي طالعة according to the specifications

*Some possible control strategies:* → هاي بالطريقة صعبة وغير عملية

⑥ بتعمل Feedback control

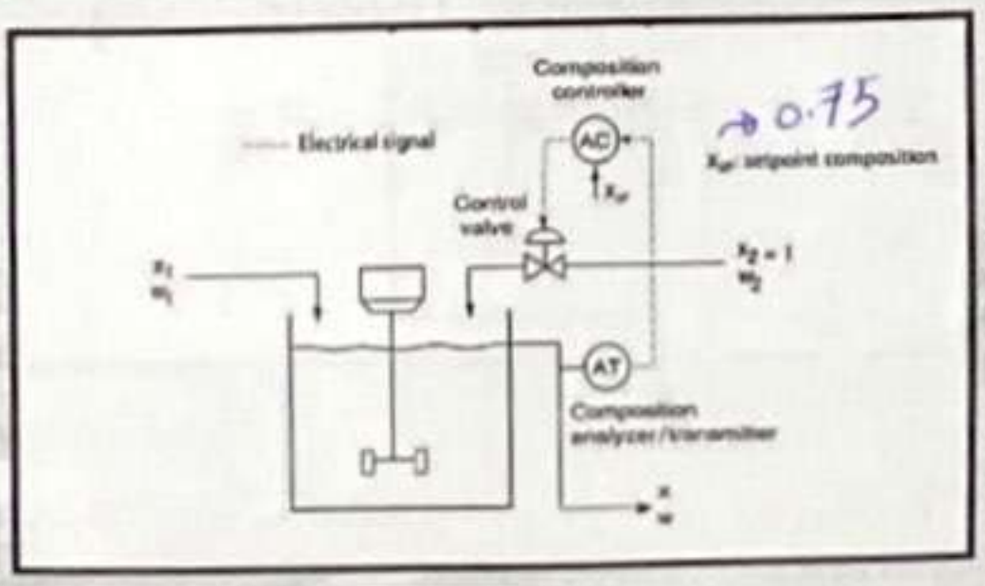
*① Method 1. Measure x and adjust w2 manually.*

- *Intuitively, if x is too high, we should reduce w2;*

بالـ output stream قديش تركيز الـ x مثلاً based on deviation اللي بتصير بدها تعمل correction

*② Method 2. Measure x and adjust w2 automatically:*

output بالـ stream




*"Feedback control of composition (x) in Stirred-Tank blending system"*



Scanned with CamScanner

الجهد اللي عندها ال dist هي $x_1$
بالتالي روح مباشرة تعمل correction قبل
ما يصير عندي variation
اللي هو feed forward

*Method 3. Measure x1 and adjust w2 automatically*

- *Thus, if x1 is greater than $\bar{x}_1$, we would decrease w2 so that $w_2 < \bar{w}_2$*
- *One approach: Consider Eq. (1-3) and replace $\bar{x}_1$ and $\bar{w}_2$ with x1(t) and w2(t) to get a control law:*

any variation in x with change the value of $w_2$

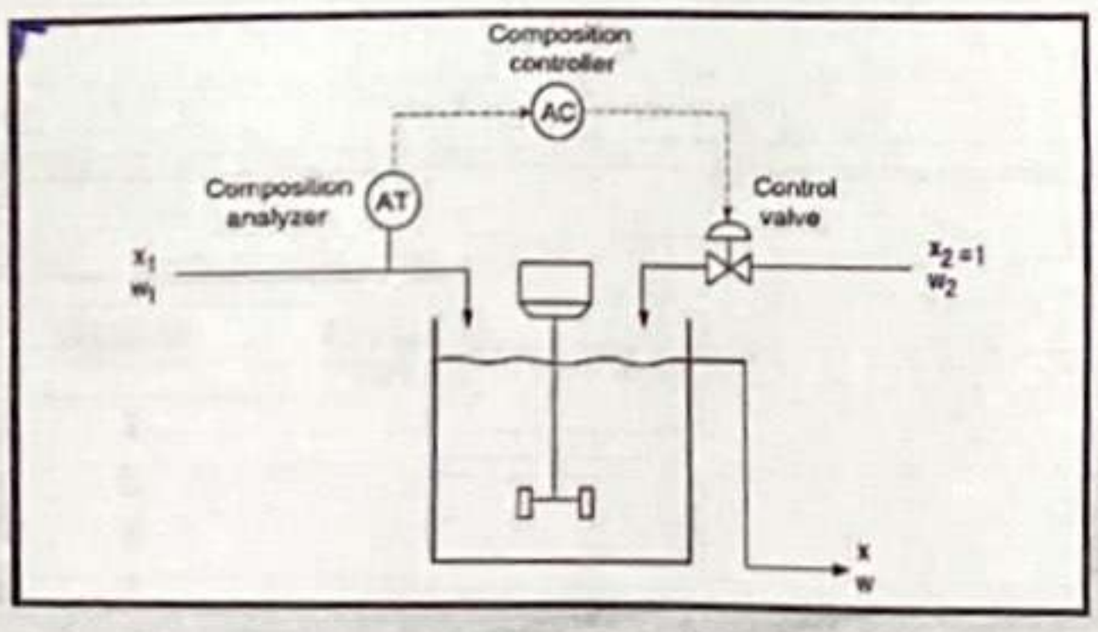
$$W_2(t) = \bar{w}_1 \frac{xsp - x(t)}{1 - xsp} \qquad (4)$$

- *Remark. Because Eq.(3) applies only at steady state, it is not clear how effective the control law (Eq.4) will be for transient conditions.*



ناخذ الإشارة من ال وإذا في أي deviation ع طول بودي لل Controller
انو خلي valve 2 اللي تفتح وتسكر على $w_2$ زيد او نقل ال flow
عشان ما يصير .. ال output

*Measure x1 and adjust w2 automatically*




*"Feedforward control of composition (x) in Stirred-Tank Blending System"*



Scanned with CamScanner

ع نفس المثال لو خلينا $w_1$ بـ constant
و خلينا الـ set point=0.75 و $w_2$ خليناها ثابتة كمان
وبدي اغير قيمة $x_1$ ، شو بتأثيرها ع الـ new set point
او شو بتأثيرها ع الـ x اللي طالعة آخر وحدة

بالوضع الطبيعي لما كان الـ flow=10 و 14 ↓ كانت تطلع
conc الـ 0.4 و
$x=0.75$

اذا نزلنا الـ conc اذا ما اشتغل الـ controller
راح نصير $x=0.70$ مش نفس القيمة اللي بدنا اياها
اذا رفعنا الـ conc لـ $x_1=0.6$

كمنو الـ x راح نزيد وهاد شي ما بدي اياه

Scanned with CamScanner

other dist. var. حتى اضغن اذا في اي
عن الـ $x_1$ تتعدل تلقائيا =
عنه طريقه الـ feedback ←

Feedforward

Feedbackward

↕ two loops هون عملنا

*Method 4: Measure x1 and x, adjust w2.*

- *This approach is a combination of methods 1 and 2.*

*Method 5. Use a larger tank* → تعمل dilution لـ dist... عشان اقلل تأثيرها
هنا شايفينه انو $x_1$ هي اللي قاعدة تتحكم بـ $w_2$

- *If a larger tank is used, fluctuations in x1 will tend to be damped out due to the larger capacitance of the tank contents.*
- *However, a larger tank means an increased capital cost.*



*Table. 1: Control strategies for the blending system*

| Method | Measured Variable | Manipulated Variable | Category |
|---|---|---|---|
| 1 | x | $w_2$ | Manual |
| 2 | x | $w_2$ | FB |
| 3 | $x_1$ | $w_2$ | FF |
| 4 | $x_1$ and x | $w_2$ | FF/FB |
| 5 | - | - | Design change |



Scanned with CamScanner

← ري لو كان في كاسة حطينا منها معلقة ملح وال conc
الها كان 0.2 - لو خدنا كمان معلقة راح تاثر
ال conc = 0.4 لانو تأثير المعلقة ع الكاسة
كبير لانو الحجم صغير

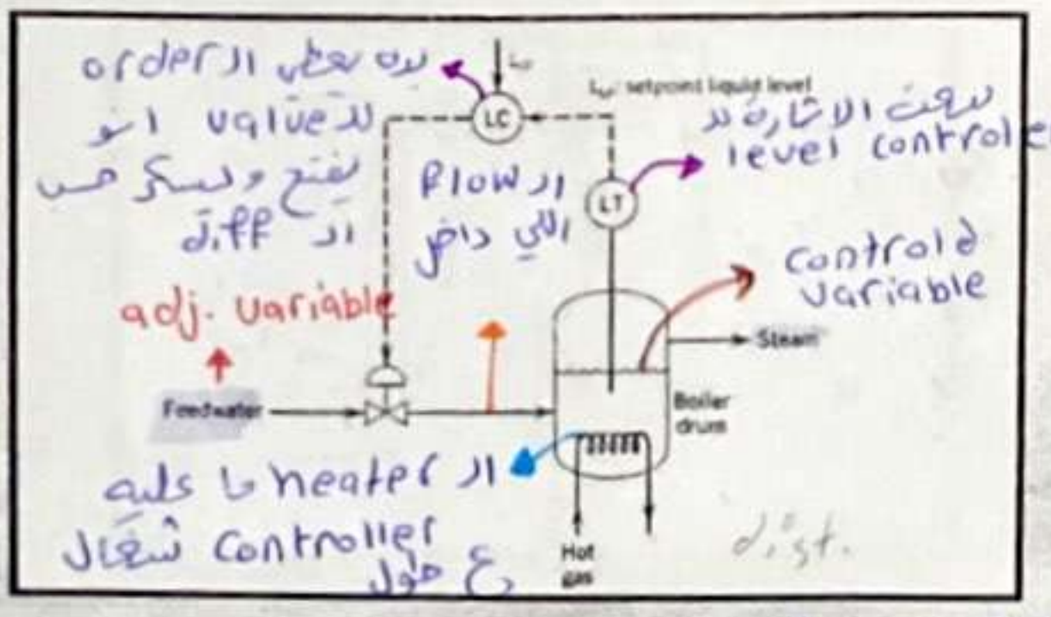
← لو حطينا هاي المعلقة بـ tank حجمه
$2m^3$ هاد راح يتأثر - محكي ع بعدي البعيد
اذا حطينا كتير يكون في تأثير لكن اذا ما حطينا
كتير ما راح يتأثر لانو هاد صار له solution
لانو الحجم كبير

Scanned with CamScanner

* the level of boiling liq is measured and used to adjust the feed water flow rate
* this control system tend tobe quite sensitive to rapid changes in the disturbance variable, steam flow rate, as a result of the small liq capacity of the boiler drum
* rapid disturbance changes can occure as a result of steam demands made by downstream processing unit

More illustrative examples:

* boiler عنا بدنا نسخنه فيه الي جوى نطلع منها الـ steam




"Feedback control of liquid level in a boiler drum"

* كل واحدة من الـ loops اللي بالـ controling system فيها transfer funct.
* بدنا نحافظ ع الـ level اللي بالـ tank حيث انو ممنوع يرتفع او ينزل عن حد معينه لهيك هاد الـ level لازم يكون controled اذاً هاد الـ level هوا الـ CV
* الـ source of dist هون هو الـ steam ، تغير الـ steam بغير الـ level ع الـ dist بدي كمية الـ steam هل الكمية اللي انت بناخذها equivelent للكمية اللي بتدخلها
* الـ heater في عليه بس الـ temp controller بدو يحافظ ع درجة الحرارة لشغل
* المتغير ض ع الـ ss الـ flow اللي داخل مع معدل الحرارة اللي بتنتج عنه طريقة الـ current معدل حرق الـ steam بكونه ثابت دا الـ level لـ liq ثابت
* اذا اخدنا كمية اكبر من الـ steam عالـ ss راح تصير disturbance

هاي الـ loop انا استنيت لحتى صار تغير الـ dist بعدين اخدت الـ action

* the feedforward control scheme in the figure can provide better control of the liq level.
* Here the steam flow rate is measured, and the feedforward controller adjusts the feed water flow rate

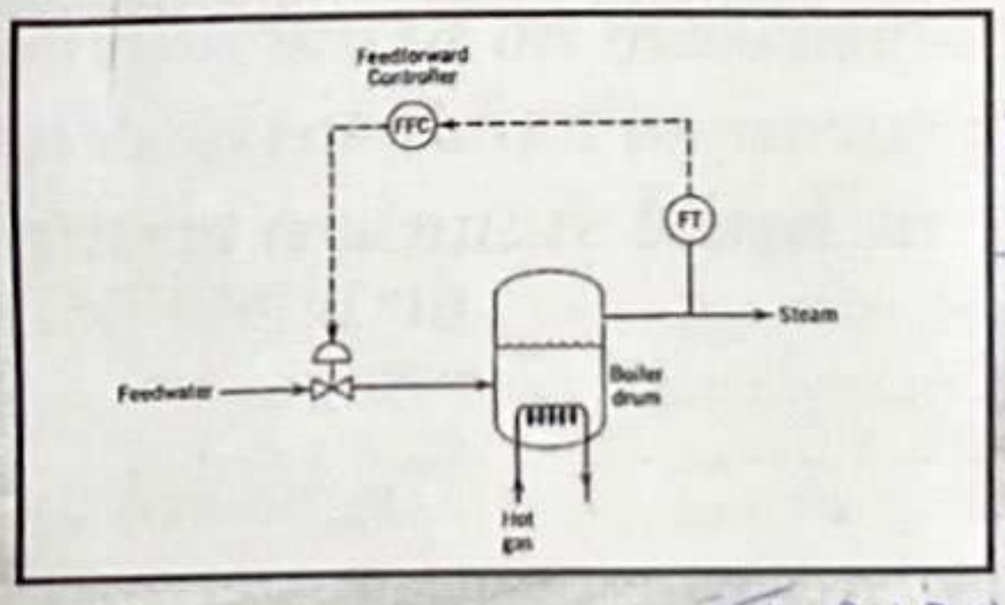
لو بدي اعمل FF وبيه كيف الـ loop؟

المتغير ض النوع الـ ss الـ steam والـ level والـ flow ثابتات ، شو هون المتغير ض ناخد action قبل ما يظهر تأثير الـ DV ع الـ CV ، اول ما اللش اسحب بزيادة ع طول سعت اشارة ع الـ valve يفتح عشان يحافظ ع الـ balance بالتالي انا ما انتظرت حتى يصير في تأثير ع الـ CV اللي حوا مجرد ما شفت صار في detection ع كمية الـ steam ولقيتها زادت اذاً لازم ادخل مي اكتر

More illustrative examples:

* متى بالضرورة النوع الـ disturbance بكونه الـ input؟

اذا ما عملنا controlar ع الـ level راح يصير عنا shortage بالـ water وممكن تحرق الجهاز لانو بطل فيه مي




"Feedforward control of liquid level in a boiler drum"



Scanned with CamScanner

0.5 kg وقاعد خوهد 1 kg/s بـ feed ضلوا لوانا بدخل بار
من الـ steam - اذا غيرت الـ model, صلت الـ feed بـ 1 kg
والـ heating source ثابت وصرت اسحب steam بـ 2 kg
الـ level تاع الـ liq راح ينزل والـ controller راح يشتغل

* اول طريقة عشان نعمل controling على الـ level ربط الـ feed مع الـ level تاع الـ liq، مجرد ما نزل الـ level عن الـ limit بتفتح الـ valve وبرجع يعبي لغاية ما يوصل لـ max

← اذا كان عنا اي مصدر تاني لـ disturbance - لو كان في parameter آخر بأثر ع الـ level
مثلاً حرارة وضغط الـ steam اللي طالع، لانو كل ما زادت حرارة الـ steam وقتها انت قاعد بتبخر اكتر وبتضغط اكتر
← هدول الـ T والـ P ما الهم sensing هون بيقفي هم unmeasurable بس الهم effect وعشانه آخد بعين الاعتبار اي مصدر تاني لـ dist. غير الـ flow لازم نخط التنتن مع بعض الـ Feedforward والـ Feedbackward
وقلنا :-

measurable dist. لـ ← Feed Forward

unmeasurable dist ← Feedbackward

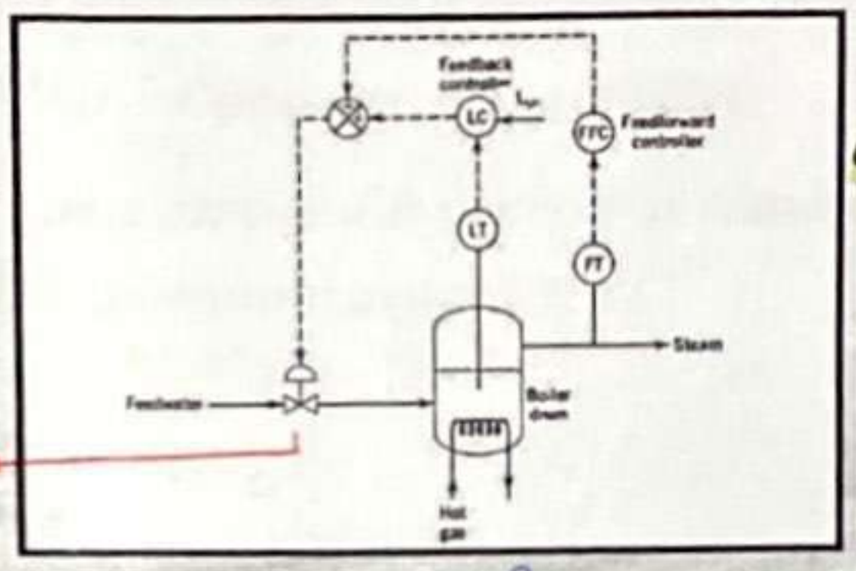
Scanned with CamScanner

* in practical applications, feedforward control is normally used in combination with feedback control
* Feedforward control is used to reduce the effects of measurable disturbance while feedback trim compenstates for inaccuracies in the process model, measurement error, and unmeasured disturbance.

*More illustrative examples:*

* اذا بدي اشتغل صح لازم يكون عندي two loops واحد تقنيس ال dist وبيافد effect والتاني تقنيس ال action level ال other dist. لدي

لشتغلوا parallel مع بعض




"Feedforward-feedback control of liquid level in a boiler drum"

هاد بده يفتح according للاشارات اللي جاي من FFC وال LC فبتكون اشارتهم بنفس الوجهة

Source of dist.

ال controller بتعمل شي بال signal اللي جاي من ال output لانو هو تقنيس كمية وحاله علاقة بال T وال P، لو بدي اغير ال temp sensor ← Flow داخل بدل ال Flow حتى ما تكون له علاقة بال Flow، اذا كان ال dist.. جاي من ال pressure بحط pressure sensor



* بعض الاحيان تضطر تغير ال set point حسب الطلب بالسوفه مع انو اصلاً كان ما شي ع ال steady state، فإنت بتكون خلقت dist. عند طريقة تغيير ال set point بالتالي ال system بدخل بمرحلة ال dynamic لغاية ما يوصل لل stability هاي المرحلة بتسميها ال servo

- *Classification of control strategies*
- *Based on the decision:*
  - *Feedback control: based on measurement of CV*
  - *Feedforward control: based on measurement of DV*
  - *Open-loop control (manual): based on predetermined scenario* ← لازم بيافد قراءات
- *Based on set point type:*
  - *Regulatory control: follow constant set point overcoming the disturbance*
  - *Servo control: follow the changing set point*



Scanned with CamScanner

بدك تعرف شو تأثيرها
على الـ process

➢ *Classification of variables*

- *Input* → بتقدر تتحكم فيها اما manual او عن طريق الـ valves او اي tools

  - *MV (manipulated Var.): Operator can adjust it.*

  - *DV ( disturbance Var.): Decided by external reasons (feed flow, fuel press.)(measured DV and unmeasured DV)* → السبب الاساسي بمشكلة الـ deviation عن الـ steady state وا شكالها عديدة جدًا

  - *Fixed inputs.* → ما بقول انا بدي اغير الـ flow واعتبره ثابت بعني زي الـ pulse او الـ step بحكم اكونه level خزين وارفع الـ level جديد واشوف تأثيره على الـ process

- *Output*

  - *CV(Controlled Var.): Decided by the changes in input variables (assumed to be measured)* → من معناها output انو بدو يطلع يا الـ process انا اللي بدي اغيره الـ CV

  - *Measured and unmeasured outputs.*



* تشكل اساسي هدول الـ tools اللي راح ندرسهم بالتفصيل ونشوف شو تأثيرهم على الـ process
* بدك تشوف كل وحدة شو الـ transfer function تبعها لانو بالنهاية بدنا نطلع total transfer function للـ system
* الـ process هو وحدة منهم اما الـ system هو عبارة عنهم كلهم

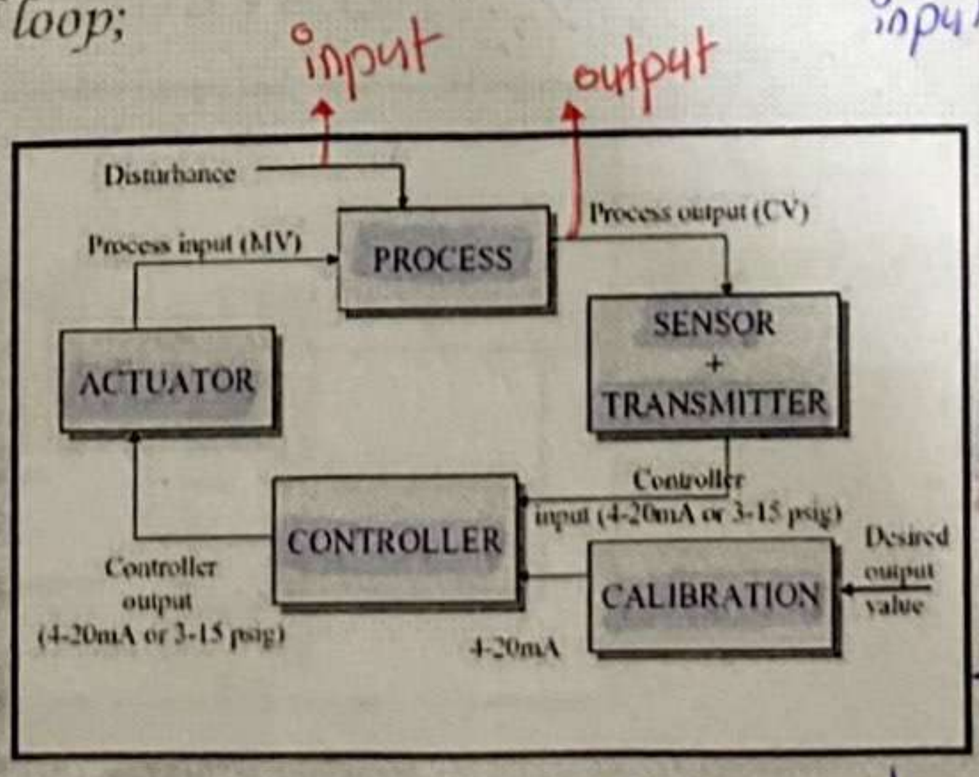
➢ *In this course we will focus on the feedback control*

* بعض النقر شو هي الـ process بس راح نكونه الها input و output

➢ *Elements of process control loop;*

هدول كلهم بدهم نمثلوا رياضيا: →

- *Process*
- *Sensors*
- *Transmitters*
- *Controller*
- *Actuator*




* بدك تطلع بالآخر one math. model هو اللي بده يربط العلاقة بين الـ in و الـ out

هاي عبارة عن loop بتحتوي على كل شي

لـ احيانا بتكون في filter كمان

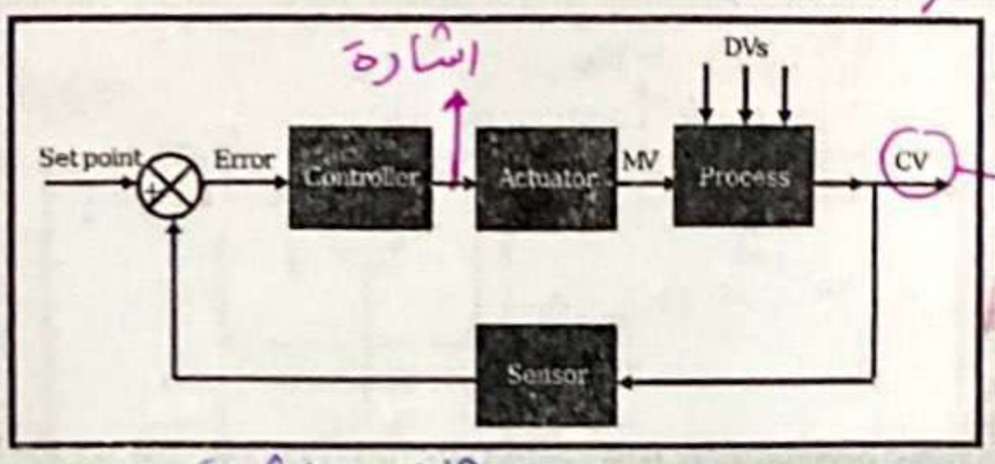


Scanned with CamScanner

* الـ actuator بنعتمد على اشياء based مثلاً: control valve او heater وغيرها حتى نعدل الـ process عشان نعطيني الـ CV حسب الـ specification اللي بدي اياها

راح نركز عليه

➢ *The block diagram of feedback control system is:*




هاي هي الـ loop اللي راح نعتمد عليها

اشارة

بتوخذ منه signal عبر طريق الـ sensor وارجاعها الـ set point

المفروض اذا في deviation value of error يعطينا وهاد الـ error بروح ع الـ controller اللي بناءً على الـ math model الموجود فيه بعطي اشارة الـ actuator انه يشتغل

هاي الاشارة بترجع

- *In this course we will visit all the block elements of the control system, first.*
- *Then, analyze the whole system all together.*
- *Then, consider the variations of the elements.*

بتقدم بدنا نطلع العلاقة بين الـ CV والـ dist... بدك نطلع الـ math. func. اللي بدك تطلع هاد الـ function اللي بتمثل كل الـ process بدك ياها كلها بتعين الاعتبار وتطلع منها العلاقة



هاي الـ model اللي رح نطلع هنا هو عبارة عن diff equation بدي diff orded عشان

بتكون First or second order وأي order تانية

* قدامنا بدنا نرجع للـ ode اللي بعتمد قدامنا الـ order اللي عنا

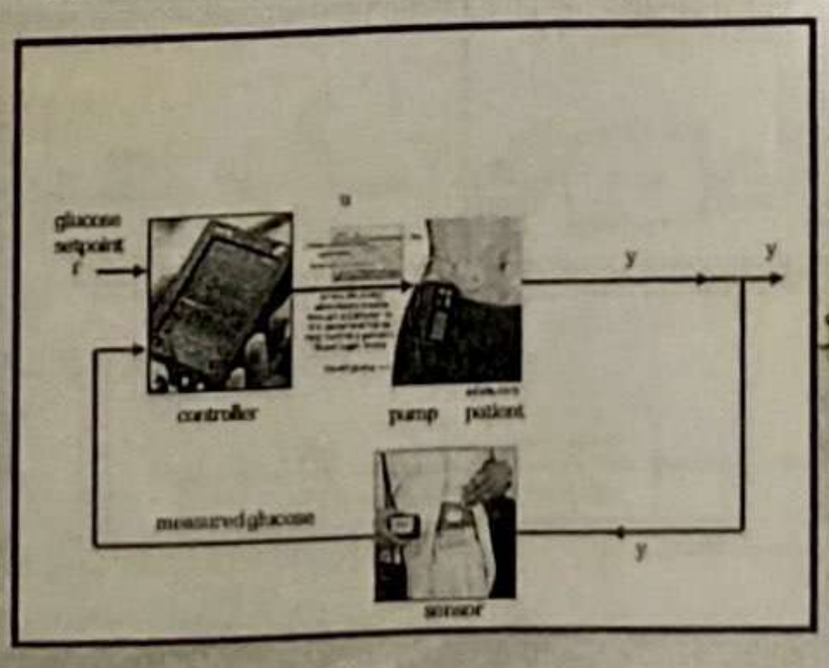
بعض النقاط عن الـ order انواع الـ diff. equation اللي اخدناها

① homogeneous
② non homogeneous
③ Linear
④ Constant coefficient
⑤ Variable coefficient

➢ *Illustrative examples:*

- *Closed-loop artificial Pancreas:*

الـ loop هاي موجودة بجسم الانسان من تنظيم عمل السكر بالدم




① الـ sensor الاول نحس السكر بالدم وبنزع هاي الفيالات بترسل اشارة بترجع بعد الـ sensor الـ transmitter ع

# بعض الـ system شغال لغاية ما ياكل شي فيه سكر كبير في الـ dist... ع طول بترسل اكسم اشارة عشان يفرز الانسولين، بالفترة اللي صار فيها ss. un. اللي هي مرحلة الـ detection والـ corrections اكسم ما يكون قادر يشتغل هيك لحد ما يرجع لنرجع مرة تانية



Scanned with CamScanner

* المفروض الـ loop اللي بدي آخذها اعرف فيها كل الـ components

➢ *Illustrative examples:*

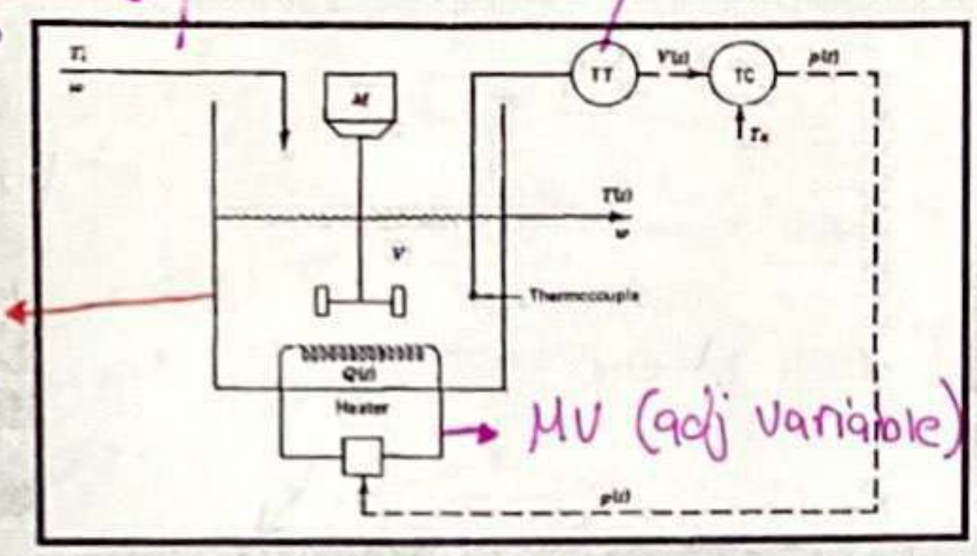
- *Schematic diagram of a temperature feedback control system for stirred-tank heater:*

controlling عليها ما Feed الـ
وممكن تكون هي مصدر الـ dist.

controllar للتحكم

الحرارة جوا الـ tank هي الـ CV

الحرارة اللي جوا هي نفسها حرارة الـ out stream




level في tank
عين بده يدخل عليه
وعين بنعلبه Flow
ويدنا heating
خايفة عليه T وعينة



الـ controllar بده يطلع signal الـ actuator والـ actuator بده يتحكم بالـ heater مرة ثانية

لازم اعمل الصورة اللي فوق بهاد الـ flow chart

➢ *Illustrative examples:*

closed loop

هون بروح ع الـ error اللي بطلع عن الـ controlaلا

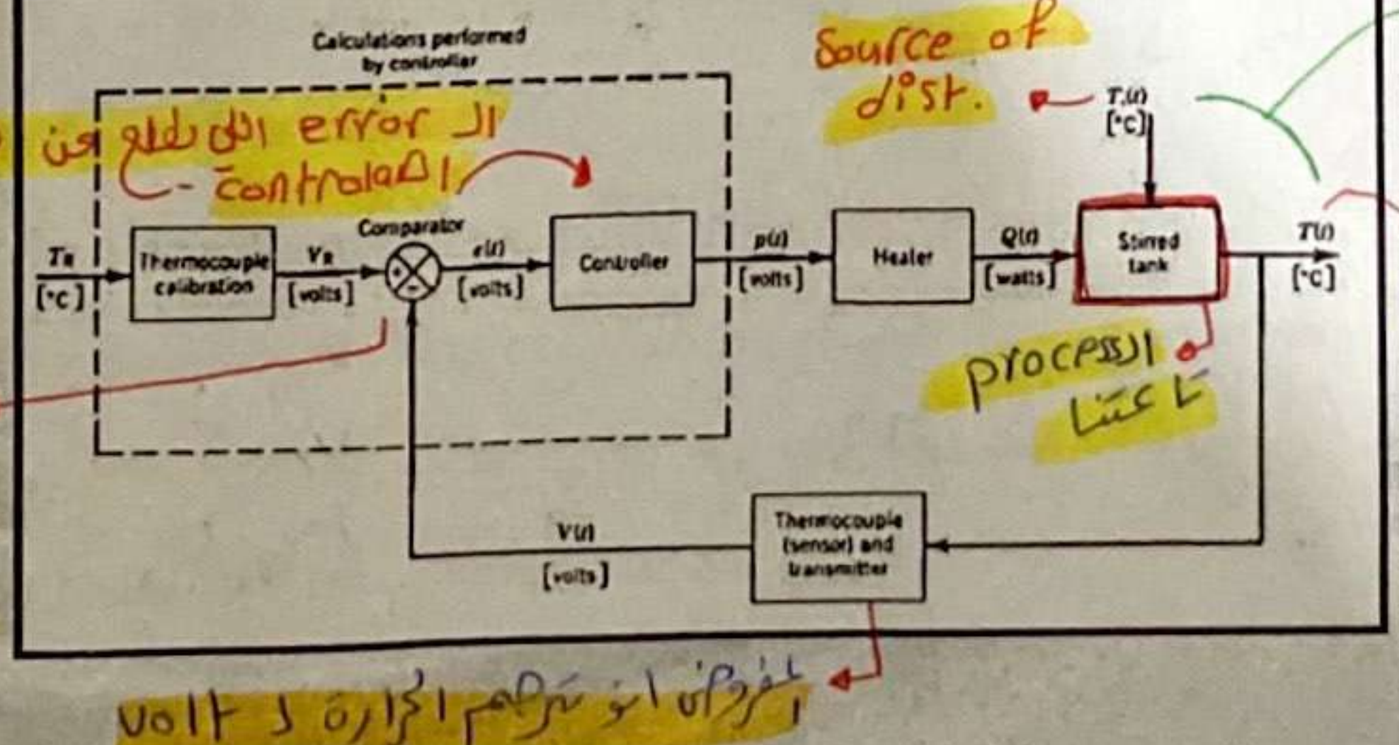
بدنا نربط هدول الحرارتين مع بعض

source of dist.

output → representation of the actual temp inside the reactor

الـ process تاعتنا

بدي الإشارة هون وبقارنها بالـ set temp




المفروض انو نترجم الحرارة لـ volt

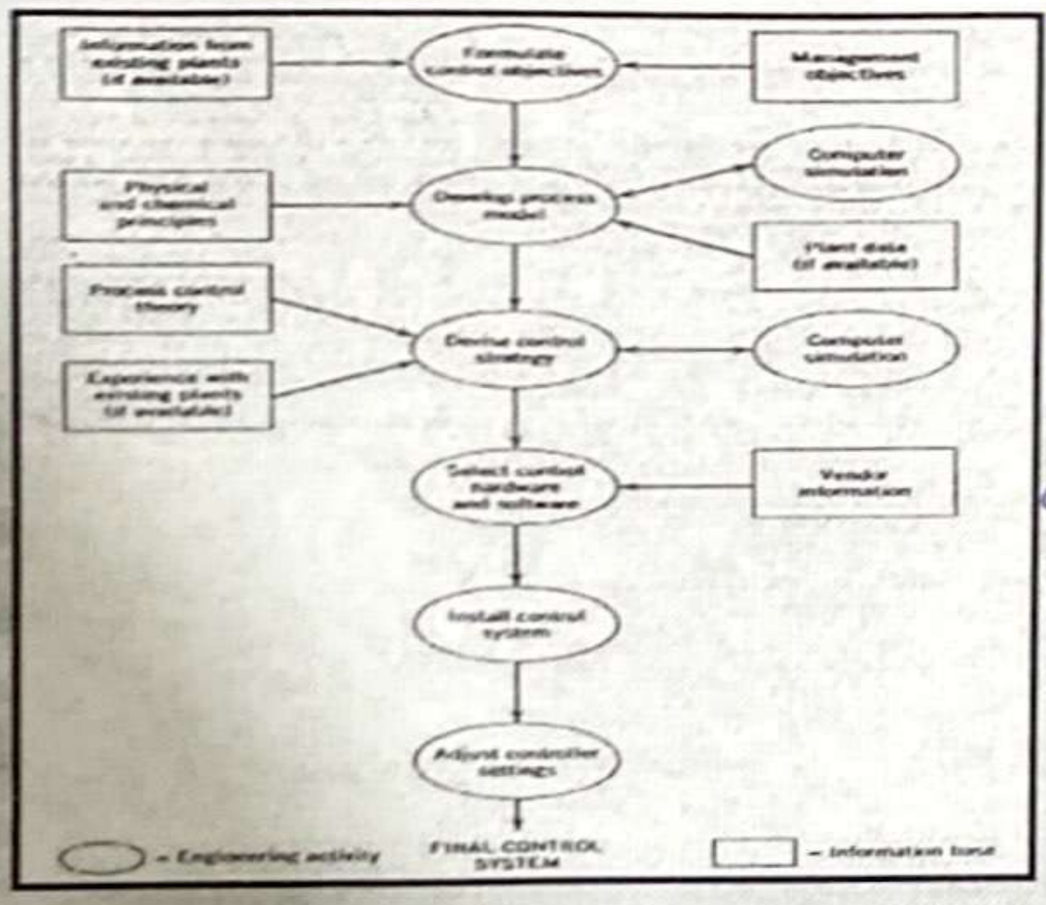
"Block diagram for temperature feedback control system"



Scanned with CamScanner

① project definition :- process لـ بدك تكون فاهم شو هاي
② user requirement definition :- اشي مي الـ parameter اللي بدك تشتغل فيها
③ system requirement definition :- input كـ
بعض الاحيان بدك تاخدها كبديهيات

➢ *Major steps in control system development:*




* بالنهاية من خلال كل هاي الـ analysis اللي بدك تعمله والـ design والـ Math... والـ equations بتقدر تفهم الـ different variables اللي بناء عليها بده كفعلك الـ objective



➢ *Performance assessment of process control:*

- *Closeness to set points*
- *Short transient from one set point to other set points*
- *Smaller overshoot and less oscillation( stable control system)*
- *Smooth and minimum changes of variable manipulation*
- *Minimum usage of materials and energy*



Scanned with CamScanner

# Process Control

## Mathematical Modeling


The University of Jordan

Chemical Engineering Department

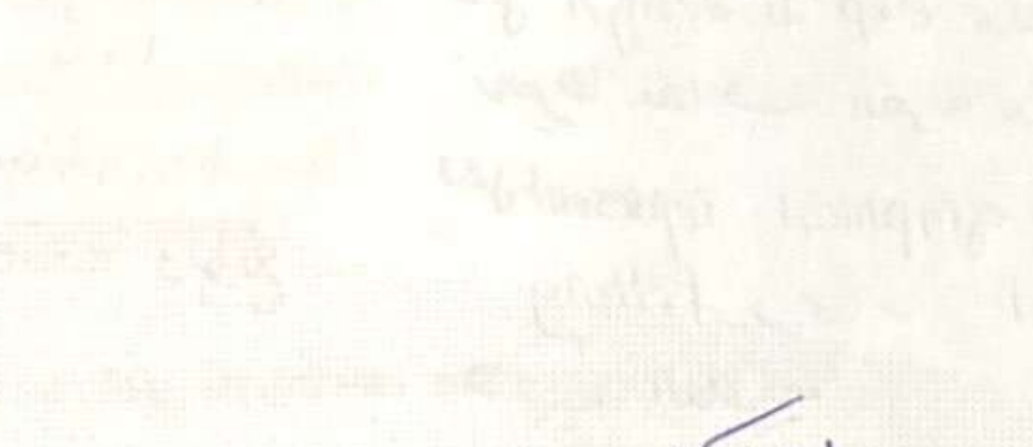

Fall 2022


Prof. Yousef Mubarak




### Outlines

- Basic concepts and definitions
- Steady-state model vs. dynamic model
- Degree of freedom analysis
- Models of representative processes







Scanned with CamScanner

* نفس، نعمل math. model لكل انواع الـ process :- distillation , Leaching - mixing

* الـ process مش بالضرورة تكون production process، مش بيعني بعطيه raw material وبعطيني output، هون قصدنا اي عملية بدك تعمل عليها control هاد الـ device او الـ equipment او الـ tool او الـ step هاد هو الـ process

## Mathematical Modeling of Chemical Processes

بدك تمثل رياضياً وتحاكي واقع فيزيائي بدك تدرسه

Basic concepts and definitions:

- *Mathematical Modeling:*

  رياضي، وحنا بدرسها الجزء الرياضي

  *Mathematical representation of the essential aspects of an existing process (or a process to be constructed) in a usable form.*

  process يعني الشغل شو طبيعة الـ

- *Process modeling is both an art and a science. Creativity is required to make safe assumptions that result in an appropriate model. Note that the mathematical model should be made as simple as possible, but no simpler.*
- *The model equations are at best an approximation to the real process.*
- *Aphorism: "All models are wrong, but some are useful."*

زياد ideal gas law مش مطابقة للواقع

لازم exp. work عليها based مش

* ما بنتاع exp. عشان اعمل modling، بعمله بناءً على مرجعي للموضوع

* اذا ما عرفنا نحل المعادلات numerically بطرق analytically

* احنا لازم نتعرف بعض هاد units زياد heating, cooling, mixing هدول اشتغلوا فيهم وطبعوا الـ laws وبناءً عليهاي الـ laws انا اشتغل عشان اطبع فيها الـ math. model



بدنا الـ model يكون :-

① يمثل جيد للظاهرة ② غير معقد ③ غير مكلف

هو ما في math model يمثل المتغيرات وتأثيرها مازاع اقدر احدد الـ set point لدى controller

كل ما دخلت متغيرات صار الـ model معقد

- *Modeling inherently involves a compromise between model accuracy and complexity on one hand, and the cost and effort required to develop the model, on the other hand.*
- *Where to use mathematical modeling:*
  - ✓ *To improve understanding of the process* → بدك تفهم شو process الـ
  - ✓ *To train plant operating personnel* → يعملوا محاكاة بس مش بالحقيقة مثل اللي بندرب بواع الطيران
  - ✓ *To design the control strategy for the new process* → الجزء اللي بهمنا اصيانا الـ existing process بكون فيها عطل لازم نعمل عليها controlling
  - ✓ *To select the controller setting* → based on math. model
  - ✓ *To design the control law* → FF / FB / cascade / gate / globe valve → شو نختار
  - ✓ *To optimize process operating conditions* → optimization بدنا نعمل based on math. model



Scanned with CamScanner

* في كتير من الـ unit بالـ block flow diagram

بس كل unit فيها بتحتاج control - هاد الـ system بيع الـ control اللي عملته ع هاي الـ step هو اللي بدك اسميه الـ process عادتا

* لما بجي كل الـ model ما راح يعطيك بالزبط الـ behaviour بيع الـ tank او الـ rxn او الـ cooling مثلا:

* الـ math model بيحتاج الـ validation doesn't need any validation

اذا انت بدك تعمل الـ validation هاد راح يدعم الـ model اللي انت عملته

* عنا طريقتين لـ modling:

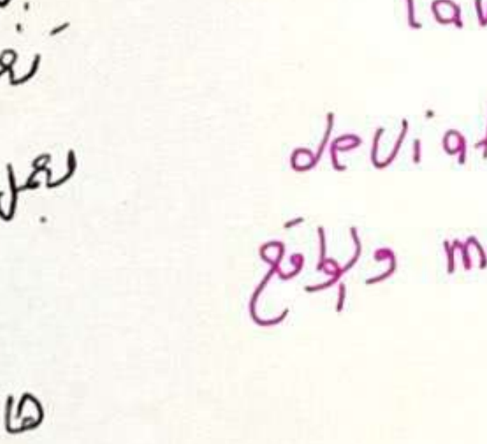
math. model
analytical model
↓
نموذج رياضي لا يعتمد على نتائج مثال عليه الـ ideal gas law

① theo. modling
② exp. modling ← انك ترجع المختبر وتقول بدي اعمل هاي العملية ويكون في عندك عدة variables مثلا 4 او 5 بدي اشوف شو تأثيرهم كلهم ع الـ output او ع الـ product بعمل design لـ exp وبشوف شو الـ variable اللي لازم تغيرها بهاي التجربة عشان بالاخر يطلع معك set of data بعدين بعملها graphical represent لهاي الـ data بعدين بعملها fitting وبختار model نموذج رياضي وبكتبه بمثالي هاي العلاقة

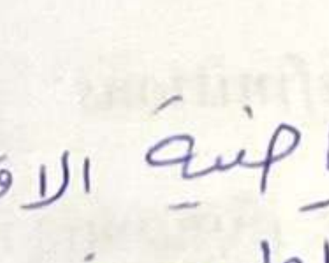
deviation ويكون في بين الـ model والواقع

* بالنماذج الرياضية الافتراضية اللي مثل $PV=nRT$ بكل variable الـ effect ، meaning الـ variable في الـ model other variable وبالـ تركيب بعمل fitting عشان يطلع معك parameter ، model مالهم تفسير او معنى

* الـ math model اللي انت عامله هو ال النقاط اللي جراب شوي ع الـ model اللي عنا ما فيه في اساس او $PV=nRT$ في تفسير بكل وحدة منه هو




لو كنت تعرف شو عمله هاد الـ model وبدك تعمل model بيكون الـ $R^2=1$ يعني بده يمر بكل النقاط بدون اي error



لـ $R^2=1$ يعني ما في different بين القيمة الـ calculated والـ experemental

$$T = 2\times10^{6}\,\underline{V} + \sin\underline{V} + \underline{\underline{\sqrt{B}}} + \underline{\underline{C}}$$

هاي لها effect

هول ما الهم معاني هم عبارة عن parameters فقط
- لحكي ما اقدر اربط لا الـ P ولا الـ Temp فيهم بالباقي
they have no meaning

# هاد الـ model بالاخر اكفاني $R^2 = 1$ يعني افضل من الـ model اللي بستخدمه theo.

* * theo model → they have meaning and each parameter in the model has it's meaning and effect on the other parameter *

* * exp. model → not nessesry to have meaning :- يكون فصول اذا انا وهتم اكرف اذا غيرت الـ V شو بصير بالـ T حس بالفيزياء physical meaning على الـ other parameters

## Classification of Models

- Theoretical models
- Empirical (experimental) models
- Semi-empirical models (combined approach)

# بعض الاحيان نضطروا نعملوا جزء من اد model نعتمدوا فيه على theo. background واجزء اخر معتمد على exp. work



## Theoretical Model

- Based on physical/chemical/biological relationships and conservation laws:
  - ✓ Material/energy balances
  - ✓ Heat, mass, and momentum transfer
  - ✓ Thermodynamics, chemical kinetics
  - ✓ Physical property relationships
- Difficult to develop and it can become quite complex.
- Variables and parameters have physical meaning.
- Can be computationally expensive (not real-time).

لما نبدي نحول اي physical راح نحول لـ math. model نستخدم وحدة من هدول او اكثر زي ما بدنا

كل parameter موجود بالـ model له تفسير وتأثير على المتغير

بعض المعادلات بتركبها وبتروح وبترجعلها تاني بدي وتكون لسه فيها iteration



Scanned with CamScanner

## Theoretical Model:

numerical model بـ
ما بنعمل extrapolation لـ data

extension بنعمل data برا range اللي

- *Extrapolation is usually valid thus it can be used for rigorous prediction of the process behavior.*
- *Does not require experimental data to obtain (data required for validation and fitting)*

وحدة من حسنات الـ model انو منا احل الـ analytical model للحلع معاي معادلة وهاي المعادلة بقدر استعملها عشان اوجد الـ dependent variable اللي بعتمد ع الـ independent variable بالربط حسب الـ model

مثلاً: $PV=nRT$ ← المتغير التابع

قدرش قيمة الـ pressure لـ نغير الـ T والـ V بهاي القيمة ...

Yousef Mubarak Chemical Process Control

* numerical → don't give equation

* لـ احل اي تكامل بالاخير لطلعلي معادلة مثلاً: $y=f(x)$ - لـ بدي اجب y عند اي x بعوض بالمعادلة، لكن لـ numerically تكامل مثلاً من 0 الى 1 انت بتعطيني الجواب عند الواحد بس، لو امكيلك قدرش قيمة التكامل عند النص ما بتقدر

لازم تعيد التكامل من اول وتكامل من الصفر للنص

## Conservation Laws

- *Conservation of Mass* (total)

$$\begin{Bmatrix}\text{rate of mass}\\ \text{accumulation}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\text{rate of mass}\\ \text{in}\end{Bmatrix}-\begin{Bmatrix}\text{rate of mass}\\ \text{out}\end{Bmatrix}$$

- *Conservation of Component i*

$$\begin{Bmatrix}\text{rate of component i}\\ \text{accumulation}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\text{rate of component i}\\ \text{in}\end{Bmatrix}$$
$$-\begin{Bmatrix}\text{rate of component i}\\ \text{out}\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}\text{rate of component i}\\ \text{produced}\end{Bmatrix}$$



Yousef Mubarak Chemical Process Control

Scanned with CamScanner

## Conservation of Energy

- *The general law of energy conservation is also called the First Law of Thermodynamics. It can be expressed as:*

* الإشارة تختلف حسب هل خضنا ع اد System كرارة ولا اخذناها منه وهل خضنا عليه work ولا اخذنا work منه

$$\left\{\begin{matrix}\text{rate of energy}\\ \text{accumulation}\end{matrix}\right\}=\left\{\begin{matrix}\text{rate of energy in}\\ \text{by convection}\end{matrix}\right\}-\left\{\begin{matrix}\text{rate of energy out}\\ \text{by convection}\end{matrix}\right\}$$

$$+\left\{\begin{matrix}\text{net rate of heat addition}\\ \text{to the system from}\\ \text{the surroundings}\end{matrix}\right\}+\left\{\begin{matrix}\text{net rate of work}\\ \text{performed on the system}\\ \text{by the surroundings}\end{matrix}\right\}$$

- *The total energy of a thermodynamic system is the sum of its internal energy, kinetic energy, and potential energy.*



* بناخذ exp. data وبنعمل exp. work لـ design مثلاً، run بدك تغير فيهم الـ volume ، و run بدك تغير فيهم الـ temp. ... واشوف تجربة شو تأثيرهم على بعض - بنعملهم representation graphically

## Empirical Model

* في softwares بتعطيها الـ data بتطلعلك آلاف الـ models ، في كتير من هاي الـ model اللي طلعت الـ $R^2$ = 1 يعني الـ model بمر بكل النقاط بدون اي انحراف بس عكسه ما بعرف تقرأه بالتالي بكون غير مفيد

- *Based on curve fitting and analysis of experimental data.*
- *Requires well-designed experiments.* اهم لا نشتغل بالـ Factor
- *Easy to develop and usually quite simple.*
- *The behavior is usually correct only around the experimental conditions considered (dangerous to extrapolate).*
- *Parameters of the model may not have physical meaning.*
- *Used for control design and simplified prediction model.*

* اذا كان الـ design exp. صح بالـ تقلل عدد التجارب

* كل parameter في الـ model
* الـ variables معروفين يا dep يا indp.



بنحكي عنه اد parameter اللي هي الارقام اد constant اللي بتضربها زي اد B واد C

Scanned with CamScanner

* كل العمليات الصناعية الكيميائية على الأقل بتبلش بـ dynamic process
ما في process بتبدا بـ ss

* لهاد الـ course الـ ind. variable هو الزمن

## Dynamic Versus Steady-State Models

كيف الـ variable تتغير مع الزمن

*Dynamic (unsteady) model:*

- *Describes time behavior of a process.*
- *Dynamic models of chemical processes consist of ordinary differential equations (ODE) and/or partial differential equations (PDE), plus related algebraic equations.*

مثال ع معادلة جبرية 👇
$PV = nRT$

*Steady-state model:*

- *Steady state: No further changes in all variables with time.* الـ variable بظل تتغير مع الزمن
- *Can be obtained by setting the time derivative term zero.* الـ slope بصير يساوي صفر
- *Steady-state model of chemical processes consist of:*
  - ✓ *Algebraic equations (AE) if all variables do NOT change in space.*
  - ✓ *DE and AE if some variables do change in space.*



## Linear versus Nonlinear Models

*Based on the linearity of the dependent variable:*

- *Linear model:*

*No nonlinear terms of dependent variable such as:*

- *First-order linear ODE:*

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} = -y(t) + Ku(t)$$ $\tau$ and $K$ are constants

- *$n^{th}$-order linear ODE:*

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_0 y(t) = b_0 u(t)$$



Scanned with CamScanner

انواع الـ ordinary diff equ. :-

النوع الأول: نكتب ODE reg. its order: two cases ↓

① homo ← with Const. coeff
         with variable coeff

② non-homo ← with const. coeff
             with variable coeff

* 2nd Doff equation with const. coeff

① $(y'')' + (\underline{\underline{a}}y')' + (\underline{\underline{b}}y)' = \underline{\underline{0}}$ → r(x) = 0 homo.

الـ power نقرؤ عنه هو الـ degree
الـ power = 1

* 2nd diff equi. with const. coeff

② $y'' + ay' + by = \underline{\underline{r(x)}}$ → r(x) ≠ 0 non-homo

* 2nd diff equation with variable coeff.

③ $x^2y'' + axy' + by = \underline{\underline{0}}$ → homo

* 2nd order diff. equi. with variable coeff.

④ $\underline{\underline{x^2}}y'' + a\underline{\underline{x}}y' + by = \underline{\underline{r(x)}}$ → non-homo

* عشان نطلع الـ general solution

for ① & ③ → we only have homo. solution so $y_g = y_h$

for ② & ④ → $y_g = y_h + y_N$
$y_h$: homo. للجزء الأيسر بدون الـ r(x)، بنحط الـ r(x) = 0 نصير زي الـ homo
$y_N$: non-homo (has no arb. const.)

* الـ particular solution هو الـ solution اللي نحصل عليه من الـ $y_g$ بعد ما نطبق الـ condition اللي في السؤال، المفروض عشان اطلع $y_g$ ما اضيع اي arbitrary solution لأي condition لأي وحدة من المعادلات لأنو راح يطلع دائماً وأبداً arbitrary const مع $y_h$.

* arbitrary const ← constants مضروبين بجزء من الـ Solution وفيهم Solution الـ based على الـ conditions - هيك فيهم نعبروا حسب الـ arbitrary

* $y_1C_1 + C_2y_2$ → for 2nd order (لو 3rd order بنضيف $y_3$)
arbitrary constants

* $y_N$ ما فيها arb. const. يعني اي arb. const. لازم ما يكون بـ $y_N$ - arbitrary consts. ممنوع يكون فيها أرقام، ممنوع تكون فيها unknown const. عبارة عن arbitrary والـ unknown const.

Madar ask & believe & recieve
Scanned with CamScanner

* في لس وحدة yg لـ diff. equi. نعض النظر عن الـ condition

لكن في اكتر من yp لنفس الـ diff. eq. للسو كل مرة نغير الـ constants لطلع معي

yp new حس انها نفس شكل الـ yg و

* ممكن اروح احل الـ diff. equi :-

اول مرة افرض انو الـ condition ← y(0) = 1 ← لما اطبقهم ع الـ yg و لطلع y'(0) = -2 معاي $c_1$ و $c_2$ الهم ارقام

اذا غير هاي الـ condition ← y(0) = 1 ← اذا طبقه هدول الـ condition y(2) = 4 لطلع معي قيم جديدة لـ $c_1$ و $c_2$

* لما نحدد قيم الـ constants

نطل اسمه yg صار اسمه yp - عنا

لتير yp لـ diff. eq. بس لـ

وحدة yp lic initial value of problem

* مستحيل كمل ع yp بدون yg تكل الـ common we only have (1) yg

$y_1 c_1 + c_2 y_2$ هدول ممكن يكونوا اي رقم - وكل ما غيرت الارقام راح نطلع solution

بس انت ما بتعرف شو هي الـ condition - بس اذا في $c_2, c_1$ لـ وحدة واحد unique solution نطلع condition

# كيف نطلع yp ؟!

① undetermined coeff.
② variation of parameters
← الطريقتين مختلفوا كلياً عن بعض

وحدة بنفرض asumbtion لـ solution وبنطلع قيم الـ unknown coeff. integration الـ على وحدة بنعمد فيها ،

** كيف كل الـ diff. equi. الـ بتكون ما بتشبه ولا وحدة من الحالات الاربعة

① when we have constant coeff.

$y_h = e^{\lambda x}$ ← real, repeated, complex → 3 type of solutions نطلع معنا لهاي الحالة

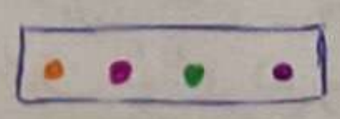
② for variable coeff.

$y_h = x^{(M)}$ ← (M) → constant

الـ كلها نطلع معاك قيم M

← real ← قيمتين مختلفات
← repeated ← قيمتين تشبهوا بعض
← complex ← بتكون _ve

$(M_1, M_2)$


← الحرارة ع كل نقطة مختلفة لانو هي Variation لل Longitudinal للحرارة


← لل radial اذا مرضيت انو ما فيه Variation معناها اي point ع هاد المقطع الها نفس الـ temp

Scanned with CamScanner

$e^x y'' + axy + by = 0$ → we have variable coeff * derivative

* لا نصير deviation عند اي وحدة من الحالات الاربعة ، عندها ما بنحل بالطرق السابقة لا في y و y' ولا $y_h$ ولا $y_n$ بنحل باستخدام الـ series solution

* Series solution is the general way to solve any diff equi.
وبعض الـ series إلها اشكال رياضية ثابتة
مثلاً لو كان عنا بالمعادلة ... exp نشيلها ونشوف مكانها الـ series تبعتها ونضربها بالمشتقة ، وعشان اوجد المشتقة بدي ارجع اوجد solution لـ y

** شو شروط الحل بالـ Laplace ؟! لا تصلح لكل انواع الـ diff. equi.

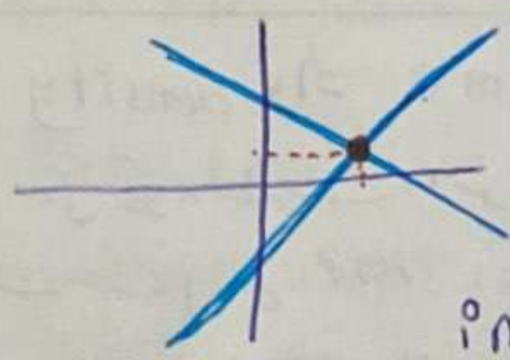
① لازم تكون المعادلة linear مش وهم homo ولا non-homo

② لازم تكون with constant coeff

③ ممنوع يكون عندنا initial value problem
هدول الـ two condition ما بنحلوا ← $y(1) = 2$, $y''(1) = 5$
عشان الـ Laplace لا تواجد ind. var. مش صفر

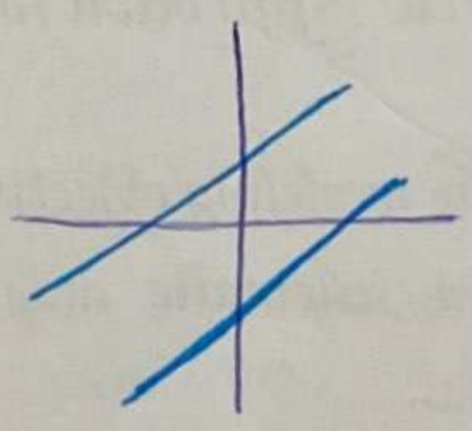
initial condition هاي بقدر احلها لانها ← $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$
and the value of ind. variable must be at time = 0

عشان نقطع معنا هاد الكل لازم كل المعادلات indep..

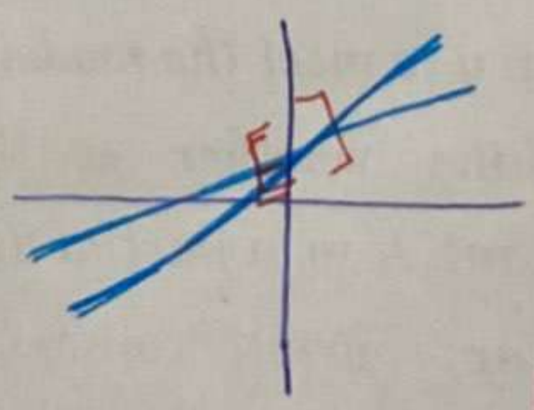


at $x_1$ and $x_2$
فيه ↑ ← only one unique solution عند نقطة
التقاطع المعادلتين راح يكونوا متساويات

** well system



∞ الحل يكون إلا - there is no solution
هدول طارح بعضا طلعوا ← no solution at all

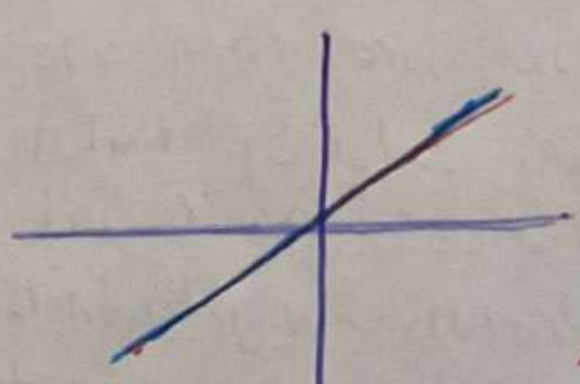


يقطع معنا هدول الحالات يكون عنا معادلات dependent

الـ system الـ هاد الـ - interval solution عنا
many solution ← فيه من الفترة

** ill system

infinite number of solution هدول ←



Scanned with CamScanner

* كل العمليات الصناعية الكيميائية على الأقل بتبلش dynamic process
ما في process بتبدا steady

## Dynamic Versus Steady-State Models

* لهاد الـ course الـ ind. variable هو الزمن

Dynamic (unsteady) model:

- Describes time behavior of a process. ← كيف الـ variable تتغير مع الزمن
- Dynamic models of chemical processes consist of ordinary differential equations (ODE) and/or partial differential equations (PDE), plus related algebraic equations.

مثال ع معادلة جبرية
$PV = nRT$

Steady-state model:

- Steady state: No further changes in all variables with time. ← الـ variable بكل تتغير مع الزمن
- Can be obtained by setting the time derivative term zero. ← الـ slope بصير يساوي صفر
- Steady-state model of chemical processes consist of:
  - ✓ Algebraic equations (AE) if all variables do NOT change in space.
  - ✓ DE and AE if some variables do change in space.



* واع تركز ع الـ unsteady state او الـ dynamic ← بالثاني واع بطلع معنا diff. equ.
اي الـ variable بكون عنا with respect to time

* معظم الحالات واع كل الـ ordinary diff eq. ، not partial diff eq.
* بالـ partial diff eq بدنا يكون عنا two independent variables تتغير

## Linear versus Nonlinear Models

معاهم الـ dependent variable
لهيك عنا واع ناخد الـ case اللي فيها partial diff. equations

Based on the linearity of the dependent variable:

- Linear model:

No nonlinear terms of dependent variable such as:

* الـ ordinary diff. eq فيها dep.var و one ind. var. والزمن هو اللي واع يكون الـ ind.

- First-order linear ODE:

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} = -y(t) + Ku(t)$$

$\tau$ and $K$ are constants

عشان تكون الـ linear المعادلة
ما بتطلع الـ terms اللي فيها الـ dep.
① ممنوع يكونوا الـ dep مضروبين ببعض
② ممنوع الـ dep يكون مرفوع لاي قوة غير الواحد
③ ممنوع يظهر باي صورة فيها جذر او sin او cos او log او Ln

- $n^{th}$-order linear ODE:

order ←

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_0 y(t) = b_0 u(t)$$

بصير الـ order يزل لحتى نوصل لـ y للقوة 1



Scanned with CamScanner

- *Nonlinear Linear model:*

*There are nonlinear terms of dependent variables such as :*

non-linear طلاع طرحية

non-linear حتى المعادلة كلها

non-linear تتحول

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} = -y(t)^2 + Ku(t)$$

↳ dep. with power 2

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} = -\sqrt{y(t)} + Ku(t)$$

↳ not explicit

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} y(t) = -y(t)\sin(y) + Ku(t)$$

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} = -e^{-y(t)} + Ku(t)$$

متى تكون diff. eqn ال non linear ؟!

لازم انطلع ع الـ dep. variables خالتنا هاي هوا y

لـ ال laplace ولا وحدة فيه هدول بحل.



* شو الـ assumption اللي بدك تخطها ؟! مثلاً هل الـ density والـ volume constant ولا لأ ، لازم نخد افتراضات safe مش تكون عارف انو هاد متغير والله تأثير ع النتائج وبعديه بحكي بدك constant اعطه او بدك تشتغل ع gas state بـ density بس بدك تعتبر انو الـ density constant يكون ... هون ما بصير لانو الـ density بتتغير مع الـ temp. diff temp.

## *Systematic Approach for Developing Dynamic Models*

بدك تحسب conc. / volume / high ؟!

1. *State the modeling objectives.* ← بدنا نحط diagram نبين فيه الـ input والـ output
2. *Draw a schematic diagram of the process and label all process variables.* ← الـ MV والـ DV ، CV والـ كل المعطيات اللي ممكن نستفيد منها
3. *Make safe assumptions (models should be no more complicated than necessary to meet the modeling objectives).* ← حتى نعمل simplification للـ system - عنا معادلات كثيرة ممكن نستفيد منها
4. *Determine whether spatial variations of process variables are important. If so, a partial differential equation model will be required.*
5. *Write appropriate conservation equations (mass balance, component balance, energy, ....etc).*

ordinary diff. equ. كول الـ ← Spatial

لـ partial diff. equation يعني لازم more than one dimention بالـ analysis قبل ما بدك كشوف كوع الحرارة بـ pipe ، اذا بدك تاخد الـ Spatial بدك تعتبر التوزيع الـ along x-direction و تتغير و الـ along الـ radial dir. بدها تتغير كمان معناها الـ temp صارت تتغير بـ two direction الـ longitudinals والـ radial

فما معظم الحالات فنفرض انو التغير للـ temp بالـ pipe one dimention فقط ونحل الأكواد اللي جاي

Scanned with CamScanner

* عشان اطلع unique solution لازم يكون عدد الـ equations يساوي عدد الـ variables ولازم هدول الـ equations يكونوا ... independ عنوع اكتب معادلات dependent

اذا كنت بتتعامل مع diff. state بدك تحاول تقدم بـ equilib ... gas ، liq هي بتساعد بحل المعادلات

6. *Introduce equilibrium relations and other algebraic equations (from thermodynamics, transport phenomena, chemical kinetics, equipment geometry, ..etc).* هم عشان نعرف هل عدد المعادلات اللي طلعناهم كافي ولا لا

7. *Perform a degrees of freedom analysis to ensure that the model equations can be solved.* عنا ٣ حالات : DoF = 0 ، عدد المعادلات اكبر / عدد المعادلات اصغر

8. *Simplify the model. It is often possible to arrange the equations so that the dependent variables (outputs) appear on the left side and the independent variables (inputs) appear on the right side. This model form is convenient for computer simulation and subsequent analysis.*

9. *Classify inputs as disturbance variables or as manipulated variables.*



Scanned with CamScanner

* الـ dep. equi. ما بنعدوا
* لازم يكون عدد الـ variables يساوي عدد الـ equations
* يكون في dep. واحد بالمعادلة والباقي ind.
* طالما بنحكي عدد الـ DOF فمعناه بعد الزمن فيه الـ DE ما بنعتبر يكون موجود بكل الـ ind. var.

## Degree of Freedom ($\mathcal{N}_F$) Analysis:

mass / energy / mechanical energy balance ....

$$\mathcal{N}_F = \mathcal{N}_V - \mathcal{N}_E$$

$\mathcal{N}_F$ = Degree of freedom (# of input variable to be specified).

$\mathcal{N}_V$ = Number of variables

$\mathcal{N}_E$ = Number of independent equations (# of output variables to be found/controlled) (indep...) عدد المعادلات = unknown يعني عدد الـ

- If $\mathcal{N}_F = 0$ : system is exactly specified. Unique solution exists.
- If $\mathcal{N}_F > 0$ ($N_V > N_E$) : system is underspecified. Infinity number of solutions exist. (لازم نفرض واحد من الـ variables عم كنبدأ ونطلع الثانيات) (لازم نفرض assumption حسب الـ solution فيه نطلع var.. جديد)
- If $\mathcal{N}_F < 0$ ($N_V < N_E$) : system is overspecified. No solutions exist.



Scanned with CamScanner

* مش بنحدد اذا الـ matrix او الـ equation كانت dep.. ولا indep.... !؟

لازم الـ det.. لـ matrix ما يساوي صفر

اذا طلع الـ det.. لـ system = صفر، معناها ما في حلول لـ system وبكونوا other equation عل dependent

هيك المعادلتين dep لانو إلنانية نفس الاولى بس مضروبة بـ 2

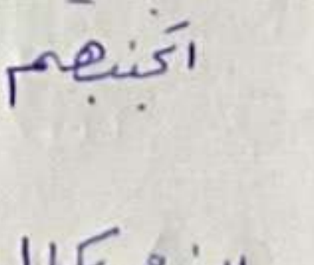
$X_1 + X_2 = 5$
$2X_1 + 2X_2 = 10$

$[A] \cdot \{x\} = \{c\}$

① $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5 \\ 10 \end{Bmatrix} \Rightarrow$ det = 1*2 - 1*2 = 0

zero = الصفر det كل الـ systems اللي الـ

there is no solution ← ما بتحلوا



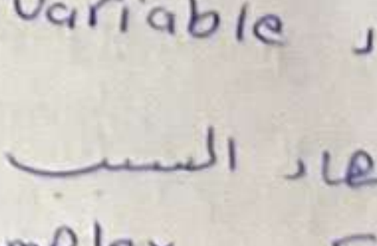
② $X_1 + X_2 = 5$
$3X_1 + X_2 = 7$ $\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5 \\ 7 \end{Bmatrix}$

det = -1 - 3 = -4 these equations are ind.

③ $X_1 + X_2 = 5$
$X_1 + X_2 = 5$ $\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5 \\ 5 \end{Bmatrix}$

det = 0 there is ∞ number of solution

اذا كل الـ solution هو عبارة عن term of variable



# when det = 0 ← ∞ number of solution or no solution at all } بدي اكتبهم

* مشكلة الطرق النيومريكال انها ما بتعطي الـ general solution بتعطيك النتائج فقط - مثلاً لو حليت diff.eq من 0 الى 4 راح بطلع معك ناتج - لو بدك عند الـ 2 ما راح تعرف الا اذا عدت التكامل من 0 الى 2 كمان مرة.

بينما بالـ anaytical sol. بعد ما اغير General equation بتعطي الـ variable فيها حسب اللي بدي اياه.

لهاد السبب الافضل هو الـ ana. sol. بس المشكلة انو في كتير systems بتكون complex وما بتكون الها حل

Scanned with CamScanner

## A Systematic Approach for $N_F$ Analysis

1. List the model parameters: quantities in the model that are known constants (or parameters that can be specified) on the basis of equipment dimensions, known physical properties, etc.
2. Determine the number of equations $N_E$ and the number of process variables, $N_V$. Note that time t is not considered to be a process variable because it is neither a process input nor a process output.
3. Calculate the number of degrees of freedom, $N_F = N_V - N_E$.
4. Identify the $N_E$ output variables that will be obtained by solving the process model.
5. Identify the $N_F$ input variables that must be specified as either disturbance variables or manipulated variables, in order to utilize the $N_F$ degrees of freedom.



## Solution of Model

ODE model

- Linear case: find the analytical solution via Laplace transform, or other methods of calculus.
- Nonlinear case: analytical solution is difficult or usually does not exists.
  - ✓ Use a numerical integration, such as Runge-Kutta (RK) method, by defining initial condition, time behavior of input/disturbance.
  - ✓ Linearize around some condition (usually steady state) and then find the analytical solution.

Forward direction →

$f(x_i^\circ)$ $f(x_{i+1})$ $f(x_i^\circ+2)$

$x_i^\circ$ $x_i^\circ+\Delta x$ $x_i^\circ+2\Delta x$

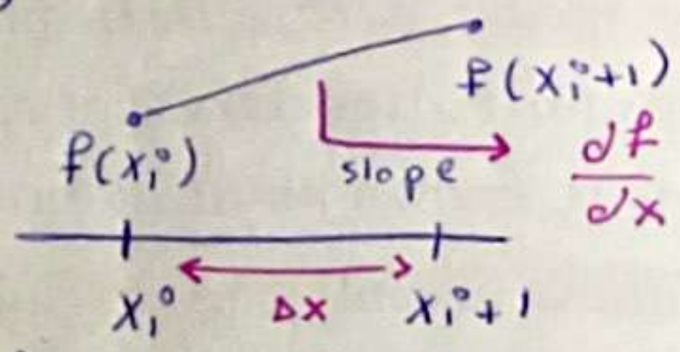
كل مرة بزيد Δx بقصد انه بقصد الـ step

** Forward :-

لقدر اوجد المشتقة عند i فقط باستخدام القيم اللي بالـ Forward direction

لو بدي المشتقة عند هاي مثلاً، بغير الاسماء وبصير هاي $x_i^\circ$ واللي بعدها $x_{i+1}$ بدل $x_i^\circ+2$

find $f'(x_i^\circ)$ = physical slope



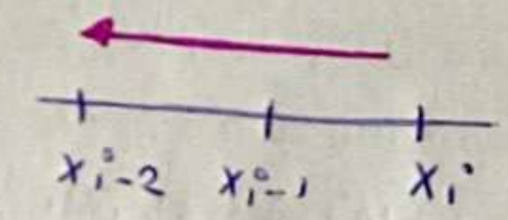

$$\# f'(x_i^\circ) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i^\circ)}{x_{i+1} - x_i^\circ} + o(h)$$

↳ Forward formula

اذا بدي اياها تصير $o(h^2)$ وازيد الدقة بضيف النقطة الثالثة $(x_{i+2})$

بالتالي انا وين عندي مشتقة بالـ PDO بعمل محلها استبدال هاي وبتخلص من المشتقة

** backward :-




$$f'(x_i^\circ) = \frac{f(x_i^\circ) - f(x_{i-1})}{\Delta x} + o(h)$$

Δx ← ما بتغير

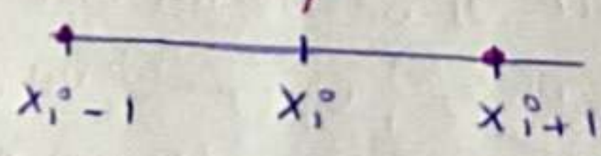
↳ backward formula

الـ error علاقة بالـ step size وقد شو بنزل مقدار الـ error

** Central :-

* كبرنا الـ slope وصار بين النقطتين اللي ع الاطراف

كلها بالوسط وبعمل balance مرة اكيد بين




$$f'(x_i^\circ) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2\Delta x} + o(h^2)$$

# الدقة بالـ central اعلى شي بس هو داعياً نقدر استخدمها وكذلك الـ forward والـ backward شو داعياً نقدر استخدمهم

- الـ forward ما نقدر استخدمها اذا كانت ع الـ end وماشي بعدها ارقام
- الـ backward ما نقدر استخدمها اذا كنت بالبداية وما كان في ارقام قبلها
- الـ central ما نقدر استخدمها ع الاطراف لا بالبداية ولا بالنهاية

** حتى نقدر استخدم الـ central مباشرة لانو دقتها عالية لكن ع الاطراف ما نقدر استخدم الـ forward والـ backward لانو دقتهم غير مقبولة بهاي الـ formula لهيك بنعمل Fitting وبزيد عدد النقاط

Scanned with CamScanner

$\frac{dF}{dx} = \frac{F(x) - F(\bar{x})}{(x - \bar{x})}$ → اعادة ترتيب للمعادلة اللي تحت

عشان اقدر اطبق المعادلة linear واستخدم طرقه لحل المعادلات non-linear

- *Linearization of non-linear term is performed using Taylor Series expansion around equilibrium (steady state)*

* هي الها تكملة بس حنا هون اخذناها بس لعند المشتقة الاولى، كل ما زدنا عدد المشتقات كل ما كانت القيم اكثر دقة

any function ممكن sin, cos, ln, log, $x^2$, $e^x$ ما يطرح شو نوعه

$$f(x) = f(\bar{x}) + \left.\frac{df}{dx}\right|_{x=\bar{x}} (x - \bar{x})$$

يدي اوجد هاي المشتقة

*where overbar denotes the steady-state.*

- *If PDE model: Convert to ODE by discretization of spatial variables using finite difference approximation and etc. Example:*

$$\frac{\partial T_L}{\partial t} = -v\frac{\partial T_L}{\partial z} + \frac{1}{\tau_{HL}}(T_w - T_L) \longrightarrow \frac{dT_L(j)}{dt} = -\frac{v}{\Delta z}T_L(j-1) - \left(\frac{v}{\Delta z} + \frac{1}{\tau_{HL}}\right)T_L(j) + \frac{1}{\tau_{HL}}T_w$$

$$\frac{\partial T_L}{\partial z} \approx \frac{T_L(j) - T_L(j-1)}{\Delta z} \qquad (j = 1, \cdots N)$$

** عشان احولها ODE لحل استبدال محل واحد من الـ ..... var، pnd هون عنا الزمن والـ z هم الـ pnd، راح نعتبر الزمن هو الـ pnd الحقيقي بالباقي انا راح استبدل الـ z باستخدام:
① Forward ② backward ③ central

* هاي المعادلة partical لانو الـ dep.v. اللي هو الـ T تتغير مع t و z اللي هم two dimention two variableine بالباقي هاد كـ pnd ... dep

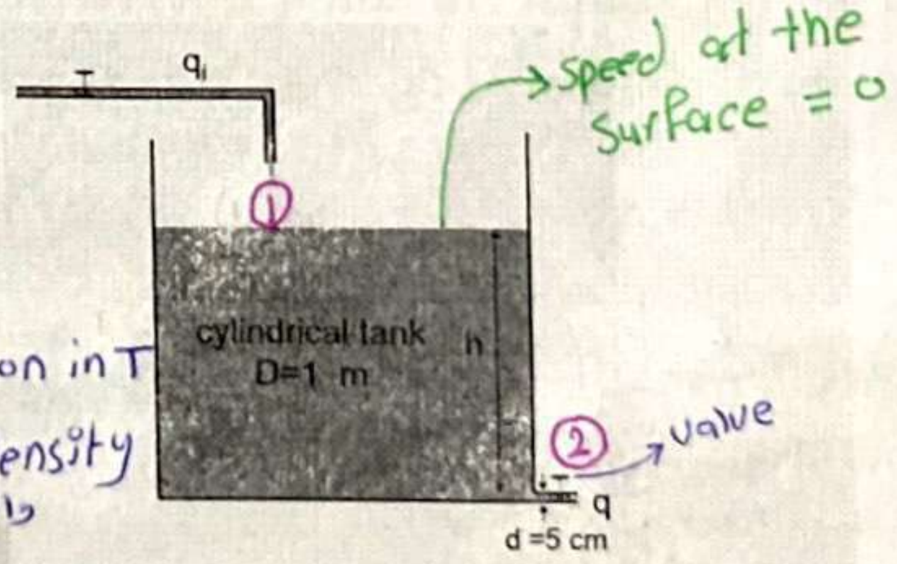


point ① & ② are open to atm
$P_1 = P_2$ يعني

## Example 1: Liquid storage tank

- *(a) Find the steady-state outlet volumetric flow rate (q) and liquid height (h)?* بدو معادلة تربط q مع h other parameter اللي ناقصة وبدي q based

*Assumptions:* → must be logic




- *Adiabatic and isothermal process.* no variation in T
- *Incompressible fluid (Liquid).* no change in density يعني ما بتغير volume
- *Friction in the outlet pipe segments is negligible (short segment).* → not in valve
- *Steady-state Mechanical Energy Balance (MEB) is applicable for this unsteady flow.* بدك تطبق الـ MEB بين ① و ② انها ما بتتغير
- *The valve loss coefficient, $C_v$, does not vary with flow rate.* → يعني مو شرط بضيع



بدي اخسر الـ flow من الـ energy حتى يقطع ع الـ valve اللي outlet الـ

الموجود داخل الـ valve الـ friction

Scanned with CamScanner

اللي قاعدين بأتزوا ع الsystem هم :-

① ال Feed اللي داخل
② ال Feed اللي طالع
③ ال Friction اللي جوا ال valve
④ ال hight اللي هيمثل الvolumeي ع ال tank

*Example 1: Liquid storage tank*

*Let us first model the dynamic behavior of this process*

- *Apply Mass Balance (MB) :*

$$\begin{Bmatrix}\text{rate of accumulation}\\ \text{of mass in the tank}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\text{rate of}\\ \text{mass in}\end{Bmatrix}-\begin{Bmatrix}\text{rate of}\\ \text{mass out}\end{Bmatrix}$$

• حكانا unsteady state يعني في variation لل mass بال tank ← $\frac{dm}{dt}$

volume ← $\frac{\pi D^2}{4}h$ ، mass flow rate

$\rho$ ← $\frac{kg}{m^3}$ * $\frac{m^3}{time}$ → $\frac{kg}{time}$

$$\frac{dm}{dt}=\dot{m}_i-\dot{m}_o$$

التغير بال tank كله ← $\frac{dm}{dt}$ ، $\dot{m}_i$ و $\dot{m}_o$ ← $\frac{kg}{time}$

* incomp- fluid كونه معناها ρ ما بتتغير

$$\frac{d\left(\rho\frac{\pi}{4}D^2h\right)}{dt}=\rho q_i-\rho q \quad (1)$$

ثوابت نطلعوا برا

$$\frac{dh}{dt}=\frac{4}{\pi D^2}q_i-\frac{4}{\pi D^2}q$$

constant

• اذا بدنا نفرق بين $m_i$ و $m_o$ صفر يعني كانوا نفس بعض ← $\frac{dm}{dt}=0$

⇒ this equation have 3 variables (q, $q_i$, h)

كمان بدك تعرف h من المعادلة هاي

** ربطنا ال Volumetric flow rate مع hight of the tank اللي هو ال in وال out

* * اذا كانوا q و $q_i$ ثابتات بيطل عنا $\frac{dh}{dt}$ بس في عنا constant "h" وهاي هي ال steady state بال h ، لو بدنا نعرف ال level بال tank ع ال ss بكونه هو ال h عشان نعرف قيمة h بدك تعرف q و $q_i$ عشان تعرف ال h جوا ال tank



$$P_1+\frac{1}{2}\rho V_1^2+\rho g h_1=P_2+\frac{1}{2}\rho V_2^2+\rho g h_2$$ ← معادلة برنولي

بتوضح الفرق بين ال pressure وال kinetic energy وال potintial energy بين ① و ②

*Example 1: Liquid storage tank*

- *Apply Mechanical Energy Balance (MEB) between a point at liquid free surface ( point 1) and at the outlet section (point 2):*

هاي ال difference بين الطرف الايسر المفروض يروح لل energy اللي بتكونه بهاد الطرف

$$g(z_2-z_1)+\frac{p_2-p_1}{\rho}+\frac{u_2^2-u_1^2}{2}=w_{shaft}-w_{losses}$$

potential ↑ ، pressure ↑ ، kinetic ↑

لانو حكينا $z_1=0$ ، $z_2-z_1=h$

stagnant لانو $p_2=p_1=p_{atm}$ ; $u_1\approx 0$ ; $z_2-z_1=-h$ ; $w_{shaft}=0$

$$\Rightarrow -gh+\frac{u_2^2}{2}=-w_{losses}$$

$w_{losses}$ ← عبارة عن ال friction loss اللي بصير احتكاك جوا ال pipes وال valves وال tank ... بال valve only

لانو اخدنا من فوق لتحت من ① الى ②

$w_{shaft}$ ← ال work اللي من ال system او اللي بنبله ال system ع ال system

$$\Rightarrow w_{losses}=(C_c+C_v)\frac{u_2^2}{2}$$

loss coeff in valve

→ *Energy losses (w losses ) are due to:*

- *Valve; its loss coefficient is $C_v$*
- *Sudden contraction; its loss coefficient is $C_c$*

بدرج بوضعها بالمعادلة

فوق هاد كان معطينا قيم عجاهيل منها



Scanned with CamScanner

*Example 1: Liquid storage tank*

$$\Rightarrow \textbf{MEB becomes: } u_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1+C_c+C_v}} = \sqrt{\frac{2g}{1+C_c+C_v}}\sqrt{h}$$

$$\textbf{But: } q = A_2 u_2 = \frac{\pi d^2}{4} u_2 = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2g}{1+C_c+C_v}}\sqrt{h} \quad \textbf{(2)}$$

*∴ The process has the following 1st-order nonlinear dynamic model:*

$$\frac{dh}{dt} = \frac{4}{\pi D^2} q_i - \frac{4}{\pi D^2} q \quad \textbf{(1)}$$

$$q = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2g}{1+C_c+C_v}}\sqrt{h} \quad \textbf{(2)}$$



*Example 1: Liquid storage tank*

➡ *Now, Degree of Freedom Analysis:*

- *Parameters: D, d, and ρ, $C_v$, $C_c$*

$$\mathcal{N}_\mathcal{F} = \mathcal{N}_\mathcal{V} - \mathcal{N}_\mathcal{E}$$

$\mathcal{N}_\mathcal{V} = 3$ ($q_i$, $q$, $h$)

$\mathcal{N}_\mathcal{E} = 2$ (*MB*, *MEB*)

$\mathcal{N}_\mathcal{F} = 3 - 2 = 1 \rightarrow$ *one input variable should be specified.*

*The output variables: q and h*

*Input variables:* $q_i$

Scanned with CamScanner

*Example 1: Liquid storage tank*

$$\Rightarrow \textbf{MEB becomes: } u_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1+C_c+C_v}} = \sqrt{\frac{2g}{1+C_c+C_v}}\sqrt{h}$$

m3/s

$$\textbf{But: } q = A_2 u_2 = \frac{\pi d^2}{4} u_2 = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2g}{1+C_c+C_v}}\sqrt{h} \quad \textbf{(2)} \rightarrow$$

اللي طالعة ← $q$ (m³/s) — $A_2$ (m²) — $u_2$ (m/s)

هاي بالعادة راح اكونها فكان كل شي له علاقة بـ $u_2$ في الـ MEB

∴ *The process has the following 1st-order nonlinear dynamic model:*

$$\frac{dh}{dt} = \frac{4}{\pi D^2} q_i - \frac{4}{\pi D^2} q \quad \textbf{(1)} \rightarrow$$

$q_i$ = unknown

اول معادلة اشتقيناها وطلنا فيها h تتغير مع $q_i$ و $q$

$$q = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2g}{1+C_c+C_v}}\sqrt{h} \quad \textbf{(2)} \rightarrow$$

$q$ = only unknown

↳ Function in h

فيها $q$ اللي اشتقيناها بمرطباي مع h و u



* الهدف بالاخير اربط h مع $q_1$ مع $q_2$ وال losses الموجودة بال MEB

* ممكن تتغير لو كنت بتشتغل ع حرارات عالية incomp.. (constant) ← ك

* بدي اصير افرضن واحد منه ال variable واشوف شو الحل بهاي ال case عا انو $DF > 0$ ∞ number عنا راح يطلع حل مختلف بناءً ع ال assumption اللي بفرضها - كل ما افرضن

*Example 1: Liquid storage tank*

* ال h وال $q_{out}$ ما بقدر افرضهم، ال $q$ ما بقدر اتحكم فيها الا اذا عرفت المطلوب انحكم فيها او تغيرها مع h

➡ *Now, Degree of Freedom Analysis:*

- *Parameters: D, d, and ρ, $C_v$, $C_c$* → معروفات
  → constant ← exit pipe
  constant ← ممكن تتغير

$$N_F = N_V - N_E$$

$N_V = 3$ ($q_i$, $q$, $h$) → الها علاقة بال height

$N_E = 2$ (MB, MEB)

→ infinit number of solution

$N_F = 3 - 2 = 1 \rightarrow$ *one input variable should be specified.*

ممكن تتغير لو كنت بتشتغل ع حرارات عالية، بس بتحتاج تعرف كيف بتتغير وبعد مدة طويلة بتحتاج scaling على الـ value عنا بصير erosion او fouling

* الاشي الوحيد اللي بقدر افرضه هو $q_i$ (بزيد او بقلل ال flow) بدنا نعمل فيها ال dist واغير فيها وشوف شو الحل لل system راح نيجي

* كل assumption بفرضه لازم يكون الو one uniqui soln.

*Example 1: Liquid storage tank*

The output variables: q and h

Input variables: $q_i$

وبدنا نصير نفرضها ونشوف تأثيرها ع ال output والـ height داخل الـ tank

Scanned with CamScanner

* طالما ماخي dist بـ ادخ inlet flow rate يتغير
ادخ level بيتغير 1.148
وادخ tank لا ∞
discharge = 6 L/s

*Example 1: Liquid storage tank*

- *Input variables and parameters must be specified:*
  - ✓ *Let:* $q_i = 6$ *L/s,* $C_v = 0.9$ *, and* $C_c = 0.5$ — $q_i = 6$ خدناها من هنا
  - ✓ $d = 0.05$ *and* $D = 1$ *m (given parameters)*

exit pipe ← tank

- *To find the steady-state values of h and q, set the time derivative equals to zero:*

SS ≡ bar

$$\frac{dh}{dt} = 0 = \frac{4}{\pi D^2} q_i - \frac{4}{\pi D^2} q \Rightarrow \bar{q} = \bar{q}_i = 6\,\text{L/s} = 0.006\,\text{m}^3/\text{s}$$

q at SS خدناها من المعادلة وبنعوض بالمعادلة اللي بتربط q مع h (اللي هي المعادلة اللي بتكتب الـ h فيها بدلالة q)

at SS ← بنعل في high ← بتغير بـ $q = q_i$ وبتساوي

$$\bar{q} = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2g}{1+C_c+C_v}}\sqrt{\bar{h}} = 0.0056\sqrt{\bar{h}} = 0.006\,\text{m}^3/\text{s}$$

$$\Rightarrow \bar{h} = 1.148\,\text{m}$$

steady state ← high



* زدنا الـ flow rate وخلاها high بده يرتفع، الـ $h_{max}$ راح تصير 9L
على الـ new ss value وبترجع حسب h جديد

*Example 1: Liquid storage tank*

(b) *Suppose that inlet volumetric flow rate,* $q_i$*, changes suddenly from 6 to 9 L/s and remains at this new value (step change in* $q_i$*), how the liquid height varies with time. How long does it take to reach the new steady state value?*

* عشان الـ ss بتوصل لـ $h_{max}$ بدنا الـ dist ع الـ inlet

وخدنا من 6 لـ 9 → *Now the dynamic model should be solved*

=0 at ← Steady state

new inlet value

$$\frac{dh}{dt} = \frac{4}{\pi D^2} q_i - \frac{4}{\pi D^2} q$$

$$q = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2g}{1+C_c+C_v}}\sqrt{h}$$

of the tank

$$\frac{dh}{dt} = \frac{4}{\pi D^2} q_i - \frac{4}{\pi D^2}\frac{\pi d^2}{4}\sqrt{\frac{2g}{1+C_c+C_v}}\sqrt{h}$$

constant — constant

and $q_i = 0.009\ \text{m}^3/\text{s}$ ← بنعوضها بالمعادلة الأخيرة

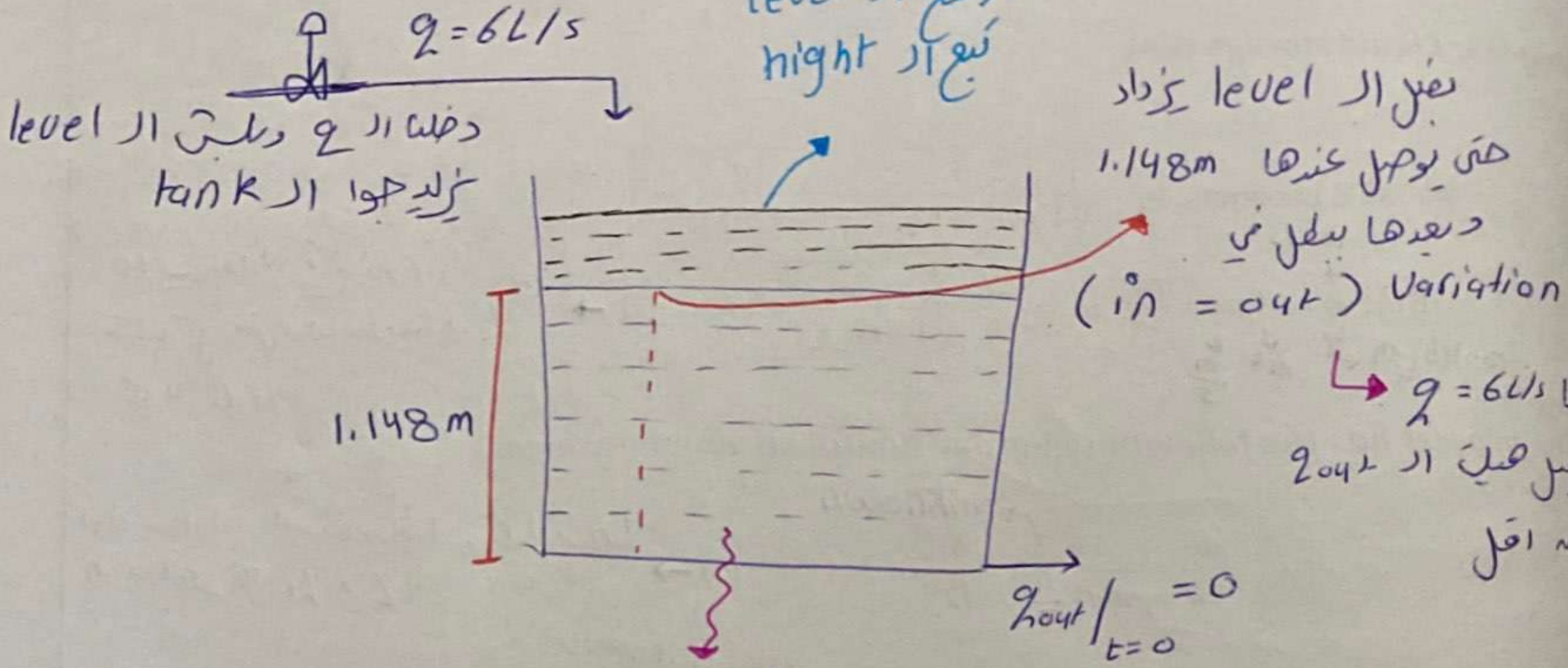
هاد الـ model اللي راح نستخدمه عشان نوجد h (بتغير الـ q's (q_in, q_out)

خدناها وكان q اللي طالع برا الله h مع الـ d's

→ h & $q_i$ they are unknown

Scanned with CamScanner

فتحنا الـ value وركضنا
فيه 6 الى 9L/s




ارتفع الـ level
نبع الـ hight

دخلت الـ q وبلش الـ level
يزيد حوا الـ tank

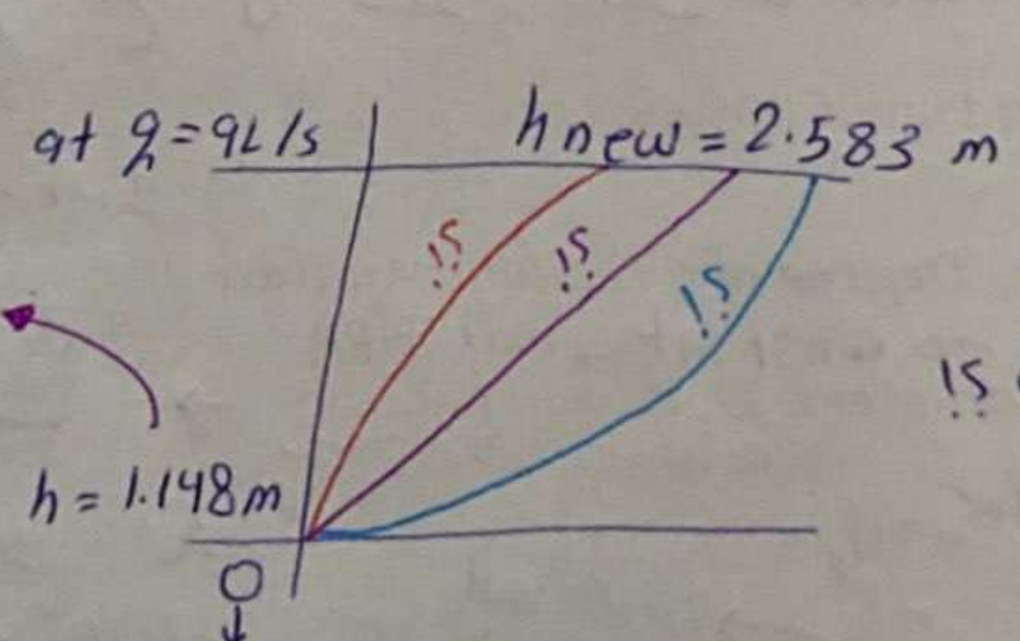
بفل الـ level يزداد
حتى يوصل عندها 1.148m
وبعدها بيظل في
Variation (in = out)
↳ هيا q = 6L/s
قبل صبة الـ $q_{out}$
يكونه اقل

بالبداية الـ tank كان
فاضي و $q_{out}$ عندي

تصير qcc حوا
الـ tank ليوصل
الـ $q_{out}=6$ (max)

* what will be the Variation of h from this ss (6 L/s) to new steady state (9 L/s)

الرفعة اللي بدها تصير فيه $h_{new}$ ، $h_{old}$ شو طبيعة العلاقة




كيف شكل الانتقال ؟!

شو كل الانتقال فيه هونه لقوه ؟!
بعتمد ع الـ diff. equ.
فيه behaviour
فل فيه بحكم ع شكل الـ diff. equi.
الـ diff. equi.
بالكنترول controlar

لما صار الـ input ، اذا في controller بعمل adjusment - اذا ما في
بفل الـ level يزيد كد ما توصل لمرحلة تصير
الـ in = out وتثبت الـ level

linearization ← non-linear diff. eq
بنقدر نخلصها عن طريق
taylor series وبعدين احلها بالطرق التفاضلية
بس مشكلة ال solution، لو بدي حل اده المشروحين
هاد راح يعطيني احل المعادلة مثل ما هي

*Example 1: Liquid storage tank*

بدي كوض بالمعادلة عشان لبسلايد
(اللي جنبها نظام) السابقة

$$\therefore \frac{dh}{dt} = 0.01146 - 0.00713\sqrt{h}$$

↳ Function in h

at $t = 0$ (old steady state): $h = \bar{h}_{old} = 1.148\,\text{m}$

*Remarks:*

- *Note that t = o does NOT mean startup from rest, it mean the old steady-state situation.*
- *The above 1st-order nonlinear ODE can be solved analytically by separation of variables.*



كا فلنا عند open كان h ابتدائيا 1.148
لا نو بدي اشوف علاقة h مع الزمن
وعند كل time حديت الـ hight عندي
لو خليتها لعند 2.583 كانت طلعت الزمن
عند هاد الارتفاع كريديا

hight will be between 1.148 and 2.583
متنوع تطلع عنهم
بقدر اخرجن قيم لـ h واشوف الـ t

by sep tech
لانها ما بتنحل بالطرق العادية

*Analytical solution:*

$$\int_{1.148}^{h} \frac{dh}{0.01146 - 0.00713\sqrt{h}} = \int_{0}^{t} dt = t$$

↳ old value of ss → new

طلعت عنا هاي المعادلة اللي هي:
explicit in t
implicit in h

*Integrate by substitution method to have:*

$$-450.85\ln(0.01146 - 0.00713\sqrt{h}) - 2510.06 + 300.52972 - 280.505\sqrt{h} = t$$

$$-450.85\ln(0.01146 - 0.00713\sqrt{h}) - 2209.51 - 280.505\sqrt{h} = t$$

يعني ما بقدر اخلي h كالها ع طرف

at any time ← tank بال hight معادلة تغير الـ

➡ *At $\bar{q}_i = 9\ L/s$ the new steady-state value of h is:*

*MB:* $\bar{q} = \bar{q}_i = 9 L/s\ L/s$

*MEB:* $\bar{q} = 0.0056\sqrt{\bar{h}} = 0.009 \rightarrow \bar{h}_{new} = 2.583\ m$

*To know how long does it take to reach this news steady state height:*

بدنا ساعة وكشوي عشان نوصل
لـ 63 الزيادة من الـ new
عملوني system بالـ dist
(ما في process ولا control)

$$t = -450.85\ln(0.01146 - 0.00713\sqrt{2.583}) + -2209.51 - 280.505\sqrt{2.583} = 3632\,s \approx 1\,hr$$

$$\int \frac{1}{a - b\sqrt{x}}\,dx = \frac{2}{b^2}\left(a - b\sqrt{x} - a\ln(a - b\sqrt{x})\right)$$

طريقة التكامل لـ fun فوق

Scanned with CamScanner

كيف نحكم على حل single non linear equation ؟!

1. Bisection method
2. Forced position method
3. Newton method
4. Secant method
5. Fixed point method

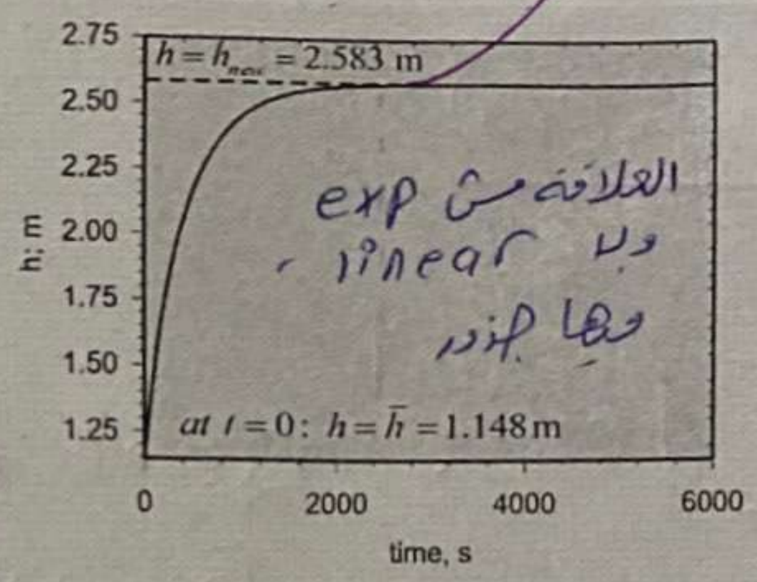
Scanned with CamScanner

* في الـ variation الـ highest بين الـ old ss والـ new ss

*Example 1: Liquid storage tank*

*Plot h versus t to see the dynamic response:*

وصل لـ max عند الـ 3632 s




العلاقة مش exp ولا linear وفيها جذر

* عادة جواب هاي الطريقة تكون دقيقة (استعملنا الـ func مثل ماهو)

*Remark: Without introducing controller and when $q_i$ changes from 6 to 9 L/s the steady state height will change from 1.148 to 2.583 m during a period of around one hour.*



*Example 1: Liquid storage tank*

- *Approximate solution (linearization of the model) :*

كريتة ← اسهل

$$\frac{dh}{dt} = 0.01146 - 0.00713\sqrt{h} \quad at\ t = 0 \quad h = \bar{h} = 1.148\,\text{m}$$

*Let us linearize the nonlinear term;* $\sqrt{h}$ → new term بدي اجاول اجيبله linear يكون باستخدام الـ Taylor series

*Let:* $f(h) = \sqrt{h}$

*Taylor series expansion around:* $h = \bar{h} = 1.148m$

any func. ← بسط

$$f(h) = f(\bar{h}) + \left.\frac{df}{dh}\right|_{\bar{h}} (h - \bar{h})$$

انواع الـ app... ← transit state

$$= \sqrt{\bar{h}} + \left.\frac{1}{2\sqrt{h}}\right|_{\bar{h}} (h - \bar{h}) = \sqrt{1.148} + \left.\frac{1}{2\sqrt{1.148}}\right|_{\bar{h}} (h - 1.148)$$

$$= 0.535724 + 0.466658h$$

بعوضها مكان $\sqrt{h}$




Scanned with CamScanner

*Example 1: Liquid storage tank*

*Then, the linearized 1st-order ODE is:*

$$\frac{dh}{dt} = 0.01146 - 0.00713(0.535724 + 0.466658h)$$

linear ← $$= 0.00764 - 0.00333h$$

$$\Rightarrow \int_{1.148}^{h} \frac{dh}{0.00764 - 0.00333h} = \int_{0}^{t} dt = t$$

*Solve ( by substitution) to obtain:*

عبارت اسهل للحسابات
h بنوجد t وبنوجد

$$\Rightarrow h(t) = 2.294 - 1.1462e^{-0.00333t}$$

*The new steady-state value of h can be found by setting ($t = \infty$): $\bar{h} = 2.294$ h*

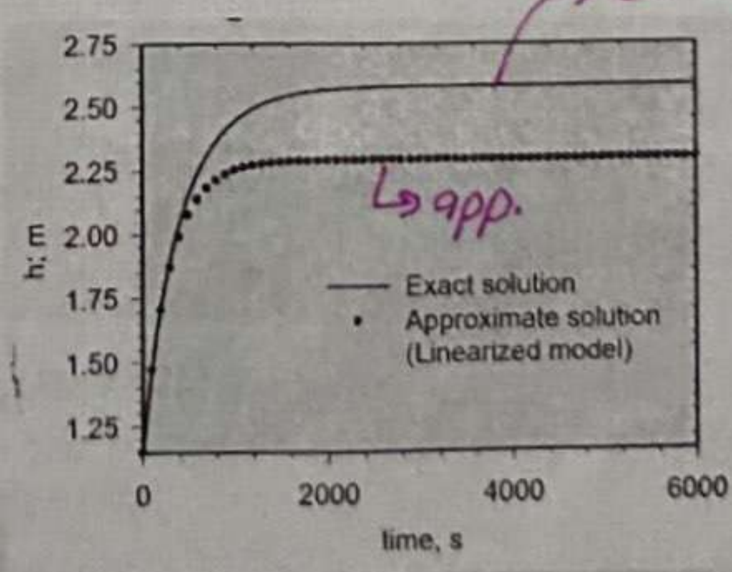


*Example 1: Liquid storage tank*

بلاحظ ان app ما بتوصل لـ 2.58
اذا بدي اياها توصل بدنا نعمل
taylor series في ال second derivative

*Remarks:*

- *The linearized model gives the same results as the nonlinear one for time $t < 400$ s (6.67 min).*
- *The percent relative error in the new-steady state value resulted from linearized model is:*




*"Comparison between exact solution and approximate solution resulted from linearized model"*

$$\frac{100[2.294 - 2.583]}{2.583} = 11\%$$

كسب ال error اذا
ال error ش مقبول
بدي اخبر الـ assumption



Scanned with CamScanner

طريقة ثانية للحل :-

$$\frac{dh}{dt} + 0.00333h = 0.00764$$

$\hookrightarrow$ 1st order linear diff eq. (nonhomo)

$$\frac{dh}{dt} + Q(t)h = r(h)$$

$$h = e^{-\int P(t)\,dt}\left[\int e^{\int P(t)\,dt} \cdot r(t)\,dt + c\right]$$

$P(t) = 0.00333$ , $r(t) = 0.00764$

$$= e^{-0.00333}\left[\int (e^{0.00333} * 0.00764)\,dt + c\right]$$

لـ بتكامل وبطلع بجواب

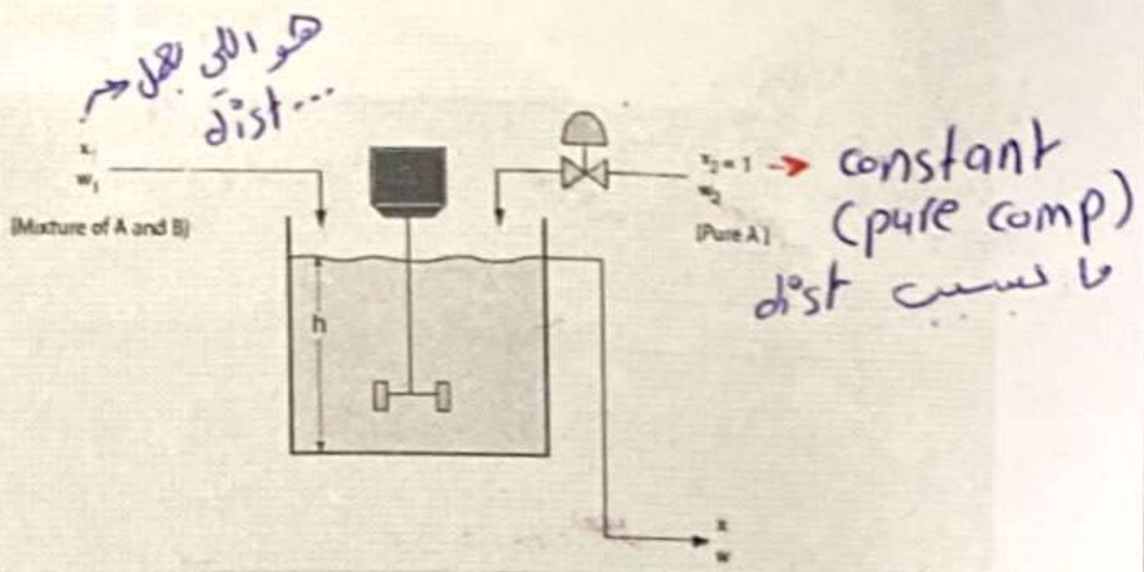
Scanned with CamScanner

* $w_1$ & $w_2$ ∈ صح بتتغير كميتاتهم بس مالهم effect كبير، الا اذا بدي اخبر قيمة $x_1$ وبشوف شو قيمة $w_2$ لازم تكون بتساوي عشان يطلعلي $x$ كذا

## Example 2: Blending Process

*Assumptions:*

- *Perfect mixing: The composition in the tank is uniform and it is the same as the outlet composition.*
- *The liquid density, ρ, is constant everywhere.*




- *An unsteady-state MB for the blending system:*

$x_1$, $x$, $w$ → they are variable

$$\left\{\begin{matrix}\text{rate of accumulation}\\ \text{of mass in the tank}\end{matrix}\right\}=\left\{\begin{matrix}\text{rate of}\\ \text{mass in}\end{matrix}\right\}-\left\{\begin{matrix}\text{rate of}\\ \text{mass out}\end{matrix}\right\}$$



* لو كانت الـdensity مش constant راح تصير chain der... مرة بدك تشتقه بالنسبة لـ t ومرة بالنسبة لـ x

* معظم الحالات لما بتكون عنا حرارات عالية او لما بتكون عنا G/L بتعتبر انو الـdensity constant طالما ما في variation عالي لهاي الـpressure والـ temp

## Example 2: Blending Process

- *Apply unsteady-state overall MB:*

نطلعها برا الاشتقة لانها constant

هاد الـterm كان zero لما كنا ss

$$\left[\frac{d(V\rho)}{dt}=w_1+w_2-w\right.$$

*where $w_1$, $w_2$, and $w$ are mass flow rates and $V$ is liquid volume in the tank.*

not constant, they are vary with time

$$\frac{d(V\rho x)}{dt}=w_1x_1+w_2x_2-wx$$

- *Apply unsteady-state component MB:*
- *The corresponding steady-state model was derived (chapter 1):*

$$0=\bar{w}_1+\bar{w}_2-\bar{w}$$
$$0=\bar{w}_1\bar{x}_1+\bar{w}_2\bar{x}_2-\bar{w}\bar{x}$$



Scanned with CamScanner

*Example 2: Blending Process*

- *For constant density (ρ), unsteady equations become:*

$$\rho\frac{dV}{dt} = w_1 + w_2 - w \Rightarrow \frac{\rho d(Vx)}{dt} = w_1x_1 + w_2x_2 - wx$$

- *The above second equation can be simplified by expanding the accumulation term using the "chain rule" for differentiation of a product:*

chain der → $$\rho\frac{d(Vx)}{dt} = \rho V\frac{dx}{dt} + \rho x\frac{dV}{dt}$$

اشتقيت بالنسبة لـ x — اشتقيت بالنسبة لـ t

- *Thus, component MB becomes:*

$$\rho V\frac{dx}{dt} + \rho x\frac{dV}{dt} = w_1x_1 + w_2x_2 - wx$$



* بعد ما يطلع الـ particular soln. نصير ادرس الـ behavior ونصير اغيّر الزمنه واشوف الـ volume كيف راح يتغير ومتى راح يثبت ونفس الشي الـ x . فديتش راح نصير نتغير ومتى راح تثبت

*Example 2: Blending Process*

- *Substitution of the overall mass balance for ρdV/dt in component mass balance gives:*

$$\rho V\frac{dx}{dt} + x(w_1 + w_2 - w) = w_1x_1 + w_2x_2 - wx$$

- *After canceling common terms and rearranging the mass balance equations, a more convenient dynamic model form is obtained as follows:*

Final model

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\rho}(w_1 + w_2 - w) \quad \text{(Overall MB)}$$ → Variation of volume with time

$$\frac{dx}{dt} = \frac{w_1}{V\rho}(x_1 - x) + \frac{w_2}{V\rho}(x_2 - x) \quad \text{(Component MB)}$$ → Show the variation of X as a function of time

↳ Function only in X

- *Note that this model is classified as: first order linear dynamic model*



Scanned with CamScanner

شكل الـ linear بكون الـ diff equ. على

$$y' + P(x)\,y = r(x) \rightsquigarrow \text{Linear 1st order diff. equ.}$$

هاد الـ term بطلع رقم بالآخر عالنتيجي فوحلته

$$\frac{dx}{dt} + \underbrace{\frac{w_1}{\rho V}x + \frac{w_2}{\rho V}x}_{\text{Function in "x"}} = \underbrace{\frac{w_1}{\rho V}x_1 + \frac{w_2}{\rho V}x_2}_{\text{Constant} \rightarrow r(t)} \quad \text{بالتكامل}$$

$P(t)$

Function هي شو بالـ t بس انا بقدر اسميها هيك

$$\frac{dx}{dt} + P(t)\,x = r(t)$$

$$x = e^{-\int \underline{P(t)}\,dt}\left[\int e^{\int P(t)\,dt} \cdot \underline{r(t)}\,dt + \underbrace{c}_{\text{arbitrary constant}}\right]$$

رقم — constant

Solution for first order diff. equation

Scanned with CamScanner

*Example 2: Blending Process*

- *Degree of Freedom Analysis:* $\mathcal{N}_F = \mathcal{N}_V - \mathcal{N}_E$
- *Parameters:* ρ

  $\mathcal{N}_V = 7\ (w_1, w_2, w, V, x_1, x_2, , x)$ → output

  $\mathcal{N}_E = 2$

  $\mathcal{N}_F = 7 - 2 = 5 \rightarrow$ *5 input variables should be specified.* → لازم اختار 3 assumptions حتى الجدول الـ 5 عشان احل الـ System . وكل ما تغير فيه راح يتغير الـ soln.
- *Input variables :* $w_1, w_2, V, x_1, x_2$ → Given
- *The output variables:* w and x → unknown (output)
- *Based on this classification the dynamic model is rewritten as:*

$$w = w_1 + w_2 - \rho\frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{w_1}{V\rho}(x_1 - x) + \frac{w_2}{V\rho}(x_2 - x)$$

→ المعادلات اللي بدنا نحلهم

لهيك منحل جدول المعادلتين لطلع معنا final x & final w



*Example 2*

*A stirred-tank blending process with constant liquid holdup of 2 $m^3$ is used to blend two streams whose densities are both approximately 900 $kg/m^3$. The density does not change during the mixing.*

*(a) Assume that the process has been operating for a long period of time with flow rates of $w_1 = 500$ kg/min and $w_2 = 200$ kg/min, and the feed composition (mass fraction) of $x_1 = 0.4$ and $x_2 = 0.75$. What is the steady state value of x and w?*

*Constant liquid holdup means:* $\frac{dV}{dt} = 0$

$$w = w_1 + w_2 - \rho\frac{dV}{dt} \Rightarrow \overline{w} = \overline{w_1} + \overline{w_2} - 0$$

$$\overline{w} = 200 + 500 = 700\ \text{kg/min}$$



Scanned with CamScanner

*Example 2*

- *To find the steady-state outlet composition, x, set the time derivative equals to zero:*

$$\frac{dx}{dt} = 0 = \frac{\overline{w}_1}{V\rho}(\bar{x}_1 - \bar{x}) + \frac{\overline{w}_2}{V\rho}(\bar{x}_2 - \bar{x})$$

- *Solve for x to have:*

$$\bar{x} = \frac{\overline{w}_1\bar{x}_1 + \overline{w}_2\bar{x}_2}{\overline{w}_1 + \overline{w}_2} = \frac{\overline{w}_1\bar{x}_1 + \overline{w}_2\bar{x}_2}{w} = \frac{(500)(0.4) + (200)(0.75)}{500 + 200} = 0.5$$



*Example 2*

*(b) Suppose $w_1$ changes suddenly from 500 to 400 kg/min and remains at this new value, how is the response of the composition x(t), plot it ?*

- *Overall MB:*

$$w = w_1 + w_2 - \rho\frac{dV}{dt} \Rightarrow w = w_1 + w_2 - 0$$

$$w = 200 + 400 = 600\ \text{kg/min}$$

- *Component MB:*

$$\frac{dx}{dt} = \frac{w_1}{V\rho}(x_1 - x) + \frac{w_2}{V\rho}(x_2 - x)$$

- *The component MB equation can be rearranged as:*

$$\tau\frac{dx}{dt} + x = C \qquad \text{where } \tau = \frac{V}{w/\rho} = \frac{2}{600/900} = 3\,\text{min}$$

$$\text{and} \qquad C = (w_1x_1 + w_2x_2)/w = 0.517$$

*(τ is space time or mean residence time)*



Scanned with CamScanner

$e^{-t/3} \rightarrow \frac{1}{e^{t/3}} = \frac{1}{e^{\infty/3}} = \frac{1}{\infty} = 0$ ← عن حال $t=\infty$ *

بالتالي الـ x تصير كسادي 0.517

* يعني الـ sys بتنتقل من ss الى new ss لفترة زمنه

Calculation لقدر اعمله

*Example 2*

*Analytical solution:*

$\tau\frac{dx}{dt}+x=C$ *at* $t=0: x=\bar{x}_{old}=0.5$ *"Old steady state"*

$\int_{0.5}^{x}\frac{dx}{C-x}=\int_{0}^{t}\frac{dt}{\tau}$ *Integrate to have:* $x(t)=C-(C-0.5)e^{-t/\tau}$

بدنا نشوف تغير الـ conc. as a func. of t

عم نعمل para... لواحد من الـ change

مثلاً: من 200 لـ 100

بدي اعتبر انو هاي كانت قيمتها ss وكان لها value

100 عاطلتها صار dist بالـ system

- *But* $\tau = 3$ *min and* $C = 0.517$ ← conc. at steady state

conc. as a fun. of $t \Rightarrow x(t)=0.517-0.017e^{-t/3}$ →

- *The new steady-state value of x can be found by:*
  - ✓ *using steady-state model*

$$\bar{x}_{new}=\frac{\bar{w}_1\bar{x}_1+\bar{w}_2\bar{x}_2}{\bar{w}_1+\bar{w}_2}=\frac{(400)(0.4)+(200)(0.75)}{400+200}=0.517$$

  - ✓ *or setting* $(t=\infty)$ *in* $x(t)$ *equation :* $\bar{x}_{new}=0.517$

Yousef Mubarak Chemical Process Control

* لما نغير بزمن راح نصير نغير بقيمة x كمان ما نوصل لـ ss بسبب term تبع $(0.017e^{-t/3})$ بيظل يأثر ع الـ term الباقي وبخروجي انو الـ term هاد بيثبت القيمة عند (0.517)

---

*Example 2*

*(c) Repeat part (b) for the case where* $w_2$ *(instead of* $w_1$*) changes suddenly from* 200 *to* 100 *kg/min and remains at this new value, how is the response of the composition x(t), plot it?*

← source of dist

* راح نتنقل من ss الى new ss خلال فترة زمنه

$\tau\frac{dx}{dt}+x=C$ *at* $t=0: x=\bar{x}=0.5$ "Old steady state"

$w=w_1+w_2=100+500=600\,\text{kg/min}$

Where $\tau=\frac{V}{w/\rho}=\frac{2}{600/900}=3\,\text{min}$ **(Space time)**

and $C=(w_1x_1+w_2x_2)/w$

$=(500\times0.4+100\times0.75)/600=0.458$

**Analytical solution:** $x(t)=C-(C-0.5)e^{-t/3}$

$=0.458+.042e^{-t/3}$ ← معادلة الـ sys النهائي

$\bar{x}_{new}=0.458$

وبصير بس هاد اللي يأثر

بيظل يأثر ع الـ ss



Scanned with CamScanner

*Example 2*

Source of dist. now

*(d) Repeat part (c) for the case where $x_1$ changes suddenly from 0.4 to 0.6 and remains at this new value, how is the response of the composition x(t), plot it ?*

$$\tau\frac{dx}{dt}+x=C \qquad at\ t=0: x=\bar{x}_{old}=0.5 \text{ "Old steady state"}$$

$$w=w_1+w_2=100+500=600\,\text{kg/min}$$

Where $\tau=\dfrac{V}{w/\rho}=\dfrac{2}{600/900}=3\,\text{min}$ **(Space time)**

and $C=(500\times0.6+100\times0.75)/600=0.625$

**Analytical solution:** $x(t)=C-(C-0.5)e^{-t/3}$

$$=0.625-.125e^{-t/3}$$

$$\bar{x}_{new}=0.625$$

لـ رفع خميمة

SS Value الـ

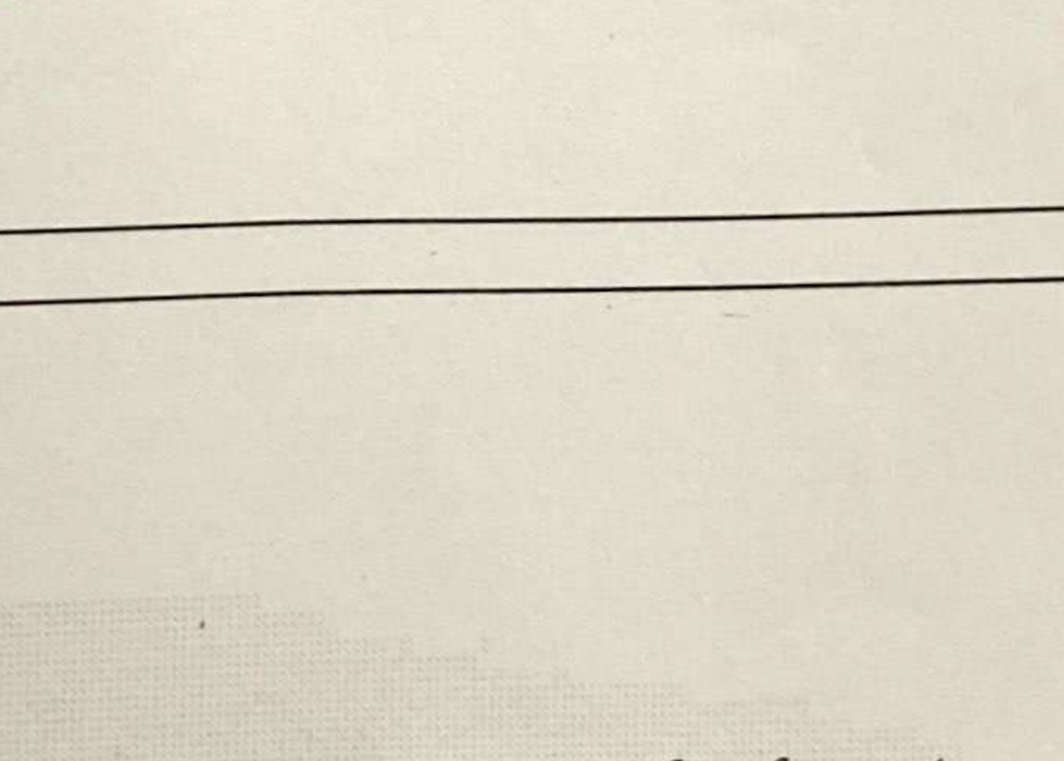


*Example 2*

*Plot x versus t for different cases to see the dynamic response:*

* نلاحظ عنا 3 diff behaviour for the tank

* الـ time تتغير بين كل variation والآخر based ع المعادلات




هدول الخطوط كل واحد منهم يمثل الـ steady state



Scanned with CamScanner

*Example 2*

*e) For part (b) to (d), plot the normalized response $x_N(t)$ defined as:*

any time

normalized Value of x ← $X_N(t) = \dfrac{x(t) - x(0)}{x(\infty) - x(0)}$ → initial cond.

final cond.

اعطي كل الـ Solutions نفس النظر عنه الـ dist.. يصيروا زي بعض

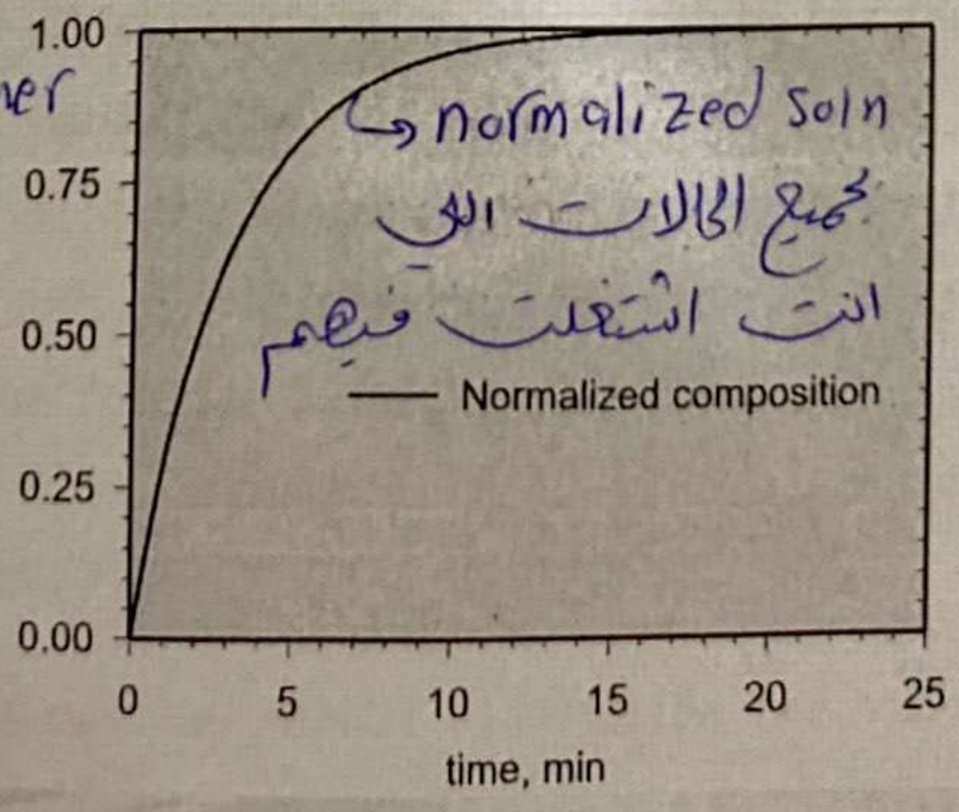
- part (b): $X_N(t) = \dfrac{0.517 - 0.017e^{-t/3} - 0.5}{0.517 - 0.5} = 1 - e^{-t/3}$
- part (c): $X_N(t) = \dfrac{0.458 + 0.042e^{-t/3} - 0.5}{0.458 - 0.5} = 1 - e^{-t/3}$
- part (d): $X_N(t) = \dfrac{0.625 - 0.125e^{-t/3} - 0.5}{0.625 - 0.5} = 1 - e^{-t/3}$



*Example 2*

*Plot $x_N(t)$ versus t for different cases to see the dynamic response:*

هون رسمنا 3 curve tothegther واعطونا حاي النتيجة نفس النظر عنه الـ dist شو هو






Scanned with CamScanner

* عشان نحس بقيمة الـ Laplace . بدنا نجرب نحل بدونه اول =

<u>example</u> $y' - 2y = e^{5t}$ , $y(0) = 3$

$P(t)$ , $r(t)$

$$y = e^{-\int p(t)dt}\left[\int e^{\int p(t)dt}\, r(t)\, dt + c\right]$$

$$y = e^{-\int -2\,dt}\left[\int e^{\int -2\,dt}\, e^{5t}\, dt + c\right]$$

$$= e^{2t}\left[\int e^{-2t}\, e^{5t}\, dt + c\right]$$

$$= e^{2t}\left[\int e^{3t}\, dt + c\right]$$

$$= e^{2t}\left[\tfrac{1}{3} e^{3t} + c\right] = \tfrac{1}{3} e^{5t} + c e^{2t}$$

→ general soln. $y_g$

never try to find arbitrary constant from hom. soln.

$y_p \Rightarrow$ $3 = \tfrac{1}{3} e^{5(0)} + c e^{2(0)}$

$3 - \tfrac{1}{3} = c \Rightarrow c = 8/3$

$y_p = \tfrac{1}{3} e^{5t} + 8/3\, e^{2t}$

<u>الطريقة الثانية</u> $y' - 2y = e^{5t}$ , $y(0) = 3$ → this condition for total DE not for homo

$y_g = y_h + y_N$

for $y_h$

$y' - 2y = 0$ , let $y = e^{\lambda t}$

$y' = \lambda e^{\lambda t}$

$\lambda e^{\lambda t} - 2e^{\lambda t} = 0$ → كوفينا بالمعادلة الاصلية

$(\lambda - 2)\, e^{\lambda t} = 0$ هاد لازم ممنوع $= 0$ لانو هو soln. اللي فرضناه $y = e^{\lambda t}$

$(\lambda - 2) = 0$ هاد اللي بكون $= 0$

So: $\lambda = 2$

and → $y_h = ce^{2t}$

for $y_N$

since $r(t) = e^{5t}$

let $y_N = Ae^{5t}$ → parameter

لازم اطلع قيمتها

$y_N' = 5Ae^{5t}$

$5Ae^{5t} - 2Ae^{5t} = e^{5t}$ → كوفينا بالمعادلة الاصلية

$3A = 1 \rightarrow A = \tfrac{1}{3}$

$y_N = \tfrac{1}{3} e^{5t}$

# Now $y_g = y_h + y_N$

$y_g = ce^{2t} + \tfrac{1}{3} e^{5t}$

$\Rightarrow y(0) = 3$

$c\, e^{2(0)} + \tfrac{1}{3} e^{5(0)} = 3 - \tfrac{1}{3} = 8/3 = c$

Scanned with CamScanner

*Example 4*

*(e) Suppose that now you turned off the electric heater, how long does it take for temperature to return from its new value (139.6) °C to the original steady-state value( 89.8 °C) ?*

$$\text{Now: } \dot{Q}=0 \Rightarrow u=0-\bar{\dot{Q}}=-4.98\times10^{8}$$

$$K=1\times10^{-7}\ ^{\circ}\text{C.hr/cal}$$

$$Ku=-49.8\ ^{\circ}\text{C}$$

$$\Rightarrow \tau\frac{dy}{dt}=-y-49.8 \quad at\ t=0: y=49.8$$

- *Analytical Solution:* $y=99.6e^{-t/\tau}-49.8$
- *Thus, the time required for liquid temperature to return back to its original st. st. value is:*

$$\rightarrow y=0\Rightarrow 0=99.6e^{-t/2}-49.8\Rightarrow t=1.386\,\text{hr}$$



1- Linear DE ↗ homo / ↘ non-homo

2- must be with constant coeff. only → لازم ind. var اي يكون مضروب بارقام بس

3- all condition must be Given at $t=0$

# Process Control

# Laplace Transforms

The University of Jordan
Chemical Engineering Department
Fall 2022
Prof. Yousef Mubarak



Scanned with CamScanner

$$Y_s \rightarrow y^{-1}(Y_s) = y(t)$$

- *Definition of Laplace transform:*

laplace ← original

$$F(s) = \mathbf{L}(f(t)) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt$$

→ Given cond. الهاد لسبب كل الـ لازم يكونوا عند الصفر لانو اصلاً التكامل يبدا من عند الصفر

- F(s) is called Laplace transform of f(t).
- f(t) must be piecewise continuous.
- F(s) contains no information on f(t) for t < o.
- The past information on f(t) (for t < o) is irrelevant.
- The s is a complex variable called "Laplace transform variable"

* راح نستخدم جداول لما بدنا نحول من f(t) لـ F(s) والعكس

*Inverse of Laplace transform:*

$$f(t) = \mathbf{L}^{-1}(F(s))$$

*L and L⁻¹ are linear:*

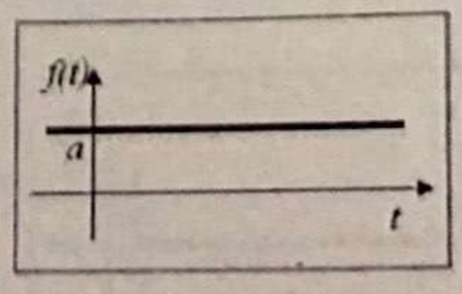
$$\mathbf{L}[af_1(t) + bf_2(t)] = a\mathbf{L}[f_1(t)] + b\mathbf{L}[f_2(t)]$$
$$= aF_1(s) + bF_2(s)$$



- *Laplace transforms of some functions:*

- **Constant function, *a***

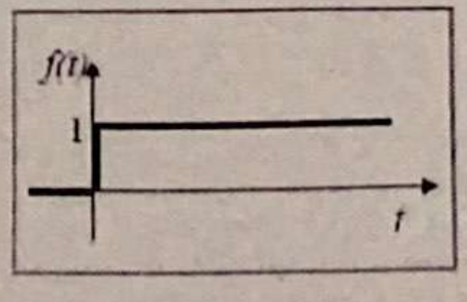
$$\mathbf{L}\{a\} = \int_0^{\infty} ae^{-st}dt = -\frac{a}{s}e^{-st}\Big|_0^{\infty} = 0 - \left(-\frac{a}{s}\right) = \frac{a}{s}$$




- **Step function, S(*t*)**

$$f(t) = \mathrm{S}(t) = \begin{cases} 1 & \text{for } t \geq 0 \\ 0 & \text{for } t < 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{L}\{\mathrm{S}(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st}dt = -\frac{1}{s}e^{-st}\Big|_0^{\infty} = 0 - \left(-\frac{1}{s}\right) = \frac{1}{s}$$




Scanned with CamScanner

# Laplace transformation

اسرع واسهل وما فيها

$$F(s) = L(f(t)) = \int_0^\infty f(t) \cdot e^{-st}\, dt$$

↳ function لكل الـ laplace بدنا نستعمل هاد التقانون

بدنا نحوله من t.domain ← s-domain

Yp و non-homo و general soln.

end of interval لـ solution بتطلع معانا

وخلص كل case بتحتاج نحلها من A ← z

اذا كبرنا بالـ cond. بتتغير الكل بصير

arbitrary constants ما بتطلع معنا

* **Ex 1**

$$f(t) = 1 \Rightarrow F(s) = \int_0^\infty 1 \cdot e^{-st}\, dt \Rightarrow \frac{-1}{s} e^{-st} \Big]_0^\infty = \frac{-1}{s}\left[e^{-s\infty} - e^{-s(0)}\right] = \frac{-1}{s}\left[\frac{1}{e^{s\infty}} - 1\right] = \frac{1}{s} \quad \#$$

($e^{s\infty} \to \infty$)

* **Ex2**

$$f(t) = t \Rightarrow F(s) = \int_0^\infty t \cdot e^{-st}\, dt \rightarrow \text{by substitution}$$

$u = t \qquad dv = e^{-st} dt$

$du = dt \qquad v = \frac{-1}{s} e^{-st}$

$$\frac{-t}{s} e^{-st} \Big]_0^\infty + \frac{1}{s} \int_0^\infty e^{-st} dt = \frac{-1}{s^2} e^{-st} \Big]_0^\infty = \frac{-1}{s^2}[0-1] = \frac{1}{s^2} \quad \#$$

* **ex3**

$$f(t) = e^{at} \Rightarrow F(s) = \int_0^\infty e^{at} \cdot e^{-st}\, dt = \int_0^\infty e^{(a-s)t}\, dt$$

طلعناها برا عشان يصير $e^{-\infty}$

$$= \frac{1}{a-s} e^{(a-s)t} \Big]_0^\infty = \frac{1}{a-s}\left[e^{(a+s)\infty} - 1\right] = \frac{-1}{a-s} = \frac{1}{s-a} \quad \#$$

($e^{(a-s)(0)} \to 1$)

* **ex 4** angular velocity

$$f(t) = \sin(\omega t) \Rightarrow F(s) = \int \sin(\omega t)\, e^{-st}\, dt \rightarrow \text{sub}$$

هاد تكامل دوري ما بنقل بالـ sub

- $e^{i\omega} = \cos(\omega t) + i \sin(\omega t)$
- $e^{-i\omega} = \cos(\omega t) - i \sin(\omega t)$

بنقل العادلين

$$\sin(\omega t) = \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i}$$

$$\cos(\omega t) = \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2}$$

هدول بعوضهم جوا التكامل

$i^2 = -1$

$$\int_0^\infty \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i} \cdot e^{-st}\, dt = \frac{1}{2i} \int_0^\infty \left[e^{-(s-i\omega)t} - e^{-(s+i\omega)t}\right] dt$$

$$= \frac{1}{2i}\left\{\frac{-1}{s-i\omega} e^{-(s-i\omega)t} \Big]_0^\infty + \frac{1}{(s+i\omega)} e^{-(s+i\omega)t} \Big]_0^\infty\right\}$$

$$= \frac{1}{2i}\left\{\frac{-1}{s-i\omega}(-1) + \frac{1}{s+i\omega}(-1)\right\} = \frac{1}{2i}\left\{\frac{1}{s-i\omega} - \frac{1}{s+i\omega}\right\}$$

$$= \frac{1}{2i}\left\{\frac{(s+i\omega) - (s+i\omega)}{(s-i\omega)(s+i\omega)}\right\} = \frac{2i\omega}{2i[s^2 + is\omega - is\omega + \omega^2]} = \frac{\omega}{s^2+\omega^2} \quad \#$$

بدنا نعمل نفس إشي لـ cos

Scanned with CamScanner

نكمل ال Func. اللي شفناهم كنا طالبينه F(t) من derivative
عشان نبنا اياها لنحل ال diff. equation

$$y' - 5y = e^{2t}, \quad y(0) = 3$$

↳ I have to optain Laplace transformation for each term in equation

← عشان احل المعادلة باستعمال ال laplace بدي اعمل كل المعادلة ل laplace form بعدين بشوف شو راح نعمل بالمعادلة.

power) مشتقة حسب نفسها بتكون

$$\mathcal{L}(y') = \underline{\underline{s}}F(s) \ominus y(0)$$

$$\mathcal{L}(y'') = \underline{\underline{s^2}}F(s) \ominus s(y(0)) \ominus y'(0)$$

$$\mathcal{L}(y''') = s^3F(s) \ominus s^2y(0) \ominus s\,y'(0) \ominus y''(0) \longrightarrow$$

عشان نحل 2nd ODE بحتاج 2 cond. $y(0)$ & $y'(0)$

اول حد هو ال laplace

دايما الاشارة سالبة

*

$$f(t) = y' \Rightarrow F(s) = \int_0^\infty y'e^{-st}\,dt$$

↳ by substitution

$$u = e^{-st} \qquad \int dv = \frac{dy}{dt}\,dt$$

$$du = -se^{-st} \qquad v = y$$

$$= e^{-st}y(t)\Big]_0^\infty + s\int_0^\infty y\,e^{-st}\,dt$$

هاد هو بجزء الاساسي laplace اللي هو تبع ال definition اللي هو $Y(s)$

$$= y(\infty)\underbrace{e^{-\infty}}_{\text{zero}} - y(0)\underbrace{e^{0}}_{1} + s\int_0^\infty y\,e^{-st}\,dt \longrightarrow$$

هاي هي $Y(s)$ اللي عنا

$$= sY(s) - \underline{\underline{y(0)}}$$

↳ all Laplace tran--- derivatives, I have to optain all condition at zero

---

في خطوة جاية لما نوجد solution باستخدام ال Laplace اللي هي ال inversion (انعكاس) وهي اصعب شغلة بال Laplace - المشكلة كيف اطلع ال trans. func. بدلالة ال t وارجعه لاصله

طرق ال inversion : ① عن الجداول مباشرة ② partial Fraction ← الطريقة اللي رح نشتغل عليها

ال partial Fraction نجزئ ال trans. func. segments رح نلاقيهم مباشرة بالجدول

Scanned with CamScanner

example → $y_g = y_h + y_N$ → الحل العادي

اول شي بدك تغير الـ domain وتحول كل شي s ← t

$$y'' + y = 16\cos(t) \quad , \quad y(0) = 0 \quad , \quad y'(0) = 0$$

using laplace :-

$$\mathcal{L}(y'') = s^2Y(s) - s\,(y(0))^{0} - y'(0)^{0} = s^2Y(s)$$

$$\mathcal{L}(y) = Y(s)$$

$$\mathcal{L}(16\cos(t)) = 16 \cdot \frac{s}{s^2+1^2} = \frac{16s}{s^2+1}$$

ω → angular velocity

الزبونة مع t

$$s^2Y(s) + Y(s) = \frac{16s}{s^2+1} \Rightarrow Y(s)(s^2+1) = \frac{16s}{s^2+1}$$

$$Y(s) = \frac{16s}{(s^2+1)^2} \Rightarrow \mathcal{L}^{-1}(Y(s)) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{16s}{(s^2+1)^2}\right)$$

(-1) → inversion

Y(s) الـ Solution

$$y(t) = 16 \cdot \frac{2}{2(1)} \sin((1)(t))$$

(1) → ω

where → $\frac{F(t)}{\frac{t}{2\omega}\sin(\omega t)}$ $\quad \frac{F(s)}{\frac{s}{(s^2+\omega^2)^2}}$

$$y(t) = 8t\sin(t) \Rightarrow \text{final solution}$$

# بالطريقة العادية

$$y'' + y = 16\cos(t)$$

$$y_g = y_h + y_N$$

$$y_h \Rightarrow y'' + y = 0 \rightarrow y = e^{\lambda x} \rightarrow (\lambda^2+1)e^{\lambda x} \rightarrow \lambda = 0 \pm 1i$$

$\lambda^2 = -1$

real part — imaginary part

$$y_h = e^{0(t)}\left[A\cos(t) + B\sin(t)\right]$$

$$y_h = A\cos(t) + B\sin(t)$$

$$y_N = C_1\cos(t) + C_2\sin(t)) * t$$

ضربنا بـ ind.variable

$$y_N = C_1 t\cos(t) + C_2 t\sin(t) \rightsquigarrow C_1 = 8,\ C_2 = 0,\ A = 0,\ B = 0$$

اذا في اي term بـ $y_h$ تكرر بـ $y_N$ فا رح اخذ اطلع $C_1$ ، $C_2$ لانو رح يطلع معك اصفار

---

حالات استخدام الـ partial fractions :

1. no repetition
2. repetition
3. complex.

Scanned with CamScanner

Example:- " repetition الحالة الاولى ← لما ما يكون في

$$Y(s) = \frac{s^2 - 7s + 24}{(s-4)(s^2 - 3s + 2)}$$

simple هاد ←

, using partial fraction ←
بدي اطلع بالمقام simple Func. مثل (s-4)
عشان الاقيه بالجدول

$$\frac{s^2 - 7s + 24}{(s-4)(s-1)(s-2)} \rightarrow \text{non repeted}$$

لما يكون في بالمقام اي Power يكون repeted

→ Limit theory

$$Y(s) = \frac{A}{(s-4)} + \frac{B}{(s-1)} + \frac{C}{(s-2)}$$

كل حي جاي بالمقام يساوي صفر بتسمية Pool

Func. تبع هاد ال ← Pool ← الـ
صوالد ٤

$$A = \lim_{s \to 4} \left\{ (s-4) \cdot \frac{s^2 - 7s + 24}{(s-4)(s-1)(s-2)} \right\} \rightarrow A = 2$$

← منزبنا عشان نلغي ال ∞

$$B = \lim_{s \to 1} \left\{ (s-1) \cdot \frac{s^2 - 7s + 24}{(s-4)(s-1)(s-2)} \right\} \rightarrow B = 6$$

$$C = \lim_{s \to 2} \left\{ (s-2) \cdot \frac{s^2 - 7s + 24}{(s-4)(s-1)(s-2)} \right\} \rightarrow C = -7$$

سهل وبنقدر نلاقيه بالجداول

$$Y(s) = \frac{2}{(s-4)} + \frac{6}{(s-1)} + \frac{-7}{(s-2)}$$

$$\mathcal{L}^{-1}(Y(s)) = 2\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-4}\right) + 6\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-1}\right) - 7\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-2}\right)$$

$$y(t) = 2e^{4t} + 6e^{t} - 7e^{2t} \rightarrow \text{final solution using laplace}$$

* الحل بالطرق العادية

$$y'' - 3y' + 2y = 12e^{4t} \quad , \quad y(0) = 1, \; y'(0) = 0$$

$y_g = y_h + y_N \rightarrow y_p$ ← لازم تكون مثل $y(t)$ اللي طلعت من الـ Laplace

2nd order diff. eq. , Linear with constant coeff , nonhomogenuous

Scanned with CamScanner

الحالة الثانية ← ما يكون في Pool بال repetition

$$F(s)=\frac{P(s)}{(s-q_1)^2(s-q_2)(s-q_3)\cdots}$$

repetition ←

* كل شي مرفوع لقوة غير واحد بدك تعمله expanded بناءً ع هاي ال power واللي اوصل لواحد منلقى بقلل اكرر ال fraction

* كريقع

$$\frac{A}{(s-q_1)^2}+\frac{B}{(s-q_1)}+\frac{C}{(s-q_2)}+\cdots$$

↓ الرقم معاملة خاصة لانو الرقم نفسه ال root

$$A=\lim_{s\to q_1}\left\{(s-q_1)^{2}\cdot\frac{P(s)}{(s-q_1)^2(s-q_2)(s-q_3)}\right\}^{n}$$

remainder بدك تطير تشتقه (R)

root ال ← $q_1$ نفسه

$$B=\lim_{s\to q_1}\left\{\frac{d}{ds}(R_1)\right\}$$

* هون بما انو two ke power معناها بدنا نكتب two fraction لهاد ال term (A & B)

$(s-q_1)^2$ ← A

$(s-q_1)^1$ ← B

* تكعيب

$$F(s)=\frac{P(s)}{(s-q_1)^3(s-q_2)(s-q_3)\cdots}$$

$$\frac{A}{(s-q_1)3}+\frac{B}{(s-q_1)^2}+\frac{C}{(s-q_1)}+\frac{D}{s-q_2}+\cdots$$

↓ المشكلة هون اللي بعدهم ما فيهم مشكلة

الحدود اللي ما فيها repetition بطلعها بالطريقة العادية

R ←

$$A=\lim_{s\to q_1}\left\{(s-q_1)^{3}\cdot\frac{P(s)}{(s-q_1)^3(s-q_2)(s-q_3)}\right\}$$

$$B=\lim_{s\to q_1}\left\{\frac{d}{ds}(R)\right\}$$

هاد ال term اللي حسبنا B كانت قسمته واحد طيب ما ضربنا فيه لانو كانت $n=2$

$\frac{1}{2-1}=\frac{1}{1}$

$$C=\lim_{s\to q_1}\left\{\frac{d^{2}}{ds^{2}}(R)\right\}^{n}*\frac{1}{(n-1)!}$$

$n-1=n$

$n-1=2\rightarrow n=3$

لاول مشتقة ← ال vectorial يكون 1

المشتقة الثانية ← بضرب الجواب بـ $\frac{1}{2}$

المشتقة الثالثة ← بضرب بـ $\frac{1}{3!}$ يعني بضرب بـ $\frac{1}{6}$

Scanned with CamScanner

## Example

$$Y(s) = \frac{s^2+s-1}{s^2(s-1)^3}$$

* فا برجي لبسط المقام فرالي سعلين { نزع ال solution

$$\frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{(s-1)^3} + \frac{D}{(s-1)^2} + \frac{E}{(s-1)}$$

$$A = \lim_{s\to 0} \left\{ s^2 \cdot \frac{s^2+s-1}{s^2(s-1)^3} \right\} \rightarrow R_1 \rightarrow A = 1$$

$$B = \lim_{s\to 0} \left\{ \frac{d}{ds}(R_1) \right\} \Rightarrow \lim_{s\to 0} \left\{ \frac{d}{ds}\left( \frac{s^2+s-1}{(s-1)^3} \right) \right\}$$

$$\frac{(2s+1)(s-1)^3 - 3(s-1)^2(s^2+s-1)}{((s-1)^3)^2} \Rightarrow B = 2$$

$$C = \lim_{s\to 1} \left\{ (s-1)^3 \cdot \frac{s^2+s-1}{s^2(s-1)^3} \right\} \rightarrow R_2 \rightarrow C = 1$$

لمباشرة حسبها

$$D = \lim_{s\to 1} \left( \frac{d}{ds}(R_2) \right) \Rightarrow \lim_{s\to 1} \left( \frac{d}{ds}\left( \frac{s^2+s-1}{s^2} \right) \right)$$

$$= \left\{ (2s+1)(s-2) - 2(s)^{-1}(s^2+s-1) \right\} * 1$$

$$\Rightarrow D = 1$$

$$E = \lim_{s\to 1} \left\{ \frac{d^2}{ds^2}(R_2) \right\} * \frac{1}{(3-1)!}$$

$$\lim_{s\to 1} \left\{ \frac{d^2}{ds^2}(R_2) \right\} * \frac{1}{2!}$$

Scanned with CamScanner

الحالة الثالثة ← لما يكون عندي complex (ما فيها simple real root)

عنا طريقتين للحل: ① نحل بدون الـ complex

② بندخل الـ complex بالحل

E(x) $y'' + 4y = 2e^{-t}$ , $y(0) = y'(0) = 0$

$$Y(s) = \frac{2}{(s+1)(s^2+4)}$$

$(s+2i)(s-2i)$ ← complex عنا طلع المشكلة هون

$(s+1)$ ← ما فيه مشكلة لأنو real root & linear

ع فرض اني ما بعرف الـ complex وبدي احل ع الطريقة العادية

$$\frac{A}{s+1} + \frac{Bs+C}{(s^2+4)}$$

A: degree الـ poly = 0 ← zero الـ $s^0$

$s+1$: هاي بتدخل ع الـ limit theory

$(s^2+4)$: 1st degree — هاي ما فقدر اطبقه عليها الـ limit theory

* نفرض بالبسط poly... one degree أقل بـ من الـ complex

* لو عقام تكعيب بضرب ببسط بـ poly.... من الدرجة الثانية

$$A \to \lim_{s \to -1} \left\{ (s+1) \cdot \frac{2}{(s+1)(s^2+4)} \right\} \to A = 2/5$$

عقلنا توحيد $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D}$

$$2 = A(s^2+4) + (Bs+C)(s+1)$$

$$2 = \frac{2}{5}(s^2) + \frac{8}{5} + Bs^2 + Bs + Cs + C \to$$ بدي اطلع منها 3 معادلات

$$0 = 2/5 + B \to B = -2/5$$

$$0 = B + C \to C = 2/5 \to \left(2 = \frac{8}{5} + C \to C = 2/5\right)$$

وصلنا Bs عند C

$$Y(s) = \frac{2/5}{(s+1)} + \frac{-2/5\, s}{(s^2+4)} + \frac{2/5}{(s^2+4)} \to$$

$$\mathcal{L}^{-1}(Y(s)) = \frac{2}{5}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s+1}\right) - \frac{2}{5}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2+4}\right) + \frac{2}{5}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2+4}\right)$$

$$= \frac{2}{5}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s+1}\right) - \frac{2}{5}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2+2^2}\right) + \frac{1}{5}\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s^2+2^2}\right)$$

$\frac{s}{s^2+2^2}$: $\omega^2$ — $\cos 2t$

$\frac{2}{s^2+2^2}$: $\omega$ — $\sin 2t$

$$y(t) = \frac{2}{5}e^{t} - \frac{2}{5}\cos 2t + \frac{1}{5}\sin 2t$$

→ final solution in this case.

** موضوعياً بكون سهل ولبدر املع ع هاي الطريقة

Scanned with CamScanner

# in General

هاد الجزء بسهل اللي بقدر انكتبه بدونه مشاكل

$$Y(s) = \frac{F(s)}{[(s+k_1+ik_2)(s+k_1-ik_2)]}$$

2 part او complex تبعون

$$s^2+4=0$$

$$s^2+0s+4=0$$

$$s = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2-4(4)}}{2}$$

$$s = \pm\sqrt{-4}$$

$$= \pm\sqrt{-1}\cdot\sqrt{4}$$

$$s = \boxed{0}_{\text{real part of root}} + \boxed{2}_{\text{imaginary part of root}} i$$

$$s = 0 - 2i$$

$k_1$ , $k_2$

using limit theory

$$Y(s) = \underline{F(s)} + \frac{B_i}{s+k_1+ik_2} + \frac{C_i}{s+k_1-ik_2}$$

$B_i = a_1 + ib_1$ , $C_i = a_1 - ib_1$ another complex not real constant

نفس هاي الحالة طلع الحد الاول = 0 بس مش دايماً هيك ⇐

$$\mathcal{L}^{-1}(Y(s)) = \underline{\mathcal{L}^{-1}(F(s))} + (a_1+ib_1)\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s+k_1+ik_2}\right) + (a_1-ib_1)\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s+k_1-ik_2}\right)$$

↳ اذا بعرف شو هي ↳ constant

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}(F(s)) + (a_1+ib_1)e^{-(k_1+ik_2)t} + (a_1-ib_1)e^{-(k_1-ik_2)t}$$

التحويل لهاد الـterm هو e مرفوع لـpower

فكيناه ←

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}(F(s)) + (a_1+ib_1)\underline{e^{-k_1t}\cdot e^{-ik_2t}} + (a_1-ib_1)\underline{e^{-k_1t}\cdot e^{ik_2t}}$$

ما رح نمس شو هاد power

$$= \mathcal{L}^{-1}(F(s)) + e^{-k_1t}\left[(a_1+ib_1)\underline{e^{-ik_2t}} + (a_1-ib_1)\underline{e^{ik_2t}}\right]$$

↳ عامل مشترك

(complex) cos & sin بدنا نحولهم لـ #

$$= \mathcal{L}^{-1}(F(s)) + e^{-k_1t}\left[(a_1+ib_1)\{\cos(k_2t) - i\sin(k_2t)\} + (a_1-ib_1)\{\cos(k_2t)+i\sin(k_2t)\}\right]$$

↳ ما حولناه لاتو ما فيه complex part

$$= \mathcal{L}^{-1}(F(s)) + e^{-k_1t}\left[a_1\cos(k_2t) - ia_1\sin(k_2t) + ib_1\cos(k_2t) + b_1\sin(k_2t) + a_1\cos(k_2t) + ia_1\sin(k_2t) - ib_1\cos(k_2t) + b_1\sin(k_2t)\right]$$

↳ اكد لبناي

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}(F(s)) + 2e^{-k_1t}\left[\underline{a_1}\cos(k_2t) + \underline{b_1}\sin(k_2t)\right]$$

بصير اكتب هاي مباشرة مجرد ما اعرف $k_1$ و $k_2$ ، بس بضل عليي اعرف $a_1$ و $b_1$

↳ لاتو اكديه اللي صوا بتشطبوا بعض طلع $2a_1\cos k_2t$ وعنا $2b_1\sin k_2t$ و

** لما نوجد $B_i$ و $C_i$ راح يطلع جزئين لهاد الـ constant واحد real اللي هو $a_1$ ، جزء imaginary اللي هو $b_1$

** يطلع $a_1$ ، $b_1$ من الـ Limit theory

Scanned with CamScanner

example

طريقة تانية كل نفس السؤال

$$Y(s) = \frac{2}{(s+1)(s^2+4)} = \frac{2}{(s+1)(s+2i)(s-2i)} \quad \begin{bmatrix} k_1 = 0 \\ k_2 = 2 \end{bmatrix}$$

جزء من الـ solution اللي معروف

$$\frac{A}{s+1} + \frac{Bi}{s+2i} + \frac{Ci}{s-2i} \quad \text{Bi} \rightarrow \text{complex}$$

* مش لازم اطلع Bi و Ci ، لانو لو طلعت واحدة منهم راح تعطيني نفس قيمة $b_1$ و $a_1$ بس الاشارة هي اللي تختلف

$$Bi = a_1 + ib_1$$
$$Ci = a_1 - ib_1$$

* اخدت الجزء اللي فيه +ve i ، اذا طلع الجواب +ve i بتركه متل ما هو ، اما اذا طلع i -ve بتكونه قيمة b بالـ -ve الـ a فا بتفرقه عن b هي اللي بتفرق

Note :- $i \times i = -1$

$$A \rightarrow \lim_{s \to -1} \{\} = 2/5$$

$$Bi \rightarrow \lim_{s \to -2i} \left\{ (s+2i) \cdot \frac{2}{(s+1)(s+2i)(s-2i)} \right\} \Rightarrow \frac{2}{(1-2i)(-4i)}$$

$$Bi = \frac{2}{-4i-8} = \frac{2}{2(-2i-4)} \Rightarrow \frac{1}{-2i-4} * \frac{2i-4}{2i-4}$$

عكسنا اول اشارة بس

لسه ممنوع الـ complex يكون تحت ، عشان هيك بضرب بالـ conject تبع هاد المقام حتى نقلع الـ i فوقه

اذا الـ conj اللي فوقه صح ، بفوقه لا اضرب بمقامات بعض الـ i منها

$$\frac{2i-4}{4+8i-8i+16} = \frac{2i-4}{4+16} \Rightarrow \frac{-4}{20} + \frac{2i}{20}$$

$$a_1 = -\frac{1}{5} \quad , \quad b_1 = \frac{1}{10} \Rightarrow -\frac{1}{5} \oplus \frac{1}{10} i$$

طلعت +ve بالثاني بتركها متل ما هي

$$Y(s) = \frac{2/5}{s+1} + 2e^{(0)t}\left[\underbrace{-\frac{1}{5}}_{a_1}\cos\underbrace{2t}_{k_2} + \underbrace{\frac{1}{10}}_{b_1}\sin\underbrace{2t}_{k_2}\right]$$

$$y(t) = \frac{2}{5}e^{-t} - \frac{2}{5}\cos 2t + \frac{1}{5}\sin 2t$$

نفس الـ soln. اللي طلع من الطريقة الاولى

Hw 9

$$y'' + 2y' + 2y = 2 \quad , \quad y(0) = y'(0) = 0$$

Scanned with CamScanner

ex] $y'' - y' - 2y = 18 e^{-t} \sin(3t)$ , $y(0) = 0$, $y'(0) = 3$

$\mathcal{L}(y'') = s^2 Y(s) - s\,y(0) - y'(0) = s^2 Y(s) - 3$

$\mathcal{L}(y') = s\,Y(s) - y(0) = s\,Y(s)$

$\mathcal{L}(y) = Y(s)$

$\mathcal{L}(e^{-t}\sin 3t) = \dfrac{3}{(s+1)^2 + 9}$

$a = 1$, $w = 3$

$e^{at}\sin wt \Rightarrow \dfrac{w}{(s-a)^2 + w^2}$ (3 → w, −1 → a)

$s^2 Y(s) - 3 - sY(s) - 2Y(s) = 18 * \dfrac{3}{(s+1)^2 + 9}$

$Y(s)(s^2 - s - 2) = \dfrac{54}{(s+1)^2 + 9} + 3$

$Y(s) = \dfrac{54}{(s+1)^2 (s^2 - s - 2)} + \dfrac{3}{(s^2 - s - 2)}$

$(s+1)^2 = s^2 + 2s + 1$

$Y(s) = \dfrac{54}{(s^2 - s - 2)(s^2 + 2s + 10)} + \dfrac{3}{(s^2 - s - 2)}$

$s^2 - s - 2 = 0$, $s = -1$, $s = 2$

$(s+1)(s-2)$

$(s^2 + 2s + 10)$ مفيش بطلع real root

$(s + 1 + 3i)(s + 1 - 3i)$

Scanned with CamScanner

$$s^2 + 2s + 10 \Rightarrow s = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 40}}{2}$$

$$s = -1 \pm \sqrt{-9}$$

$$= -1 \pm 3i$$

real ↓ ↳ angular velocity

$$Y(s) = \frac{54}{(s+1)(s-2)(s+1+3i)(s+1-3i)} + \frac{3}{(s+1)(s-2)}$$

$$\frac{3}{(s+1)(s-2)} = \frac{A}{(s+1)} + \frac{B}{(s-2)}$$

$$A \to \lim_{s \to -1} \left\{ (s+1) \cdot \frac{3}{(s+1)(s-2)} \right\} \to A = -1$$

$$B \to \lim_{s \to 2} \left\{ (s-2) \cdot \frac{3}{(s+1)(s-2)} \right\} \to B = 1$$

$$\frac{s}{(s+1)(s-2)} = \frac{-1}{s+1} + \frac{1}{s-2}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{(s+1)(s-2)}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{-1}{s+1}\right) + \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-2}\right)$$

$$= -e^{-t} + e^{2t}$$ # الجزء الاول

Scanned with CamScanner

$$\frac{5^4}{(s+1)(s-2)(s+1+3i)(s+1-3i)} = \frac{E_1}{(s+1+3i)} + \frac{F_1}{(s+1-3i)} + \frac{C}{(s+1)} + \frac{D}{(s-2)}$$

$E_1 = a_1 + b_1 i$

$F_1 = a_1 - b_1 i$

complex

C, D: limit theory بالمباشرة

$E_i$, $F_i$: بالقطع وطرح مرافق

$$C \rightarrow \lim_{s \to -1} \left\{ (s+1) \cdot \frac{5^4}{(s+1)(s-2)(s^2+2s+10)} \right\} = \frac{54}{-27} = -2$$

لكونها بالمعادلة الأصلية لما نقطع الـ real part
عشان ما اتغلب بال complex

$$D \rightarrow \lim_{s \to 2} \left\{ (s-2) \cdot \frac{54}{(s+1)(s-2)(s^2+2s+10)} \right\} = \frac{54}{(3)(18)} = 1$$

for Complex, take $E_i$

$$E_i = a_1 + b_1 i = \lim_{s \to -1-3i} \left\{ \frac{(s+1+3i)}{(s+1-3i)(s+1)(s-2)(s+1+3i)} \cdot 54 \right\}$$

$$= \frac{54}{(-1-3i+1)(-1-3i-2)(-1-3i+1-3i)}$$

$$= \frac{54}{(-3i)(-3-3i)(-6i)}$$

نضربهم

Scanned with CamScanner

$$= \frac{54}{-18(-3-3i)} = \frac{54}{54+54i} \times \frac{54-54i}{54-54i}$$

$$= \frac{54\,(54-54i)}{(54)^2 - (54)^2 i + (54)^2 i + (54)^2}$$

$$= \frac{54\,(54-54i)}{2\,(54)^2} = \frac{(54)^2\,(1-i)}{2\,(54)^2}$$

$$= \boxed{\frac{1}{2}} \quad \boxed{-\frac{1}{2}i}$$

$a_1$ $\qquad$ $b_1$

انا كنت ماخد الـ b +ve

اذا $b_1$ طلعها سالبة

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{54}{(s+1)(s-2)(s+1+3i)(s+1-3i)}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{-2}{s+1}\right) + \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s-2}\right)$$

$$\left[\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{Ei}{s+1+3i}\right) + \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{Fi}{s+1-3i}\right)\right]$$

$-a_2 t$ e. مرفوع

$$\rightarrow 2e^{-k_1 t}\left[a_1 \cos k_2 t + b_1 \sin k_2 t\right]$$

$$k_1 = 1 \quad , \quad k_2 = 3 \quad , \quad a_1 = \tfrac{1}{2} \quad , \quad b_1 = -\tfrac{1}{2}$$

$$= -2e^{-t} + 1e^{2t} + 2e^{-t}\left[\tfrac{1}{2}\cos 3t - \tfrac{1}{2}\sin 3t\right]$$

real part

للجزء الثاني

$y(t)$ = الجزء الاول + الجزء الثاني

Scanned with CamScanner

$$y(t) = -e^{-t} + e^{2t} - 2e^{-t} + e^{2t} + e^{-t}\left[\cos 3t - \sin 3t\right]$$

$$y(t) = -3e^{-t} + 2e^{2t} + e^{-t}(\cos 3t - \sin 3t)$$

final solution ←

$y'' - y' - 2y = 18e^{-t} \cdot \sin 3t$ , $y(0) = 0$ , $y'(0) = 3$

$y_g = y_h + y_n$

for $y_h \rightarrow$ $y'' - y' - 2y = 0$ Let $y = e^{\lambda t}$

$(\lambda^2 - \lambda - 2)e^{\lambda t} = 0 \Longrightarrow \lambda^2 - \lambda - 2 = 0$ $\lambda = \frac{1 \pm \sqrt{1^2+8}}{2}$

$\lambda = 1 \pm 3/2$

$\lambda_1 = -1$ , $\lambda_2 = 2$

$y_h = C_1 e^{-t} + C_2 e^{2t}$

for $y_n \rightarrow$ Let $y_N = A e^{-t}\left[B\cos 3t + C\sin 3t\right]$

$y_N = D e^{-t} \cos(3t) + E e^{-t} \sin(3t)$

$y_N' = -De^{-t} \cdot \cos(3t) - 3De^{-t}\sin(3t) - Ee^{-t}\sin(3t) + 3Ee^{-t}\cos 3t$

$y_N'' =$ ----

$y_g = y_h + y_n$ → apply the condition to find $y_p$

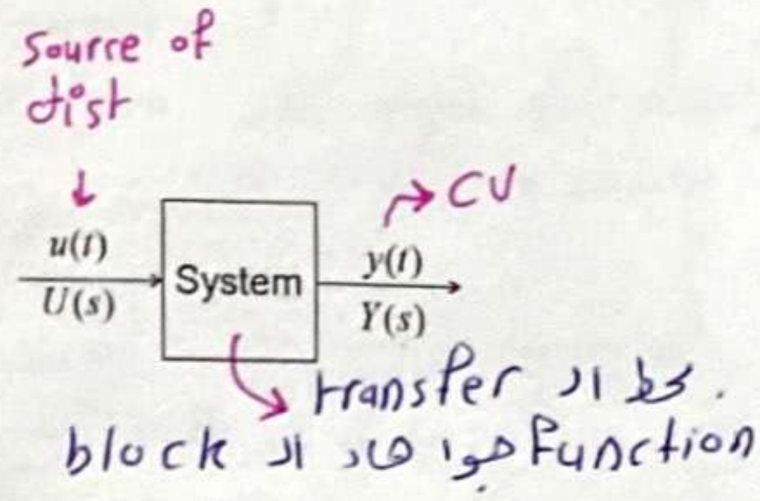
$D = 1$ , $E = -1$ , $C_1 = -3$ , $C_2 = 2$

Scanned with CamScanner

* ع فرض عندك system بدك تعمل عليه controling او تدرس تأثير اي dist. على certen parameter in output ع process يا
* شو اذا y لا behaviour اذا غيرت ال u

- *Definition of transfer function:*

- *A transfer function represents the relationship between the output signal of a control system and the input signal, for all possible input values or it is an algebraic expression for the dynamic relation between the input and output of the process model*




- *Let G(s) denote the transfer function between an input, u, and an output, y. Then, by definition:*

* بدي اعرف شو ال transfer func. لل actuator او لل controler سواء لل transmetal او لل ... وهكذا

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Y(s) → out, U(s) → in, s-domain only, G(s) ← هاد ال Function موجود لهوا ال System

*where:*

$$Y(s) = \mathrm{L}[\,y(t)\,]$$
$$U(s) = \mathrm{L}[\,u(t)\,]$$

* راح ندرس هاي ال T.F بشكل فردي لكل واحد بشكل

* بدي اعبر عن ال process اللي بصير جوا ال process بـ transfer function



← اذا كان بال t-domain لازم نحوله لل s-domain براسطة ال Laplace وبعديه نوجد ال transfer function

deviation variable → diff between y and its initial value (ss) قديش عندي انحراف بين ال actual value اللي بدي اوصلها مقارنة مع ال initial value

- *How to find transfer function; G(s):*

T.f. لازم اتبع هدول ال steps كل مرة بدي اطلع

1. *If the dynamic model is nonlinear, linearize it around the desired steady-state point.* اول شرط بال Laplace انها تكون linear — بدك تفرض انو كل ال variables = 0 with respect to time
2. *Write the steady-state Eq.* → وبنطلع القيم عند ال ss، وبصير نطلع ال max. value عند ال ss
3. *Define deviation variables and write the linearized dynamic model in terms of these deviation variables.* → بتحول ال variable اللي بالمعادلة لـ new variable ↳ For each variable in the equation

1. *Take Laplace transform and rearrange to have the desired transfer function.* → For deviation not for original variable

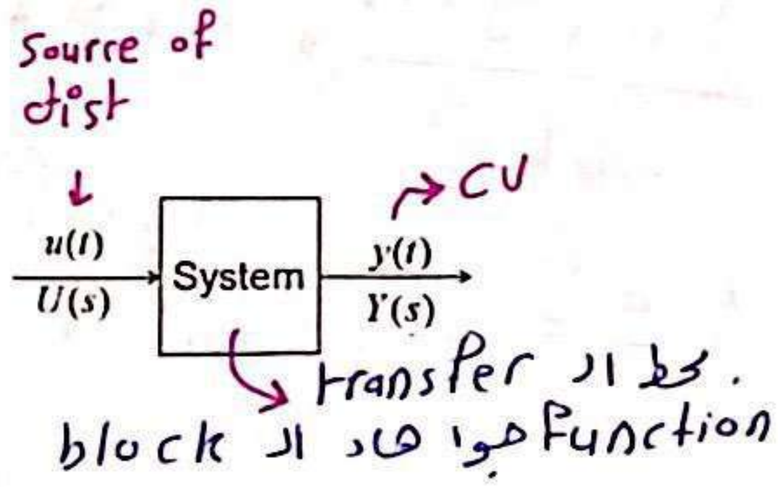


Scanned with CamScanner

* ع فرض عندك system بدك تعمل عليه controling او تدرس تأثير اي disk. certen parameter in output ع process بال input ← u اذا غيرت ال y ← behaviour شو ال output

➢ *Definition of transfer function:*

- *A transfer function represents the relationship between the output signal of a control system and the input signal, for all possible input values or it is an algebraic expression for the dynamic relation between the input and output of the process model*




- *Let G(s) denote the transfer function between an input, u, and an output, y. Then, by definition:*

* بدي اعرف شو ال transfer func. سواء لل controler او لل actuator او لل transmetal ... وهكذا

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$ ← هاد ال function موجود لهوا ال system ← Y(s) → out, U(s) → in, s: domain only

*where:*

$$Y(s) = L[y(t)]$$
$$U(s) = L[u(t)]$$

* راح ندرس هاي ال T.F بشكل فردي لكل واحد

* بدي اعبر عنه ب process اللي بصير جوا ال process ب transfer function



← اذا كان بال t-domain لازم نحوله لل s-domain بواسطة ال Laplace وبعديه نوجد ال transfer function

deviation variable → diff between y and its initial value (ss) هدا شي عندي اغراف بين ال actual value اللي بدي اوصلها مقارنة مع ال initial value

➢ *How to find transfer function; G(s):*

T.f. لازم اتبع هدول ال steps كل مرة بدي اطلع

1. *If the dynamic model is nonlinear, linearize it around the desired steady-state point.* بدك تفرض انو كل ال variables = 0 with respect to time — اول شرط بال Laplace انها تكون linear
2. *Write the steady-state Eq.* ← وبنطلع القيم عند ال ss، وبصير تلغي ال max. value عند ال ss
3. *Define deviation variables and write the linearized dynamic model in terms of these deviation variables.* ← new variable لكل variable بتحول ال للمعادلة ↳ for each variable in the equation
1. *Take Laplace transform and rearrange to have the desired transfer function.* for deviation not for original variable



Scanned with CamScanner

## خطوات الحل

① بنوجد الـ dynamic model (مثل ما عملنا قبل الأمثلة)

② بنأكد انو Linear

③ بنوجد قيم الـ variable ( $y$ & $u$ ) عند steady state

④ بنوجد الـ deviation variable ( $\tilde{y}$ & $\tilde{u}$ )

وهي علاقة $\tilde{y} = y - \bar{y}$ & $\tilde{u} = u - \bar{u}$

⑤ بنرجع للـ dynamic model وبنعمل $y$ و $u$ وبنحط مكانهم $\tilde{y}$ و $\tilde{u}$

⑥ بنرتب المعادلة وبنوخدلها الـ Laplace وبنصير بالـ S-domain

⑦ بنرتب حتى نطلع لـ $\frac{Y(s)}{U(s)}$ وهاد هو الـ transfer fun اللي بدي اياه واللي راح يربط علاقة الـ change in $U(s)$ مع الـ behavior لـ $Y(s)$

⑧ عشان لوجد الـ behavior بنضرب الـ change اللي هاد بالـ Tf مثلاً لو الـ change نوعه one step change يعني $U(s) = \frac{1}{s}$

$$\frac{Y(s)}{u(s)} = T.f \rightarrow Y(s) = U(s) . Tf$$

$$Y(s) = \frac{1}{s} . Tf$$

⑨ الخطوة الأخيرة بنعمل inverse عشان نطلع $y(t)$ هاد بكون الـ final solution

Scanned with CamScanner

*Example.*

*Find the transfer function that relates the output y with input u :*

$$5\frac{dy}{dt}+4y=u;\ \boxed{y(0)=1}$$

→ 1st order diff. eqn (linear)

بدي اعتبر انو هاي ultimate راح تصير

*Solution:*

$$\bar{y}=y(0)=1$$

at ∞

$4\bar{y}=\bar{u}$ ↳ $\bar{y}=1$ ↳ $\bar{u}=4$

linearization. لهيك بتسمى

*Steady-state Eq.:*

$$0+4\bar{y}=\bar{u}\Rightarrow \bar{u}=4$$

*Deviated variables:* at any time

$$\tilde{y}=y-\bar{y}\Rightarrow y=\tilde{y}+\boxed{1}$$

$$\tilde{u}=u-\bar{u}\Rightarrow u=\tilde{u}+\boxed{4}$$

steady state value.

صار عندي الـ y والـ u بدلالة الـ deviated var. هلأ بقدر اعوضهم بالـ diff eq.

$\tilde{y}=y-\bar{y}=y(0)-\bar{y}(0)$

$\tilde{y}=1-1=0$

$\tilde{u}=4-4=0$

$\tilde{u}=u-\bar{u}=u(0)-\bar{u}(0)$

معظم الاوقات $\tilde{y}$ بتساوي zero

▪ *Dynamic model in terms of deviation variables:*

$$5\frac{d\tilde{y}}{dt}+4(\tilde{y}+1)=\tilde{u}+4$$

$$\therefore\ \boxed{5\frac{d\tilde{y}}{dt}+4\tilde{y}=\tilde{u}\ ;\ \tilde{y}(0)=\tilde{u}(0)=0}$$

راح استفيد منها

عشان اصل لمستعمل هاي لـ diff. eq. مع الـ condition تبعوتها

الي راح تتغير بهاي الـ case هو فقط الـ condition

لكن اذا كانه عندك dev. var. وطلعت الـ diff. eq. Func. in y or u طلعوا راح تتغير المعادلة مارح تضل نفس الشكل



* اي diff. equation بكون جاي من transfer function بتمثل الـ unsteady state operation هاي الـ step.

*Transfer Function*

▪ *Take Laplace transform:* (Last step)

$$\mathbf{L}\left\{5\frac{d\tilde{y}}{dt}+4\tilde{y}\right\}=\mathbf{L}\{\tilde{u}\}$$

لما نخرجها هون بتصير ($-\tilde{y}(0)$) بس هون قيمتها zero

$$5s\tilde{Y}(s)+4\tilde{Y}(s)=\tilde{U}(s)$$

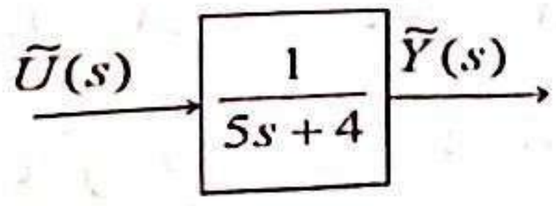
$$\tilde{y}(s)\,(5s+4)=\tilde{U}(s)$$

$$\Rightarrow G(s)=\frac{\tilde{Y}(s)}{\tilde{U}(s)}=\frac{1}{5s+4}$$

( input ) اللي عم بعمل disturb

transfer function ← علاقة y مع u من خلاله

هاد الـ block اللي بدي اياه بس استخدمه عشان ادرس الـ behaviour تبعو لما u تتغير changes




* هو math. model حسب دخل وبعطي جواب هو ما بعطي order هاي وظيفة الـ controller



Scanned with CamScanner

Step (2)

$$y = \tilde{y} + 1$$
$$u = \tilde{u} + 4$$

Step (3)

$$\frac{5\,d(\tilde{y}+1)}{dt} + 4(\tilde{y}+1) = \tilde{u} + 4$$

$$5\frac{d\tilde{y}}{dt} + 5\frac{d}{dt}(1) + 4(\tilde{y}+1) = \tilde{u} + 4$$

(1) ← zero

$$5\frac{d\tilde{y}}{dt} + 4(\tilde{y}+1) = \tilde{u} + 4$$

$$5\frac{d\tilde{y}}{dt} + 4\tilde{y} + 4 = \tilde{u} + 4$$

$$\tilde{y}(0) = 0, \quad \tilde{u}(0) = 0$$

Step 4

$$\mathcal{L}\left(5\frac{d\tilde{y}}{dt}\right) + \mathcal{L}(4\tilde{y}) = \mathcal{L}(\tilde{u})$$

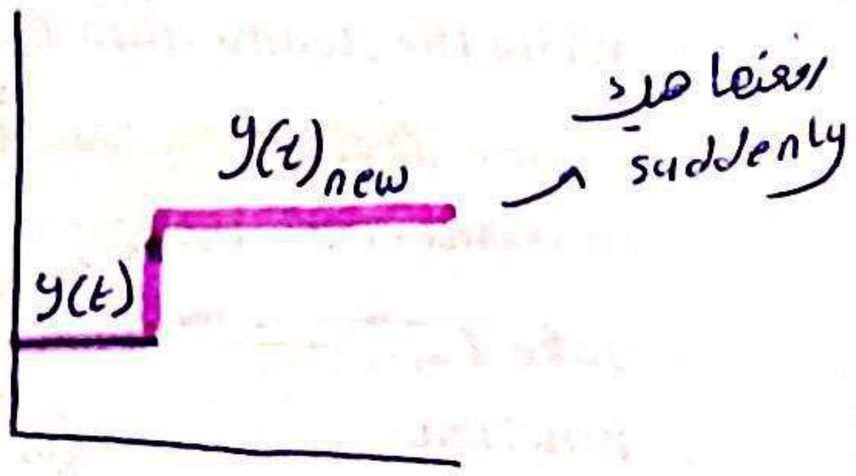
$$5s\,\tilde{Y}(s) + 4\tilde{Y}(s) = \tilde{U}(s) \Longrightarrow$$

Transfer function.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{5s+4}$$

$$Y(s) = \left(\frac{1}{5s+4}\right) \cdot \left(\frac{1}{s}\right)$$

$$\mathcal{L}^{-1}(Y(s)) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{5s+4} \cdot \frac{1}{s}\right)$$




فقلاً كمثال ادرس الـ dynamic behaviour لـ y اذا عملنا u الـ step change

نوع الـ dist وبنعبر عنه بـ $\frac{1}{s}$ لانواد step change

عبارة عن 1 بس حولها لـ laplace بتصير $\frac{1}{s}$

كل مرة بدنا نغير الـ u بدك تضرب بالكومبل تاعها، ومش دايماً نوع الـ change بكون step change

بربط الـ y مع u (Tran. Func)

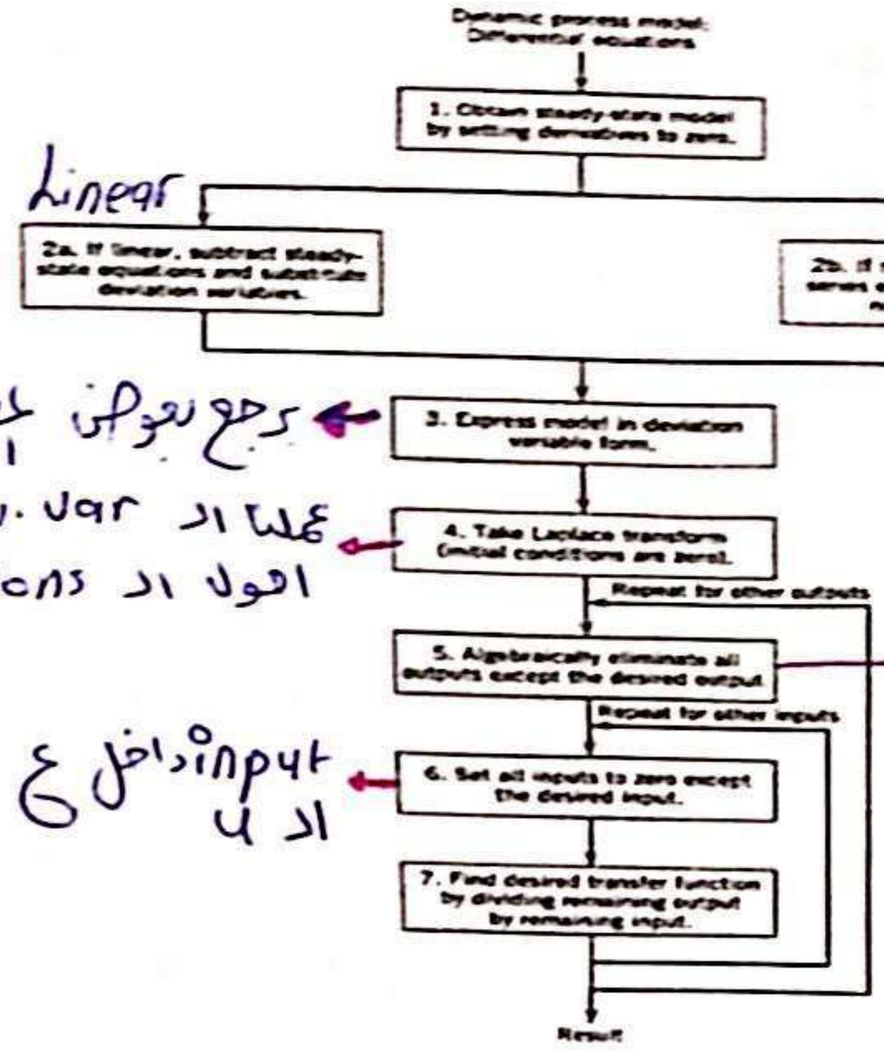
بدي اغير بقيمة الـ u عشان الـ ss وبدي اعمل فيها قفزة

الـ change اللي طبقت ع الـ u ← بعد ما عملناله laplace

اذا عرفت هاي رح اعرف الـ dynamic behaviour لـ y

Scanned with CamScanner

## General procedure for developing transfer function model:




Linear

non-Linear

لازم نعمل linearize فقط لل non linear term في المعادلة

رجوع لتحويل المعادلة بالتقسيم عشان dev. var تساوي zero conditions والـ

تمثل system الـ داخل input الـ

صين الـ out اللي بدك اياه

* درجة الـ input بتكون الـ degree الـ order - لتكون الـ output غير عدد الـ DE الـ degree تعتمد عالـ TF او الـ derivative الـ output -



عشان اطلع الـ order الـ transfer function بتطلع ع المقام

وبتشوف الـ power اعلى الـ s بالمقام

$\frac{1}{5s+4}$ ← هاد مثال عنا 1st order لانو اعلى الـ diff. equation اللي حليناها هي

### ➢ Properties of Transfer Function Models:

- *The order of the transfer function (TF) is defined to be the order of its denominator polynomial. Note that the order of the TF is equal to the order of the ODE.* → المقام
- *The TF of the previous example is 1st-order.*
- *Steady-state Gain (K): the ratio between ultimate changes in output and input:* → based on change in input

قديش صار عندي change in output

قديش عملت تغيير بالـ u وقديش صار في تغيير بالـ y

$$\text{Gain}=K=\frac{\Delta\text{ouput}}{\Delta\text{input}}=\frac{(y(\infty)-y(0))}{(u(\infty)-u(0))}$$ → initial

- ✓ *For a unit step change in input, the gain is the change in output* → gain = Δy
- ✓ *From the final value theorem, unit step change in input with zero initial condition gives:*

اذا u كانت zero صارت 1 بالباقي الـ 1 = Δu اذن

-: final value theorem بتعطيني قديش بيها variable الـ output عند الـ ∞ بتعوض بالـ lim (s → 0)

$u(\infty)=1$

$$K=\frac{y(\infty)}{1}=\lim_{s\to 0} sY(s)=\lim_{s\to 0} sG(s)\frac{1}{s}=\lim_{s\to 0} G(s)$$

G(s) — Y(s)

ultimate value of variable at ∞

-: initial بدل ما توجد الـ lim s → ∞

* y بالـ ultimate change الـ step change في بتكون u بتكون 0.25 راح بتكون اذا وصلها هيك الـ controller منيح



Scanned with CamScanner

$(n+1) - n = 1$

such $2-1=1$

* بال unit step نكون $\Delta input = 1$

واذا كان deviation variables

$$\frac{y(\infty) - y(0)}{u(\infty) - u(0)}$$

هدول بصيروا اصفار

مقدار change عملنا عليها u

مثلاً لو كانت step change بـ $u = 1$ وعملت فيها jump حتى صارت 5

$(\Delta u = 5 - 1 = 4)$ ← هاد الـ max. change in input

الـ output مبدئياً كانت y عند الـ ss بقيمة 6 وصارت عند الـ ss الجديدة 7.5 $(\Delta y = 1.5)$ ← بال output

$$Gain = \frac{1.5}{4} = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{y(\infty) - y(0)}{u(\infty) - u(0)}$$

شو فائدة الـ gain ؟ قلنا الـ controller بدو يودي اشارة هاي للإشارة المفروض تعمل correction لـ output اذا صار dist. اذا كان المفروض الـ output عند الـ ss يوصل 7.5 حس حسبته max. value لقيمة ما وصلها واذ 7.2 ، اذاً الـ gain ما وصل لـ هاد راح يصير عم ترفع قيمة الـ gain

$$k = \lim_{s \to 0} s \cdot Y(s)$$

$$= s \cdot G(s) \frac{U(s)}{s}$$

↳ if we have step change

then

$$k = \lim_{s \to 0} s \cdot G(s) \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s \to 0} G(s)$$

Scanned with CamScanner

➢ *Properties of Transfer Function Models:*

- *Some TF models do not have steady-state gain as for integrating processes and processes with sustaining oscillation in output.*

*Example:* *for the previous example find the static gain with unit step change in input.*

$$\lim_{s\to 0} G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{1}{5s+4} = 0.25$$

→ one unit step change in input

- **Physical realizability**: *TF is physically unrealizable if the order of numerator (m) is greater than that of denominator (n). This means that the order of derivative for the input is higher than that of output.*

*Example:* $a_0 y = b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u$ *and step change in u*

*Physical realizability ≡ requires future input values for current output!*

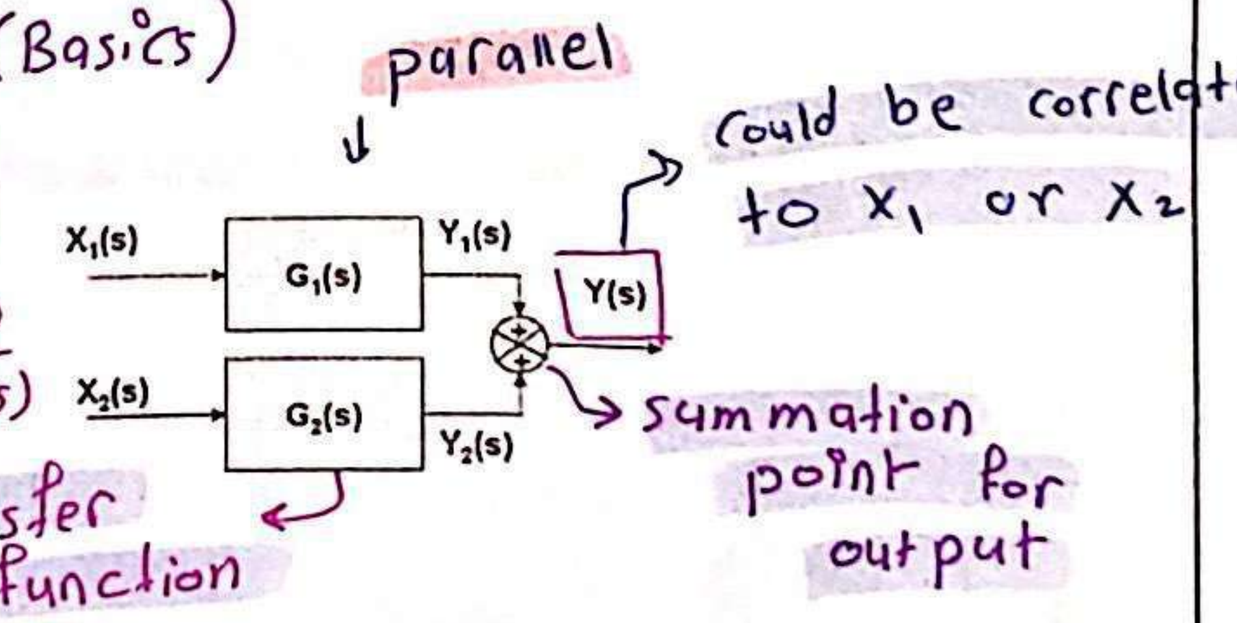


➢ *Properties of Transfer Function Models:* (Basics)

- *Additive property:*

$$Y(s) = Y_1(s) + Y_2(s)$$
$$= G_1(s)X_1(s) + G_2(s)X_2(s)$$

- $G_1 = \frac{Y_1(s)}{X_1(s)}$
- $G_2 = \frac{Y_2(s)}{X_2(s)}$

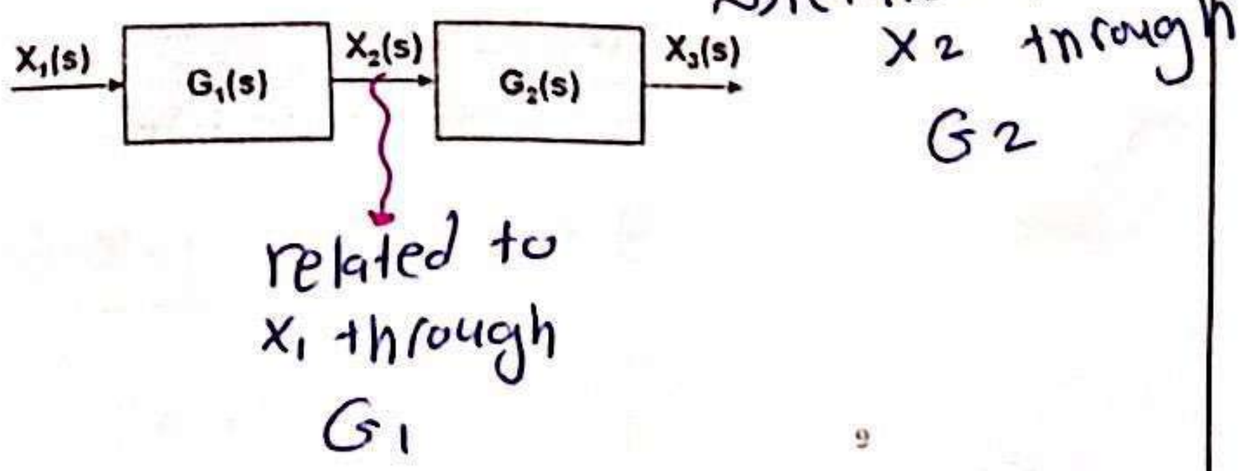



- *Multiplicative property:*

$$X_3(s) = G_2(s)X_2(s)$$
$$= G_2(s)[G_1(s)X_1(s)]$$
$$= G_2(s)G_1(s)X_1(s)$$

series ie

→ $\frac{X_3}{X_1} = G_1 * G_2$






Scanned with CamScanner

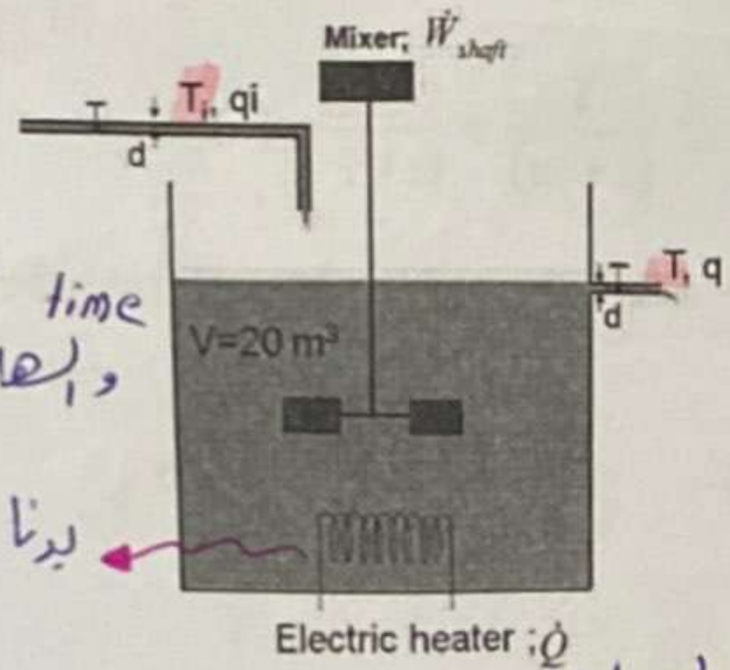
*Example:*

*For the stirred-tank heating process with constant holdup, V, find the transfer function between:*

*Outlet temperature deviation and inlet temperature deviation.*

model استنتجنا *

هذه قبل وقلنا هو عبارة عن Func. in كانت diff. eqn.
Temp as a function of time
و، Q ، $q_i$ : وإلها علاقة بـ




بدنا نسخنه

$$q = q_i$$

$$\tau\frac{dT}{dt} = T_i - T + \frac{\dot{Q}}{C\rho q}$$

موجود بتشابتر ال math. model اشتقاقة صفحة 65

↳ load of heat added to this system.



معظم الوقت ال dev. vars عند ال zero = 0 ، $y_i(0) = 0$

بدنا نطلع ال Tf للمعادلة

*See the dynamic model of this example in the Modelling chapter*

كوضنا ال model السابقة بدلالة ال dev. variables

$$\Rightarrow \tau\frac{dy}{dt} = y_i - y + Ku \quad at\ t = 0\ (\text{old desired st.st.}):\ y = 0$$

y depend on $y_i$ and u

Where $K = \frac{1}{\rho q C}$ ; $\tau = \frac{V}{q}$

*and "deviation variables" are:* at any time ( اصلاً موجودة بالمعادلة )

$\tilde{T}$ بالمعادلة كرمز ← $y = T - \bar{T}$ → at ss

$y_i = T_i - \bar{T}_i$ → source of dist. → $y_i$ عكس تكون ثابتة للبورد Feed داخل بحرارة ثابتة وبدي اعمل عليه اذا لا فقط

$u = \dot{Q} - \bar{\dot{Q}}$

*Take the Laplace transform of the dynamic model equation:*

$$\mathbf{L}\left\{\tau\frac{dy}{dt}\right\} = \mathbf{L}\{y_i - y + Ku\}$$

$\tilde{T}(0) = 0$

$$\Rightarrow \tau s Y = Y_i - Y + KU$$

↳ $y_i$ if U → input



* بدي اوصل ال out عشان كل ال input ال transfer fun. عشان اطلع ال

Scanned with CamScanner

$$\tau \frac{dT}{dt} = T_i^\circ - T + \Phi k$$

at SS

$$\frac{dT}{dt} = 0 \implies 0 = \bar{T}_i^\circ - \bar{T} + \bar{\Phi} k$$

$$\bar{T}_i^\circ = \bar{T} - \bar{\Phi} k$$

$$y = T - \bar{T}$$

$$y_i = T_i^\circ - \bar{T}_i^\circ$$

$$u = \Phi - \bar{\Phi}$$

$$\tau \frac{d(y - \bar{T})}{dt} = y_i^\circ - \bar{T}_i - y + \bar{T} + (u - \bar{\Phi})k$$

$$\tau \frac{dy}{dt} - \cancel{\frac{\tau d\bar{T}}{dt}} = y_i \cancel{- \bar{T} + \bar{\Phi} k} - y \cancel{+ \bar{T}} + uk \cancel{- \Phi k}$$

(zero)

$$\tau \frac{dy}{dt} = y_i - y + uk \quad \#$$

Scanned with CamScanner

*Rearrange the Eq. as:*

two input عنا $(\tau s+1)Y = Y_i + KU$

output واحد، $Y = \frac{1}{(\tau s+1)} Y_i + \frac{K}{(\tau s+1)} U$

اذا بعمل اي تغيرات ع $Y_i$ او $U$ راح تتغير قيمة $Y$

- *Transfer function between outlet temperature deviation and inlet temperature deviation is:*

$$G_1(s) = \frac{Y(s)}{Y_i(s)} = \frac{1}{(\tau s+1)}$$ → 1st transfer function

- *Transfer function between outlet temperature deviation and inlet heating rate deviation is:*

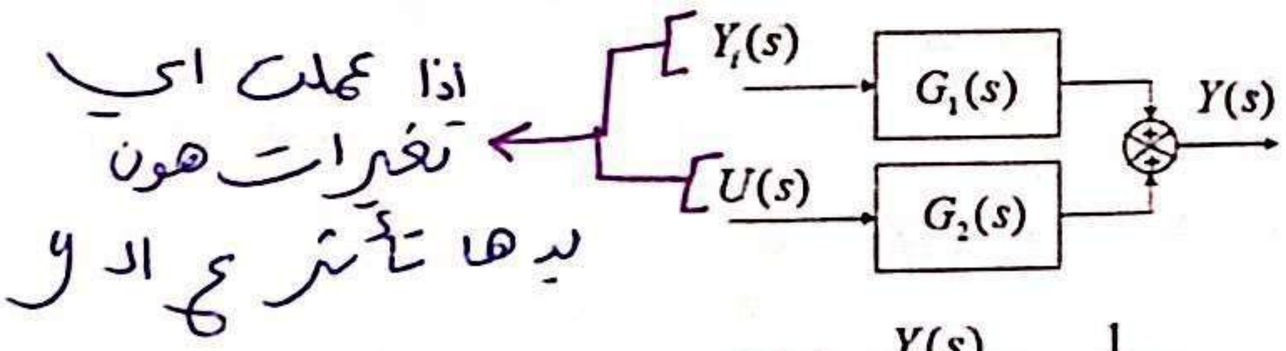
$$G_2(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{(\tau s+1)}$$ → 2nd transfer function

$$Y = G_1(s)Y_i + G_2(s)U$$



هلقد عنا two tran. func. لانو عنا وصدرين لاكتر من عكس بكون
ال inlet temp او Q بصير out. Temp بدل in. temp
وحرة رفعنا اذ Q رفعنا ها بادQ

*Using the addition property, this can be represented by the following block diagram:*




اذا عملت اي تغيرات هون بدها تأثر ع اد ي

$$G_1(s) = \frac{Y(s)}{Y_i(s)} = \frac{1}{(\tau s+1)}$$

$$G_2(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{(\tau s+1)}$$

$Y = G_1 Y_i + G_2 U$

ال TF اللي طلعنا هم للـ dynamic model، هدول ما بتغيروا بتغير نوع ال change بنفس المعادلة

ال change اللي راح بصير باد input (... step, ramp, ...)



Scanned with CamScanner

no change in inlet temp → $\frac{1}{(\tau s+1)} Y_i(s)$ term اسمها ال *

ما فيه تغيرات ، اذا اللي راح يغير قيمة y هو ال term اللي قبلها

ال change in U لنوعها اللي الها علاقة بال Φ

حسب تعريفنا $U = \Phi - \bar{\Phi}$

*Example.*

*In the previous example if the liquid volume in the tank is 20 m³ and the flow rate is 10 m³/hr., the liquid density is 1000 kg/m³ and liquid heat capacity is 1 cal/g.°C. Suppose that there is a step change in heating rate from 30 kcal/s to 99 kcal/s and there was no change in the inlet temperature. Determine the outlet deviated temperature as function of time.*

$\frac{1}{\rho C} = \frac{1}{10^7}$

$$Y(s) = \frac{1}{(\tau s+1)} Y_i(s) + \frac{K}{(\tau s+1)} U(s)$$

$\frac{V}{q} = \frac{20}{10} \rightarrow \tau = 2$

*No change in the inlet temperature:* $G_1$

$$Y(s) = \frac{K}{(\tau s+1)} U(s)$$

*Step change in heating rate:* $U(s) = \frac{99-30}{s} = \frac{69}{s}$ steps

* لو رفعها لـ 31 راح يكون عندنا one step لين انا رفعها لـ 99 اذا حتى عندنا 69 steps

الـ 69 لما نعملها Laplace نصيرها $\frac{69}{s}$



dev. var. عندما نحذف صارلها انحراف عن قيمة الـ ss الاصلية لها

*Transfer Function*

$$K = \frac{1}{C\rho q} = \frac{1}{1000\times1000\times10} = 1\times10^{-7}\ ^\circ\text{C.hr/cal} = 0.36^\circ\text{C.s/kcal}$$

partial fraction → $24.8\left[\frac{a}{s} + \frac{b}{(2s+1)}\right]$ ($a \rightarrow 1$, $b \rightarrow 2$)

$$\mathcal{L}^{-1}\ Y(s) = \frac{0.36}{(2s+1)}\frac{69}{s} \overset{\mathcal{L}^{-1}}{\nleftarrow} \frac{24.8}{s(2s+1)} = 24.8\left[\frac{1}{s} - \frac{2}{2s+1}\right]$$

*Take Laplace inverse transform*

هاي العلاقة في حال step change عملت

$$y(t) = 24.8\left(1-e^{-t/2}\right) \rightarrow \text{final solution}$$

*If the initial steady state temperature in the tank is 50 °C, the new steady state values is 50 + 24.8 = 74.8 °C. And the steady state gain is*

كوصلنا بالمعادلة فوق ← بالـ ∞

$$Gain = K = \frac{y(\infty)-y(0)}{u(\infty)-u(0)} = \frac{24.8-0}{(99-30)-0} = 0.36^\circ\text{C.s/kCal}$$

dev. var.

$y = T - \bar{T}$

$T = y + \bar{T}$

$\bar{T}$ ← 24.8 ، initial 50

$T = 24.8 + 50$



Scanned with CamScanner

$$Y(s) = \frac{0.36}{(25+1)} * \frac{69}{s} = \frac{24.84}{s(25+1)}$$

↳ no repetetion

$$Y(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{25+1}$$

$$A \rightarrow \lim_{s \to 0} \left( s * \frac{24.84}{s(25+1)} \right) = 24.84$$

$$B \rightarrow \lim_{s \to \frac{-1}{2}} \left( (2s+1) \frac{24.84}{s(2s+1)} \right) = \frac{24.84}{-\frac{1}{2}} =$$

$$B = -49.68$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{24.84}{s}\right\} - \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{49.68}{2s+1}\right\} \hookrightarrow \frac{49.68}{2(s+\frac{1}{2})} = \frac{24.84}{s+\frac{1}{2}}$$

$$y(t) = 24.84 - 24.84\, e^{-\frac{1}{2}t}$$ ← out لـ behavior الـ

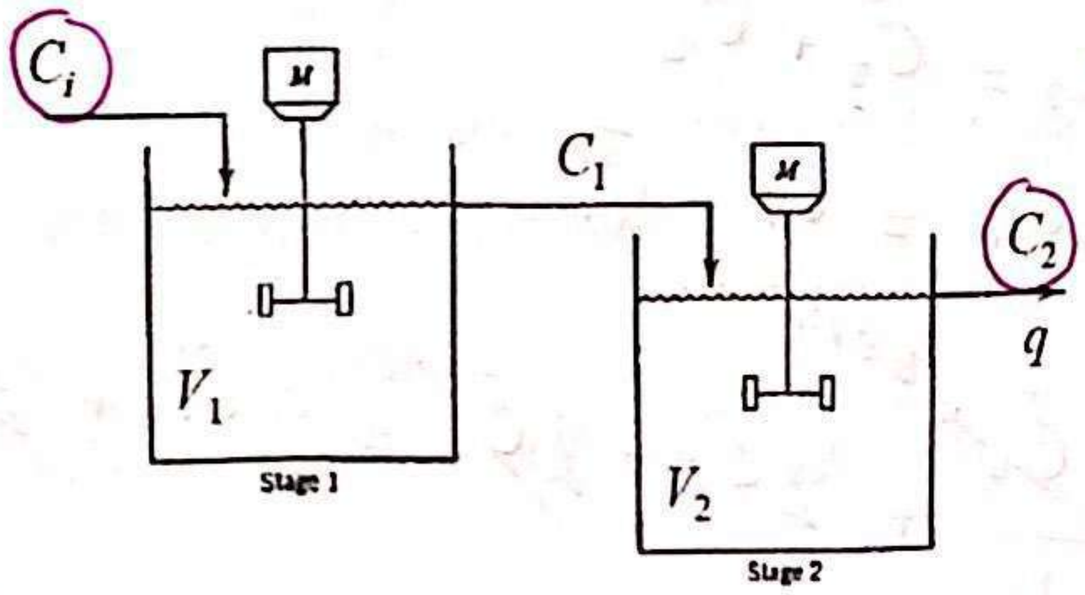
في حال عملت step change ع الـ Φ وما عملت اي change ع الـ inlet temp.

Scanned with CamScanner

*Example*

*Two stirred tanks in series for mixing of two liquid components (constant volumes, no reactions). Find the transfer function between component concentration out of 2nd tank and to the feed concentration to first tank.*

بدنا الـ transfer func. بين $C_i$ و $C_2$.




$\tau_1$ $\tau_2$

*Parameters:* $V_1/q = 2$ *min,* $V_2/q = 1.5$ *min.*

*Initial conditions:* $c_1(0) = c_2(0) = 1$ kg mol/m$^3$



*Dynamic model:*

- *Apply component mole balance on tank 1:*

$$V_1 \frac{dc_1}{dt} + qc_1 = qc_i$$

- *Apply component mole balance on tank 2:*

$$V_2 \frac{dc_2}{dt} + qc_2 = qc_1$$

بدي احول الـ $C_1$ والـ $C_2$ و $q$ لـ dev. var.

- *Use deviation variables, take the Laplace transforms, and rearrange to have the following transfer functions:*
  - ✓ *TF between concentration out of the 1st tank to the feed concentration to the 1st tank:*

$$\frac{\bar{C}_1(s)}{\bar{C}_i(s)} = \frac{1}{(V_1/q)s+1} = \frac{1}{(2s+1)} \quad \text{(1st-order TF)}$$




Scanned with CamScanner

## for the first tank

$$V_1 \frac{dC_1}{dt} + qC_1 = qC_i$$

① SS $\rightarrow \frac{dC_1}{dt} = 0 \rightsquigarrow 0 + \bar{q}\bar{C}_1 = \bar{q}\bar{C}_i \Rightarrow \bar{C}_1 = \bar{C}_i$ #

② dev. variable :-

$$\tilde{C}_1 = C_1 - \bar{C}_1 \rightarrow C_1 = \tilde{C}_1 + \bar{C}_1$$
$$\tilde{C}_i = C_i - \bar{C}_i \rightarrow C_i = \tilde{C}_i + \bar{C}_i$$

③ dynamic model اد بعادي بنجوبن

$$V_1 \frac{d(\tilde{C}_1 + \bar{C}_1)}{dt} + q(\tilde{C}_1 + \bar{C}_1) = q(\tilde{C}_i + \bar{C}_i)$$

$$V_1 \frac{d\tilde{C}_1}{dt} + \cancel{\frac{V_1 d\bar{C}_1}{dt}}^{\text{zero}} + q\tilde{C}_1 + \cancel{q\bar{C}_1} = q\tilde{C}_i + \cancel{q\bar{C}_i}$$

$$V_1 \frac{d\tilde{C}_1}{dt} + q\tilde{C}_1 = q\tilde{C}_i \qquad (\text{out} = \text{in})$$

↳ Laplace

$$V_1 L\left[\frac{d\tilde{C}_1}{dt}\right] + qL[\tilde{C}_1] = qL[\tilde{C}_i]$$

$$V_1 \cdot s \cdot \tilde{C}_1(s) + q\tilde{C}_1(s) = q\tilde{C}_i(s)$$

$$\tilde{C}_1(s)(V_1 s + q) = q\tilde{C}_i(s)$$

$$\frac{\tilde{C}_1(s)}{\tilde{C}_i(s)} = \frac{q}{(V_1 s + q)}$$

$$= \frac{\cancel{q}}{\cancel{q}\left(\frac{V}{q}s + 1\right)} = \frac{1}{(2s+1)}$$

transfer Func. هاد اد لاول tank

$\frac{V}{q}$ = 2 ثانية، بسرعة الدال

Scanned with CamScanner

## for the 2nd tank

$$V_2 \frac{dC_2}{dt} + qC_2 = qC_1$$

① at SS $\rightarrow$ $\frac{dC_2}{dt} = 0 \rightarrow \bar{C}_2 = \bar{C}_1$

② dev. variable :-

$\tilde{C}_2 = C_2 - \bar{C}_2 \rightarrow C_2 = \tilde{C}_2 + \bar{C}_2$

$\tilde{C}_1 = C_1 - \bar{C}_1 \rightarrow C_1 = \tilde{C}_1 + \bar{C}_1$

③ $V_2 \frac{d(\tilde{C}_2)}{dt} + V_2 \frac{d\bar{C}_2}{dt}$ (zero) $+ q\tilde{C}_2 + q\bar{C}_2 = q\tilde{C}_1 + q\bar{C}_1$

$\int V_2 \frac{d\tilde{C}_2}{dt} + \int q\tilde{C}_2 = \int q\tilde{C}_1$

$V_2 \cdot s \cdot \tilde{C}_2(s) + q\tilde{C}_2(s) = q\tilde{C}_1(s)$

$\tilde{C}_2(s)(V_2 s + q) = q\tilde{C}_1(s)$

$\frac{\tilde{C}_2(s)}{\tilde{C}_1(s)} = \frac{q}{(V_2 s + q)} = \frac{q}{q(\frac{V_2}{q}s + 1)} = \frac{1}{1.5s+1}$

↳ transfer func. الـ
الـ term الثاني

since they are in series $\Rightarrow$ use multiplication rule

$C_2(s) = G_2(s) * \underline{C_1(s)}$

↳ $G_1(s) * C_i(s)$

$\frac{C_2(s)}{C_i(s)} = G_2(s) * G_1(s) * \frac{C_i(s)}{C_i(s)}$

$\frac{C_2(s)}{C_i(s)}$ ← out / in

$= G_2(s) * G_1(s)$

$= \frac{1}{(2s+1)} * \frac{1}{(1.5s+1)} = \frac{1}{(2s+1)(1.5s+1)}$ #

overall Tf

Scanned with CamScanner

- *TF between concentration out of the 2nd tank and the feed concentration to the 2nd tank:*

$$\frac{\tilde{C}_2(s)}{\tilde{C}_1(s)} = \frac{1}{(V_2/q)s+1} = \frac{1}{(1.5s+1)} \qquad \text{(1st-order TF)}$$

(1·5)

- *TF between concentration out of the 2nd tank and the feed concentration to the 1st tank (chain rule):*

$$\frac{\tilde{C}_2(s)}{\tilde{C}_i(s)} = \frac{\tilde{C}_2(s)}{\tilde{C}_1(s)}\frac{\tilde{C}_1(s)}{\tilde{C}_i(s)} = \frac{1}{\left((V_2/q)s+1\right)\left((V_1/q)s+1\right)}$$

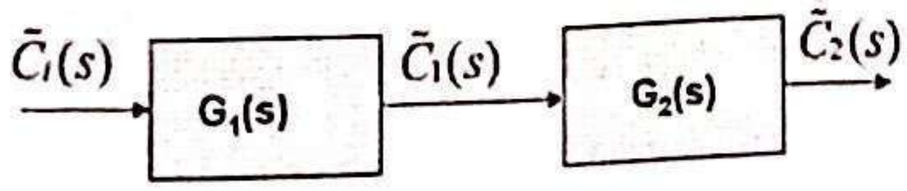
$$= \frac{1}{(2s+1)(1.5s+1)} \qquad \text{(2nd -order TF)}$$

two transfer func. ضرب دو تابع در یکدیگر





- *Using the multiplication properly, this can be represented by the following block diagram:*




$$G_1(s) = \frac{1}{(2s+1)} \qquad G_2(s) = \frac{1}{(1.5s+1)}$$



Scanned with CamScanner

راح يكون عنا Loop فيها مجموعة من Transfer Functions بدي قواعد اختزل فيها عشان اطلع الـ total transfer func.

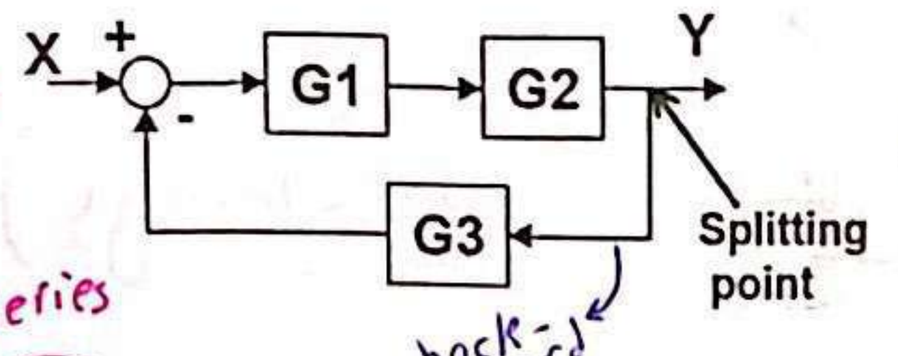
الإشارات:- الإشارة اللي راجعة -ve معناها بدي اطرح و الإشارة اللي جاي +ve بركبها عادي

*Example*

*Use the TF block diagram shown below to find: Y (s) X (s)*

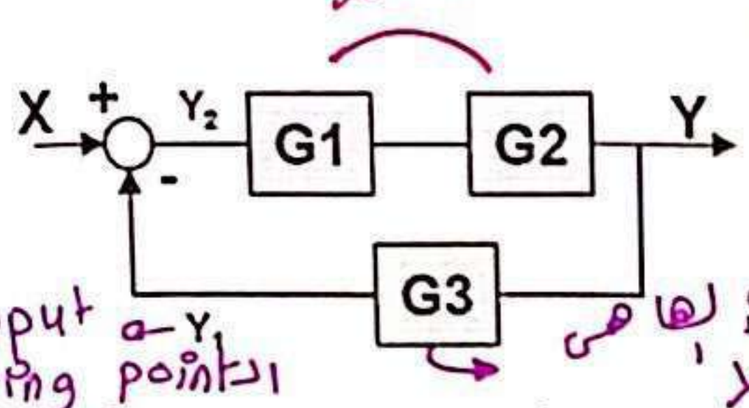
الـ Loop اللي موجودة بدها تعقد بشكل

very simple loop ⇝




لما بدي اكتب y as a fun. of x بدي اخذ بعين الاعتبار الـ forward و الـ backward direction

*Solution*




*$Y_1$ and $Y_2$ are intermediate variables*

back-ward

نتنبه للاشارات

$$Y = G_1G_2Y_2 = G_1G_2(X - Y_1)$$
$$= G_1G_2(X - G_3Y)$$
$$= G_1G_2X - G_1G_2G_3Y$$
$$\Rightarrow Y + G_1G_2G_3Y = G_1G_2X$$
$$Y(1 + G_1G_2G_3) = G_1G_2X$$

ما بدي اياها بدلالة $Y_2$ بدي اياها بدلالة X

$Y_2$ هي عبارة عن output عن الـ sum point

Y as a function of x ⇝ $$\therefore \frac{Y}{X} = \frac{G_1G_2}{1 + G_1G_2G_3}$$

هاد هو الـ transfer function اللي بامكاني اشيل كل الـ blocks واحط مكانها one block داخل عليه x وطالع منه y



Two behavior عنا في

① 1st order behavior ⟵ معناها Tf. is first order → 1st order DE

② 2nd order behavior

راح نضطر نروح للحالات الثلاث باللابلاس لما يكونوا Complex - repeted - real

# Process Control

## Dynamic Behavior →

بدنا نشوف تأثير اي system الـ dist. على الـ output اللي هو الـ CV

ونشوف شو استجابة الـ output اذا صار اي dist. بالـ input

*The university f Jordan*

*Chemical Engineering Department*

*Fall 2022*

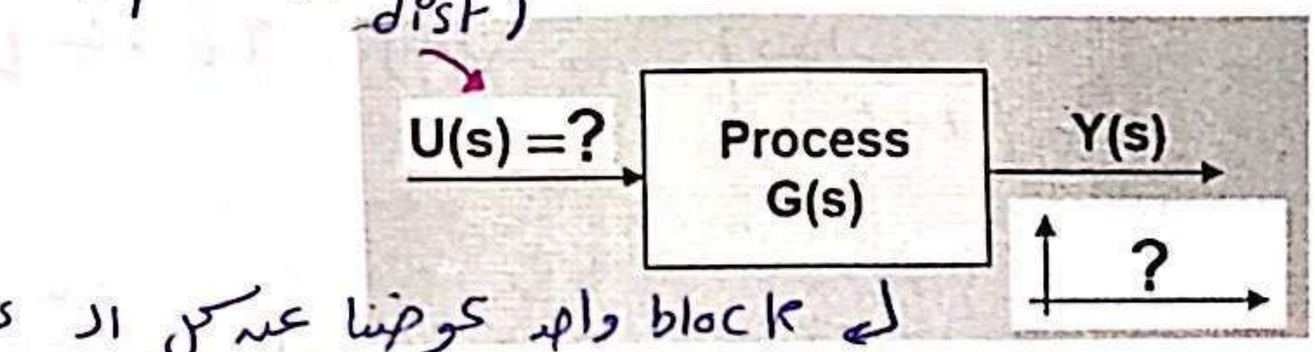
*Prof. Yousef Mubarak*


Scanned with CamScanner

## Process dynamic behavior

- In analyzing process dynamic and process control systems, it is important to know how the process responds to changes in the process inputs U(s).
- A number of standard types of input changes are widely used for two reasons:
  1. They are representative of the types of changes that occur in plants.
  2. They are easy to analyze mathematically.

• بدي اعمل داتا و تجرب الـ system لـ ss و تصير الـ variable تتغير مع الزمن حتى توصل للـ ss
لهيك بدنا نعرف شكل نوع هي الـ dist. كيف راح يكون شكل الاستجابة




لـ block واحد كوحنا عم نمثل الـ process بتضمه الـ transfer function



* غير انواع الـ dist وشوف تغير الـ output
* بالاخير بدي اطلع $y(t)$ وارسمها واشوف الـ behavior تاعها واعرف متى راح توصل للـ ss وقديش الزمن اللي راح تستغرقه حتى تصل للـ ss

مثلاً: كنت تشغل ع raw mat. من برميل فيها تركيز معين اذا اخدت operation raw mat من مكان تاني كل الـ raw mat راح تتخربط وبعدها تصير تشغل ع التركيز الجديد

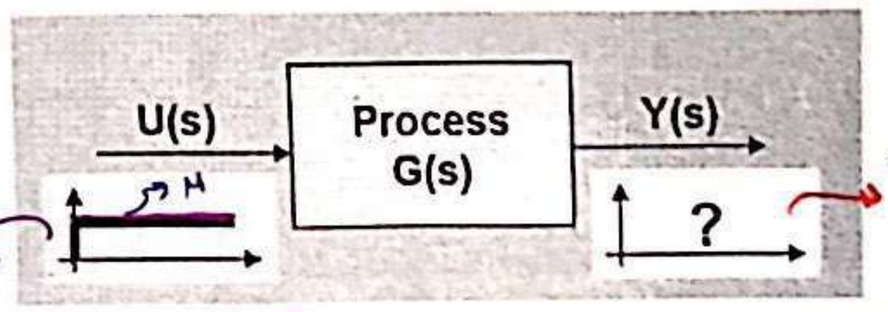
### Standard types of input changes:

**1. Step Input** ← شو لحظي يعني بدك تصير تشغل ع القيمة الجديدة

A sudden change in a process input variable can be approximated by a step change of magnitude, M: عند الـ zero time كلنا قفزة وضلينا ما شيبه عليه

$$u_s(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ M & t\geq 0\end{cases} \quad ; \quad \boxed{U_s(s)=M/s}$$

* كنت شغال ع input معين وغيرته فجأة لقاد الـ input راح يكون قيمة الـ input مقسومة على s
* لما نصير عنا step input الـ laplace




* كيف راح يكون شكل الـ output لما عمل step change !؟
* لما اغير الـ conc. هاي اللحظة تصير عم بالنسبة لـ y operation. وبدنا نضل لحتى توصل لـ new ss

- The step change occurs at an arbitrary time denoted as t = o.
- Special Case: If M = 1, we have a "unit step change". We give it the symbol, S(t).

Example of a step change: A reactor feedstock is suddenly switched from one supply to another, causing sudden changes in feed concentration.



Scanned with CamScanner

$$Y(s) = T.f * \frac{U(s)}{}$$

change اد نوع ← يعتمد ع

اللي صار

مقدار الـ jump اللي عملناها بتكون constant قيمة ←

$$U(s) \longrightarrow \frac{M}{s} \quad \text{(step change)}$$

Scanned with CamScanner

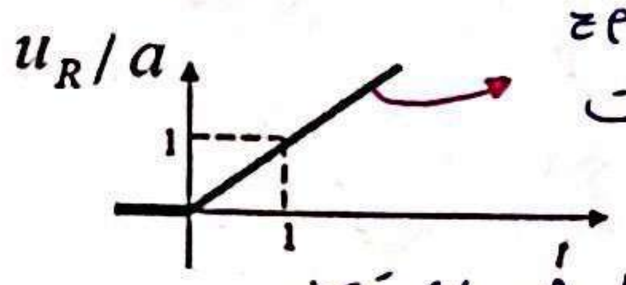
* عبارة عن linear 1st order و اله slope = ٩ و اله intercept = ٥
* لحتى بدك تضل تغير ؟! بعتمد ع الهدف منه اله disk ، انت لسه
قاعد تتحمل هاد اله disk

➢ *Standard types of input changes:*

**2. Ramp input** ستاتيك ، قاعد عم بتغير مع الزمن

*The process input variable increases linearly with time a rate of change, a :*

بنضل طالعة بـ linear relations ،
عملنا disk ع zero
قبل اله zero كانت
قيمة u = ٥
بعد اله zero بنبلش $u_R$ تتغير




$$u_R(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ at & t\geq 0\end{cases} \quad ; \quad U_R(s)=a/s^2$$

constant ←

*Example of ramp changes: Ramp setpoint to a new value; feed composition; heat exchanger fouling; catalyst activity.*

* احيانًا ما بدهم يعملوا disk. ما غيروا
الـ conc. فجأة ما بدهم step لانو ممكن يخرب الـ system
لهيك بغيروا شكل تدريجي



هاد بشبه الـ step بس لفرق انو هون التغير راح يكون لفترة قصيرة من الزمن
بعدها برجع ع الوضع القديم

➢ *Standard types of input changes:*

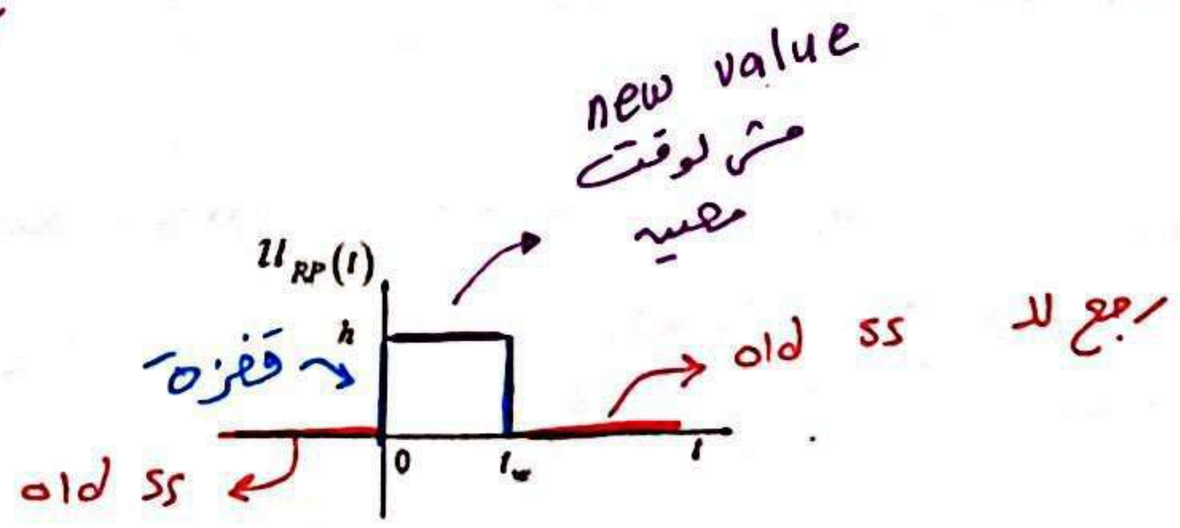
**3. Rectangular Pulse** ← تغير موجز

*It represents a brief change in the input variable:*

old conc.
new conc. مثلاً بتضل h هاي
بتشتغل لهذ الزمن
اللي انت بتحدده

$$u_{RP}(t)=\begin{cases}0 & \text{for } t<0\\ h & \text{for } 0\leq t<t_w\\ 0 & \text{for } t\geq t_w\end{cases}$$

$$U_{RP}(s)=\frac{h}{s}\left[1-e^{-t_w s}\right]$$




*sudden process*

*Example of rectangular pulse changes: Reactor feed is shut off for one hour; the fuel gas supply to a furnace is briefly interrupted.*



Scanned with CamScanner

# type of change :-

| Name | u(t) formula | U(s) Laplace | Y(s) response |
|---|---|---|---|
| ① step | M | $\frac{M}{S}$ | $Y(S) = Tf \cdot \frac{M}{S}$ |
| ② ramp | at | $\frac{a}{S^2}$ | $Y(S) = Tf \cdot \frac{a}{S^2}$ |
| ③ rectangular | h | $\frac{h}{S}[1 - e^{-tws}]$ | $Y(S) = Tf * \frac{h}{S}[1 - e$ |
| ④ sinuscidal | A sinwt | $\frac{Aw}{S^2 + \omega^2}$ | $Y(S) = Tf \cdot \frac{Aw}{S^2 + \omega^2}$ |
| ⑤ impulse | 1/tw | 1 | $Y(S) = Tf$ |



Scanned with CamScanner

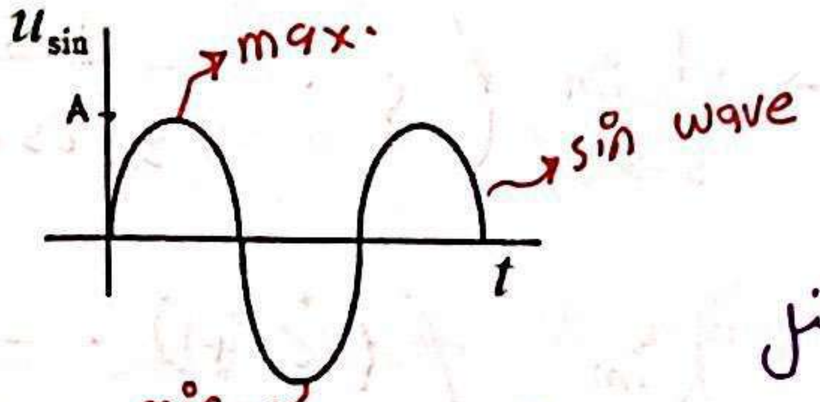
← الـ input اللي بصير فيها fluctuation بين الـ max والـ min

← مثال التيار اللي بوصلنا ع البيوت بكونه متذبذب - ما في تيار ثابت غير بالبطاريات الجافة وبصير بنزل مع الزمن

➢ *Standard types of input changes:*

**4. Sinusoidal disturbance (Frequency Response)**

*Processes are also subject to periodic, or cyclic disturbances. They can be approximated by a sinusoidal disturbance:*




داع بضل الـ disturbance طالع ونازل

$$u_{\sin}(t)=\begin{cases}0 & \text{for } t<0\\ A\sin(\omega t) & \text{for } t\geq 0\end{cases} \qquad U_{\sin}(s)=\frac{A\omega}{s^2+\omega^2}$$

any constant ←

*where:* [ $A$ = *amplitude,* $\omega$ = *angular frequency* ] → ماكسيمين بالـ sin wave

*Example of sinusoidal changes: 24 hour variations in cooling water temperature; electrical noise.* recycle بنعمله الـ cooling water بتم استخدامه اكثر من مرة ، كل مرة بنعمله استخدمه عشان ابرد فيه بالتالي هو بسخنه برجعه ولازم يبرد عشان ارجع مرة ثانية استخدمه للتبريد هاد الماء sin wave (max) درجة حرارة بمثل قاعد بصيرلها كقلب مرة بترتفع ومرة بنزل (min)



$\frac{1}{tw} \rightarrow \frac{1}{\frac{n!}{s^{n+1}}} = \frac{1}{\frac{1}{s^0}} = 1$

$n=1$

← الشرط انو الـ time يكون tend to be zero

* شبه الـ rec. نبض بصير ع فترة قصيرة جدًا

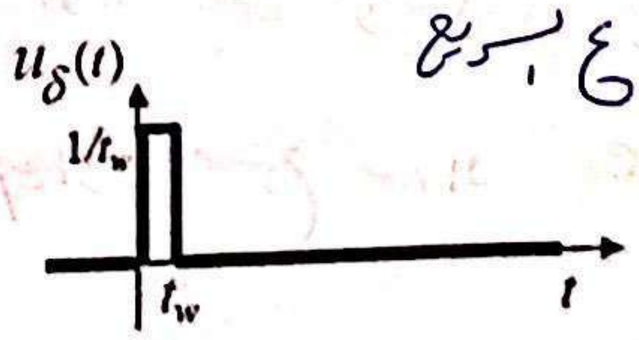
➢ *Standard types of input changes*

**5. Impulse input** → very short time

*It represents a short, transient disturbance. It is the limit of a rectangular pulse for $t_w \rightarrow 0$ and $h = 1/t_w$:*

* هاي عنا noise قصيرة كان لحظي يا دوب طلع ونزل ع بسرعة

$$u_\delta(t)=\lim_{t_w\to 0}\begin{cases}0 & \text{for } t>t_w\\ 1/t_w & \text{for } t_w\geq t\geq 0\\ 0 & \text{for } t<0\end{cases}$$




$$U_\delta(s)=1$$

*Example of impulse changes: Electrical noise spike in a thermo-couple reading; Injection of a tracer dye.*



Scanned with CamScanner

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{\tau s+1}$$

transfer function

input ال

اللي راح يصير فيه

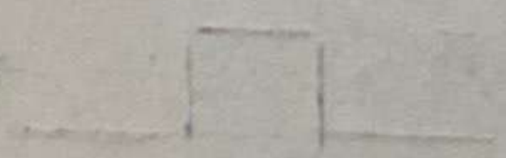
change. ال

* بعد ما نضرب

tf ل change ال

laplace inverse بعمل

y(t) حتى نطلع



Scanned with CamScanner

$Gain(K) = \lim_{s\to 0} s \cdot Y(s)$

$K = \lim_{s\to 0} s * \frac{K}{(\tau s+1)} * \frac{1}{s} \rightarrow \frac{K}{\tau(0)+1} = K$

← رح نركز ع الـ Tf من الدرجة الاولى ومن الدرجة الثانية

← الدرجة الاولى يعني s باقلها الـ order عاعها واحد

← طبارت الـ Gain هي نفسها قيمة K اللي كانت $\frac{1}{RC_2}$

## Dynamic behavior of 1st order systems

- First-order linear ODE (assume all deviation variables): ← dev. variable

$$\tau\frac{dy(t)}{dt} = -y(t) + Ku(t) \xrightarrow{\mathbf{L}} (\tau s+1)Y(s) = KU(s)$$

dev. var.

zero. لكل initial cond. الـ

- Transfer function: ← constant

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{(\tau s+1)}$$ ← K: Gain, τ: Time constant (Space time)

⇒ 1st order transfer func.

response الـ ← واخدا 1st order function

**Step change input:** $U(s) = A/s$ ← value of step change (real number 1, 2 ... 50)

$$Y(s) = \frac{KA}{s(\tau s+1)} \xrightarrow{\mathbf{L}^{-1}} y(t) = KA(1-e^{-t/\tau})$$

بدنا نشوف تأثير ح، kA حالو تأثير على شكل الـ solution

الـ ح هي اللي رح تأثر ع شكل الـ response

- $y(\tau) = KA(1-e^{-\tau/\tau}) \approx 0.632KA$
- $KA(1-e^{-t/\tau}) \geq 0.99KA \Rightarrow t \approx 4.6\tau$ (Settling time=$4\tau \sim 5\tau$)
- $y'(0) = KAe^{-t/\tau}/\tau\big|_{t=0} = KA/\tau \neq 0$ (Nonzero initial slope)

← كل ما زادت ح الـ process تصير ابطأ وبدها زمن اطول

$\tau = \frac{V}{q}$

ح زادت ← الـ Volume زايد او قل الـ Flow rate ← process رح تصير ابطأ بالـ response

← حتى توصل لل SS وبكون الـ slope اقل

← علاقة ح مع الـ slope عكسية



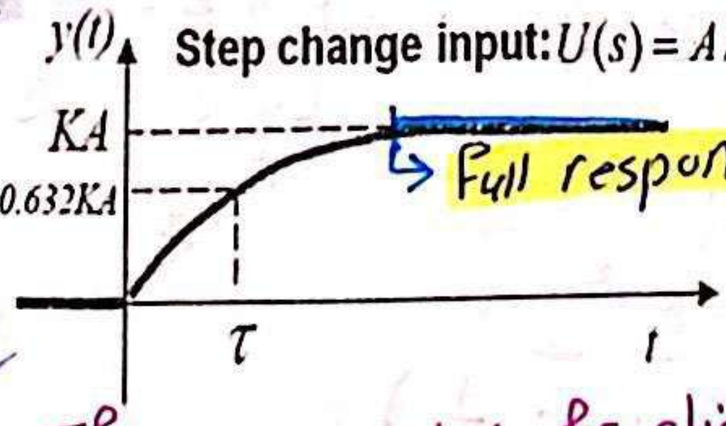
← 0.632 ← هاد بترجم بمثل استجابة الـ controller او استجابة الـ process او تأثير الـ dist ع الـ CV

← الـ Gain المفروض توصل عند الـ 63.2% بس عارفين رح توصلها الا باد ∞ لهيك بشوف شو الزمن اللازم لتوصل لـ 99.0% بكون بزمن تقريبًا 4 دقائق

## Dynamic behavior of 1st order systems

ح هي الـ time بمعنى ح بيساوي الـ time اللي كانت فيها الـ response عند 0.632 = y هاي، النقطة ثابتة دائمًا t = ح بـ 0.632 رح تكون الاستجابة

Step change input: $U(s) = A/s$ ← $\tau = 1$



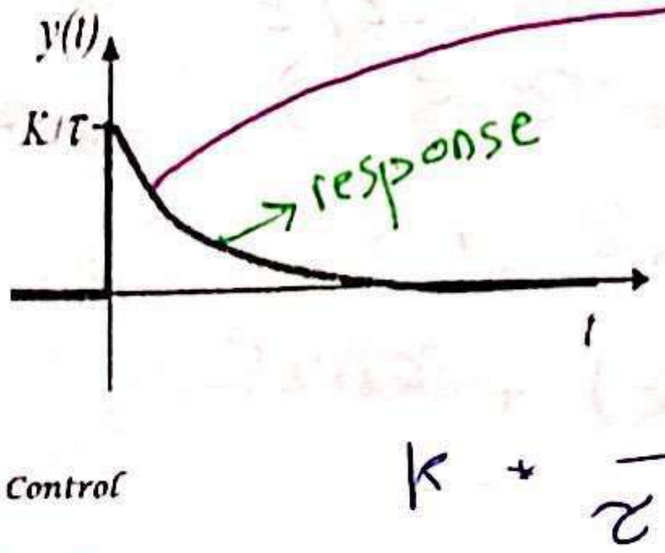

- Impulse Input: $U(s) = 1$ ← Laplace الـ الها

$$Y(s) = \left[\frac{K}{(\tau s+1)}\right] \rightarrow \text{partial fraction.}$$ ← Tf

$$y(t) = \frac{K}{\tau}e^{-t/\tau}$$

هاي بتعتمد ع قيمة ح بقربها او بعدها ع محور y-axis

dist الـ التاني ← ضلت واقف لانو حاجي تقريبًا time الـ time بكون tend to be zero




← داعمًا بالـ impulse بتساوي ح مع t

0.36 = response الـ ← بعطيني قيمة

$K * \frac{1}{\tau(s+\frac{1}{\tau})}$

$\frac{K}{\tau} * \frac{1}{(s+\frac{1}{\tau})} = \frac{k}{\tau} * e^{-t/\tau}$



Scanned with CamScanner

$$Y(s) = \frac{1}{s(\tau s+1)}$$ using partial fraction

$$\frac{A}{s} + \frac{B}{\tau s+1}$$

$$A \rightarrow \lim_{s \to 0} \left( s \cdot \frac{1}{s(\tau s+1)} \right) = 1$$

$$B \rightarrow \lim_{s \to \frac{-1}{\tau}} \left( (\tau s+1) \cdot \frac{1}{s(\tau s+1)} \right) = -\tau$$

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{\tau}{\tau s+1}$$

$$\mathcal{L}^{-1} Y(s) = \mathcal{L}^{-1} \frac{1}{s} - \mathcal{L}^{-1} \frac{\tau}{\tau(s+\frac{1}{\tau})} \rightarrow e^{-t/\tau}$$

$$y(t) = kA\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$$ هادهو الـ solution لما يكون عندي step change

← كل ما كانت ثـ اقل بوصل اسرع لـ ss وال slope بكون اقرب لـ y-axis عشان قيمة الـ slope تصير اعلى. كل ما كان الـ slope اقل، معناها بدنا وقت اطول حتى نوصل لـ ss

← الـ response لـ step اسرع من الـ impulse

Scanned with CamScanner

$$\frac{Kq}{s^2(\tau s+1)} \rightarrow \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{(\tau s+1)}$$

$$A = 1 \;,\; B = -\tau \;,\; C = \tau^2 \xrightarrow[\text{نوحد}]{\text{بعدها}} C = \tau$$

## Dynamic behavior of 1st order systems

- *Ramp input:* $U(s) = a/s^2 \quad u(t) = at$

↳ Linear line with zero inter. & slope = a

$$Y(s) = \frac{Ka}{s^2(\tau s+1)} \xrightarrow{\mathbf{L}^{-1}} y(t) = Kat e^{-t/\tau} + Ka(t-\tau)$$

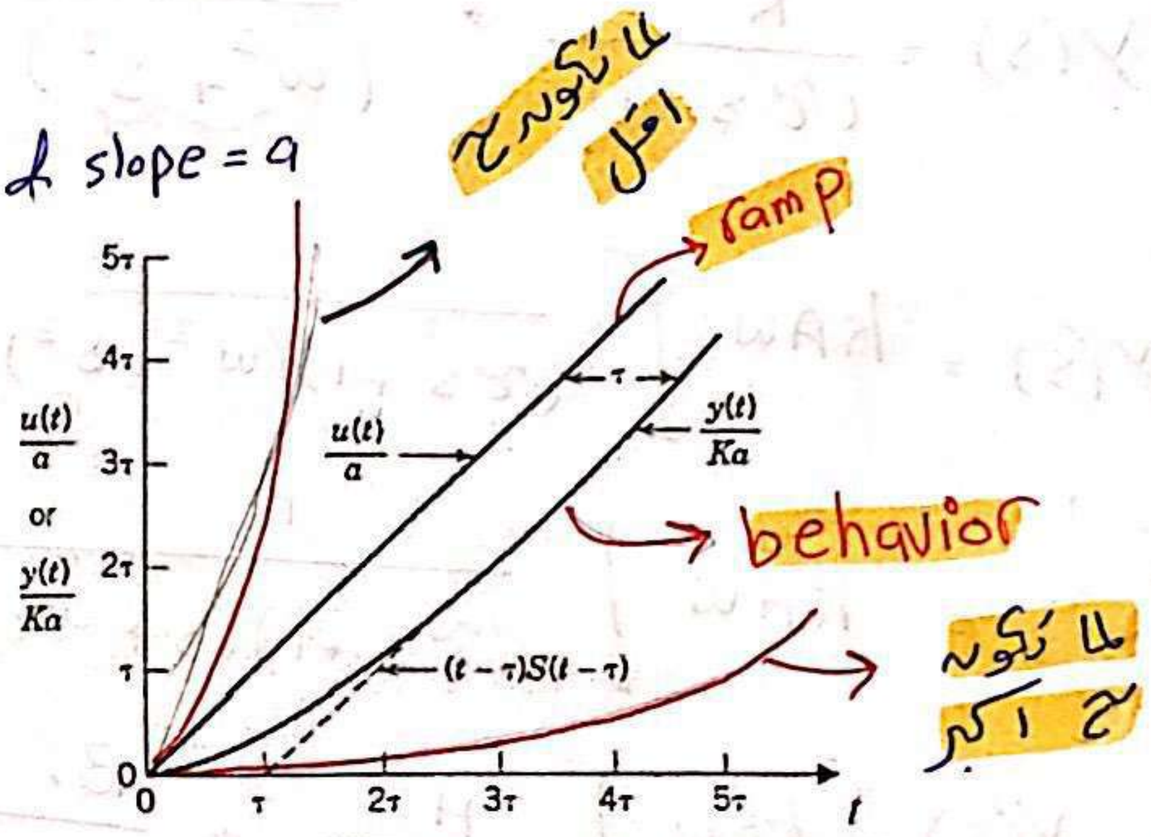
$$\frac{y(t)}{Ka} = \tau e^{-t/\tau} + (t-\tau)$$

$$\frac{u(t)}{a} = t$$

سوا ئي

غير ال ح ع

Solution ال






لما يكون عنا ب dist. الي داخل ع ال system هو Sinusoidal هاد بعمل مشاكل بالثاني بتوقع بظهر عنا تذبذب لحتى يكون ال stability و لحتى ما يكون ال stability

## Dynamic behavior of 1st order systems

- *Sinusoidal input:* $U(s) = \mathbf{L}[A\sin\omega t] = A\omega/(s^2+\omega^2)$ → complex.

$$Y(s) = \frac{K}{\tau s+1}\cdot\frac{A\omega}{s^2+\omega^2} = \frac{\alpha_0}{\tau s+1} + \frac{\alpha_1 s}{s^2+\omega^2} + \frac{\alpha_2}{s^2+\omega^2}$$

- *By partial fraction decomposition:*

RAW $\left[\frac{B}{(\tau s+1)} + \frac{Ci}{(s+wi)} + \frac{Di}{(s-wi)}\right]$

$$\alpha_0 = \frac{\omega KA\tau^2}{\omega^2\tau^2+1} \;;\; \alpha_1 = \frac{-\omega KA\tau}{\omega^2\tau^2+1} \;;\; \alpha_2 = \frac{\omega KA}{\omega^2\tau^2+1}$$

$$B = \frac{\tau^2}{1+\tau^2\omega^2}$$

$$Y(s) = \frac{\omega KA}{\omega^2\tau^2+1}\left[\frac{\tau^2}{\tau s+1} - \frac{\tau s}{s^2+\omega^2} + \frac{1}{s^2+\omega^2}\right]$$

$$C_1^* = \frac{-\tau}{2(1+\tau^2\omega^2)} + \frac{1}{2\omega(1+\tau^2\omega^2)}$$

$$\downarrow \mathcal{L}^{-1}$$

$$y(t) = \frac{KA}{\omega^2\tau^2+1}(\omega\tau e^{-t/\tau} - \omega\tau\cos\omega t + \sin\omega t)$$




Scanned with CamScanner

$$Y(s) = \underbrace{KA}_{\text{constant}} \left[ \frac{w}{(\tau s+1)} \cdot (s^2+w^2) \right]$$

constant
كلهم عامل مشترك

$s^2 = -w^2$

$s = \pm wi$

$0 \pm wi$

$k_1 = 0$

$k_2 = w$

$$= \frac{A}{\tau s+1} + \frac{Bi}{(s+wi)} + \frac{Ci}{(s-wi)}$$

$$A \to \lim_{s \to \frac{1}{\tau}} \left( (\tau s+1) \cdot \frac{w}{(\tau s+1)} \cdot \frac{1}{(s^2+w^2)} \right)$$

$$A = \frac{w}{\frac{1}{\tau^2} + w^2 * \frac{\tau^2}{\tau^2}} = \frac{w\tau^2}{1+w^2\tau^2}$$

final solution
بنزم يكون

$$2e^{-k_1 t}\left[a_1 \cos(k_2 t) + b_1 \sin(k_2 t)\right]$$

---

for ramp :-

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s+1}, \quad U(s) = \frac{a}{s^2}$$

$$Y(s) = \frac{ka}{s^2(\tau s+1)} = ka\left(\frac{1}{s^2(\tau s+1)}\right)$$

$$= \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{\tau s+1}$$

$A = 1$

$B = -\tau$

$C = \tau^2$

$$= \frac{1}{s^2} - \frac{\tau}{s} + \frac{\tau^2}{\tau(s+\frac{1}{\tau})}$$

$$y(t) = ka\left(t - \tau + \tau e^{-t/\tau}\right)$$

$$y(t) = kat - ka\tau + \tau ka\, e^{-t/\tau}$$

$$y(t) = ka(t-\tau) + \tau ka e^{-t/\tau} \quad \#$$

Scanned with CamScanner

## Sinusoidal

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{\tau s+1} \quad , \quad U(s) = \frac{A\omega}{\omega^2+s^2}$$

$$Y(s) = \frac{k}{(\tau s+1)} * \frac{A\omega}{(\omega^2+s^2)}$$

$s^2 = -\omega^2$

$s = \pm \omega i$

$k_1 = 0$

$k_2 = \omega$

$$Y(s) = kA\omega \left[ \frac{1}{(\tau s+1)(\omega^2+s^2)} \right]$$

$$= kA\omega \left[ \frac{1}{(\tau s+1)(s+\omega i)(s-\omega i)} \right]$$

$$Y(s) = kA\omega \left[ \frac{A}{\tau s+1} + \frac{Bi}{s+\omega i} + \frac{Ci}{s-\omega i} \right]$$

$$A \rightarrow \lim_{s \to \frac{-1}{\tau}} \left[ (\tau s+1) * \frac{1}{(\tau s+1)(\omega^2+s^2)} \right]$$

$$A = \frac{1}{\frac{\tau^2}{\tau^2} * \omega^2 + \frac{1}{\tau^2}} = \frac{\tau^2}{\tau^2\omega^2+1} \quad \#$$

$$Bi \rightarrow \lim_{s \to -\omega i} \left[ (s+\omega i) * \frac{1}{(s+\omega i)(s-\omega i)(\tau s+1)} \right]$$

$$Bi = \frac{1}{(-\omega i-\omega i)(-\tau\omega i+1)} = \frac{1}{(-2\omega i)(-\tau\omega i+1)}$$

$$Bi = \frac{1}{-2\tau\omega^2-2\omega i} * \frac{-2\tau\omega^2+2\omega i}{-2\tau\omega^2+2\omega i}$$

$$Bi = \frac{-2\omega^2\tau + 2\omega i}{4\tau^2\omega^4 - 4\tau\omega^3 i + 4\omega^3\tau i + 4\omega^2}$$

Scanned with CamScanner

تابع ... استقامه لـ sin ---

$$Bi = \frac{-2\omega^2\tau + 2\omega i}{4\tau^2\omega^4 + 4\omega^2}$$

$$= \frac{-2\omega^2\tau}{2\ 4\omega^2(\tau^2\omega^2+1)} + \frac{2\omega i}{4\omega^2(\tau^2\omega^2+1)}$$

$$a_1 = \frac{-\tau}{2\tau^2\omega^2+1} \quad , \quad b_1 = \frac{1}{2\omega(\tau^2\omega^2+1)}\, i$$

NOW

$$\mathcal{L}^{-1}\ \frac{\tau^2}{\omega^2\tau^2+1} \cdot \frac{1}{\tau s+1} \Rightarrow \mathcal{L}^{-1}\ \frac{\tau^2}{\omega^2\tau^2+1} \cdot \frac{1}{\tau(s+\frac{1}{\tau})}$$

$$= \frac{\tau}{\omega^2\tau^2+1}\, e^{-t/\tau}$$

$$\left[\frac{\tau}{\omega^2\tau^2+1} e^{-t/\tau} + \tau e^{-(0)t} \left[\frac{-\tau}{2(\tau^2\omega^2+1)} \cdot \cos(\omega t) + \frac{1}{\tau\omega(\tau^2\omega^2+1)} \sin(\omega t)\right]\right]$$

(1)

* kAw

$$\frac{kAw\tau}{\omega^2\tau^2+1} e^{-t/\tau} - \frac{kAw\tau}{(\tau^2\omega^2+1)} \cos(\omega t) + \frac{kAw}{\omega(\tau^2\omega^2+1)} \sin(\omega t)$$

$$\frac{kA}{\omega^2\tau^2+1}\left[\omega\tau e^{-t/\tau} - \tau\omega\cos(\omega t) + \sin(\omega t)\right] \quad \#$$

Scanned with CamScanner

➢ *Dynamic behavior of 1st order systems*

*Ultimate sinusoidal response* $(t \to \infty)$

$$y_\infty(t) = \lim_{t\to\infty} \frac{KA}{\omega^2\tau^2+1}(\omega\tau e^{-t/\tau} - \omega\tau\cos\omega t + \sin\omega t)$$

($e^{-t/\tau} \to 0$)

$$= \frac{KA}{\omega^2\tau^2+1}(-\omega\tau\cos\omega t + \sin\omega t)$$

$$= \frac{KA}{\sqrt{\omega^2\tau^2+1}}\sin(\omega t + \phi) \quad (\phi = -\tan^{-1}\omega\tau)$$

Amplitude — Phase angle

- *For large t, y(t) is also sinusoidal*

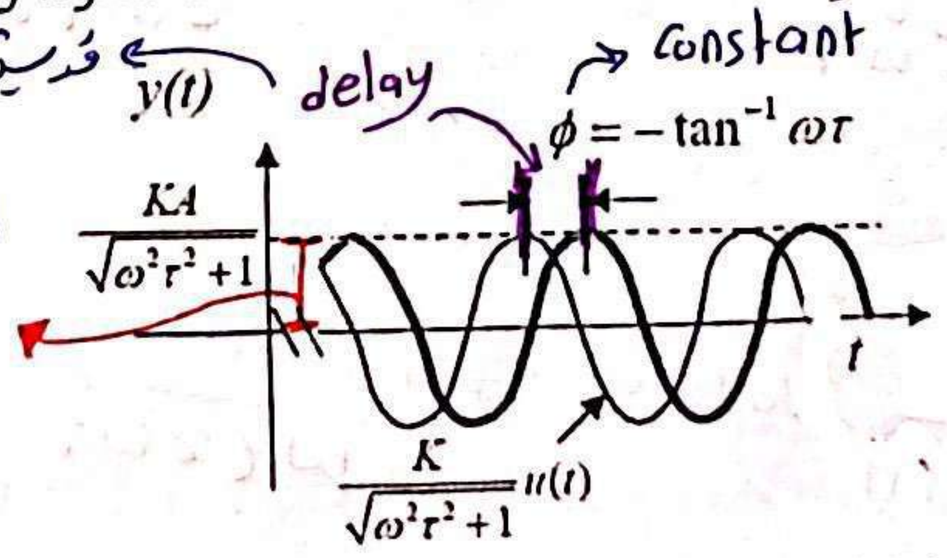


➢ *Dynamic behavior of 1st order systems*

- *The output has the same period of oscillation as the input.*
- *But the amplitude is attenuated and the phase is shifted.*

$$\text{Normalized Amplitude Ratio } (AR_N) = \frac{1}{\sqrt{\omega^2\tau^2+1}} < 1 \qquad \text{Phase angle} = -\tan^{-1}\omega\tau$$

- *High frequency input will be attenuated more and phase is shifted more.*



عنداد zero واد ∞ ماراح تفيد كطلع فيم
لهيك بدك ناخذ شي تقريبي

➢ *Dynamic behavior of 1st order systems*

*Pode plot for 1st order system:*

- *A Bode plot is a graph commonly used in control system engineering o determine the stability of a control system.*
- *AR plot asymptote* → at $t=0$

عشان اعرف لـ max. بطبقه الـ limit theory عند الـ initial & final value

$$AR_N(\omega \to 0) = \lim_{\omega \to 0} \frac{1}{\sqrt{\omega^2\tau^2+1}} = 1$$

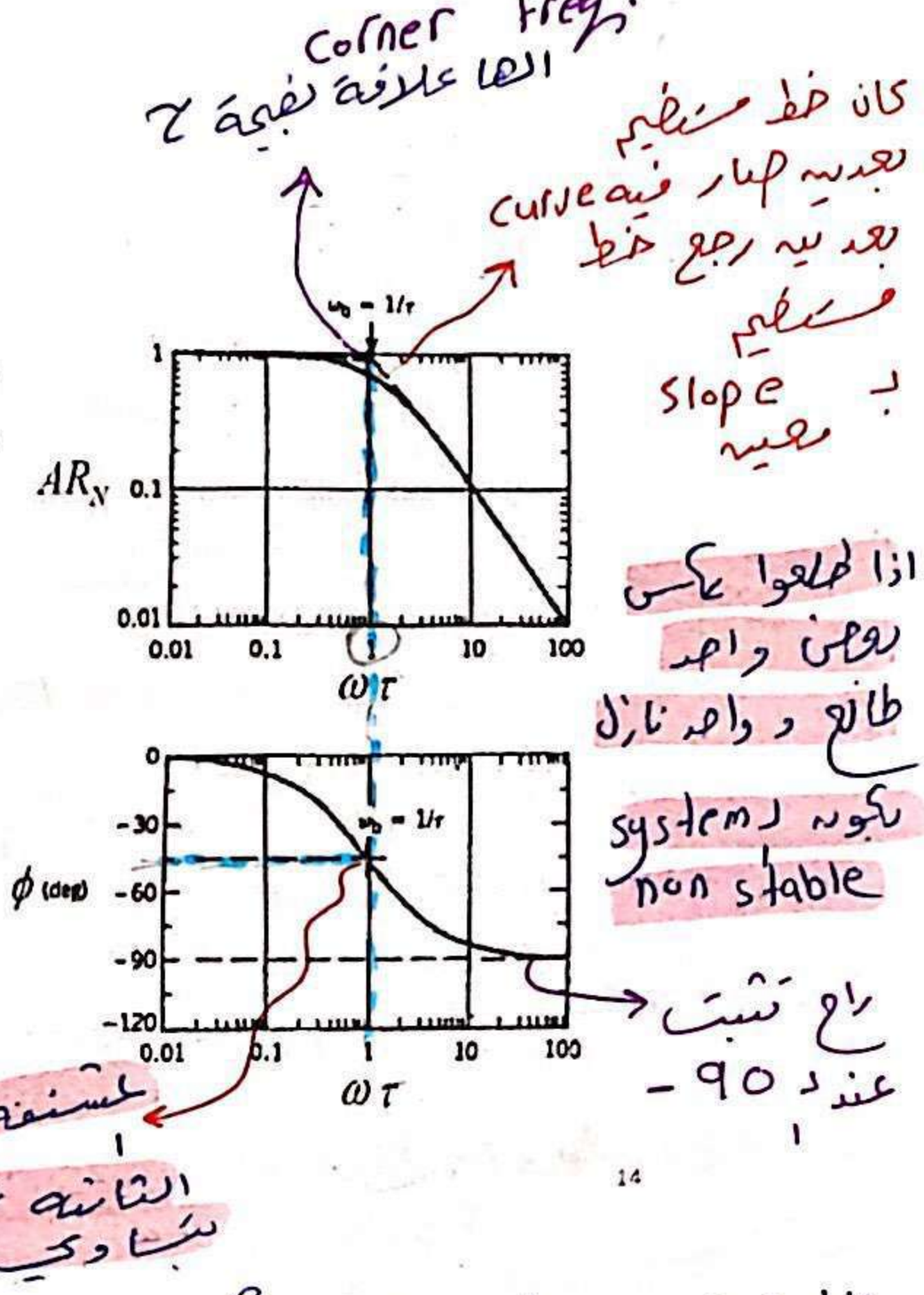
→ final

$$AR_N(\omega \to \infty) = \lim_{\omega \to \infty} \frac{1}{\sqrt{\omega^2\tau^2+1}} = 0$$

- *Phase angle plot asymptote:*

$$\phi(\omega \to 0) = -\lim_{\omega \to 0} \tan^{-1} \omega\tau = 0°$$

$$\phi(\omega \to \infty) = -\lim_{\omega \to \infty} \tan^{-1} \omega\tau = -90°$$




corner freq: الها علاقة بقيمة $\tau$

كان خط مستقيم بعدين صار فيه curve بعدين رجع خط مستقيم بـ slope معين

اذا طلعوا عكس بوص واحد طالع و واحد نازل بكون الـ systems non stable

راح تثبت عند 90-

الثانية عندها zero بتساوي 1



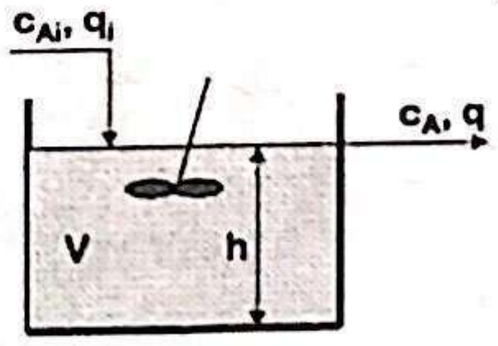
اذا عملنا اسقاط منه لـ corner freq. اللي فوقه لاقيه $\omega\tau = 1$ ، هاي الـ 1 لما عندها (هاي الحالة 45°) بتطلع angle وشفنا قديش الـ phase angle تبع الـ line

(45) ← هي النقطة اللي صار عندها inflection الـ curve كان مقعر للاسفل وصار بعدها مقعر للاعلى

هدول اشتغلناهم قبل

➢ *Examples of 1st order processes:*

- *Continuous Stirred Tank (Isothermal):*




$$V\frac{dc_A}{dt} = qc_{Ai} - qc_A$$ → mass balance

transfer function →

$$\frac{C_A(s)}{C_{Ai}(s)} = \frac{q}{Vs+q} = \frac{1}{(V/q)s+1}$$ → using dev. var.

($\tau$)

($c_{Ai}$ and $c_A$ are deviated variables)

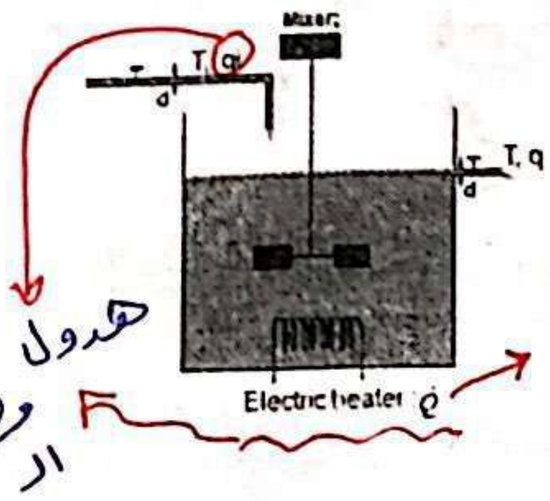
- *Non-isothermal with constant liquid volume, heat capacity and density and neglecting shaft work:*

$$\tau\frac{dT}{dt} = T_i - T + \frac{\dot{Q}}{C\rho q}$$ → كل تشبيه في بينهم علاقة يعني كانوا two TF في بعض system

$$\frac{T(s)}{T_i(s)} = \frac{1}{\tau s+1}; \frac{T(s)}{\dot{Q}(s)} = \frac{1/C\rho q}{\tau s+1}$$

( $T_i$, $T$, and $\dot{Q}$ are deviated variables)

هدول عكس بعض بكونوا dist. الـ




الـ load اللي بتحمله الـ system

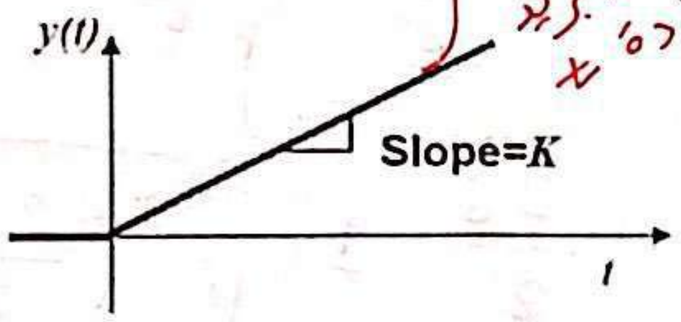



Scanned with CamScanner

stability ← system بعد وقت محدد راح يوصل لقيمة معينة وراح يضل عليها ويبطل يتغير

- *Dynamic behavior of 1st order (integrating systems):*
  - $\frac{dy(t)}{dt} = Ku(t) \xrightarrow{\mathbf{L}} sY(s) = KU(s)$ → بدي الطلع منه TF
  - *Transfer Function:* $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{s}$ ← TF
  - *Unit step change response:*

output input




unstable لانو يزيد قاعد بزيد + لانو مع زيادة الوقت راح توصل لـ equi. ايش

$U(s)$ بـ TF صرنا الـ

With $U(s) = 1/s$,

$$Y(s) = \frac{K}{s^2} \xrightarrow{\mathbf{L}^{-1}} y(t) = Kt$$

عشان الطلع الـ response → ramp (output response)

- *The output is an integration of input.* → لانها عبارة عن step change لـ $U(t)$ زي كإنك عملت تكامل لـ input (تخنا ما عملنا تكامل) اعمل الـ calc
- *Impulse response is a step function output.*
- *Integrating system is non self-regulating system.* → لانو non self... معناها ما في gain الها
- *Steady-state gain is not defined for integrating system.* → can't manipulated by itself بدك شي تغيره الـ ss او يرجعه لـ ss

لو طلبت impulse فكأنه راح يعمل الـ step ch. الـ TF الـ $1 = \mathcal{L}$ راح تكون response والـ $\frac{K}{s}$

→ $y(t) = K$ ← step change

( ...5, 1) عشان نغيرها برقم معين

$Y(s) = K/s$

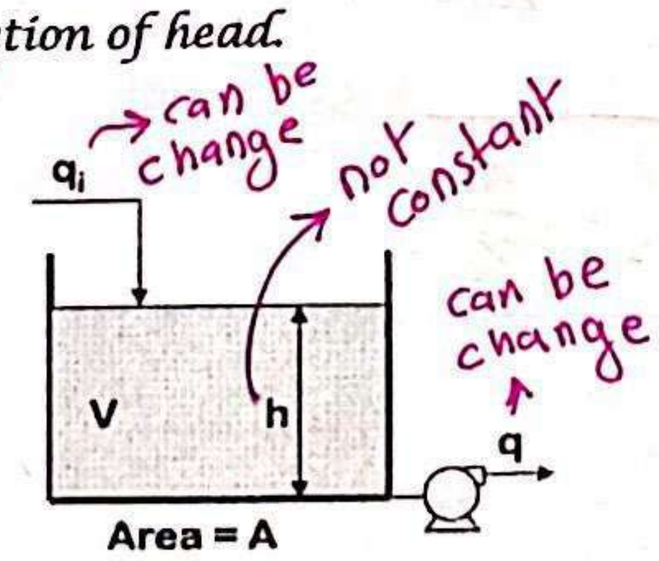
$y(t) = K$



دائماً الـ output راح يكون ثابت ما تتغير وماله علاقة بالـ h ، طوله الـ output يعتمد على الـ power تبعت الـ pump

*Example of 1st order integrating processes:*

- *Storage tank with constant outlet flow:*
  - *Outlet flow is pumped out by a constant-speed, constant-volume pump.*
  - *Outlet flow is not a function of head.*




$$A\frac{dh}{dt} = q_i - q$$ (in → $q_i$, out → $q$)

two transfer function

$$\frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{As} \quad G_1$$

$$\frac{H(s)}{Q(s)} = \frac{1}{As} \quad G_2$$

Suppose at $t = 0$, the process is at the nominal steady state where $q_i = \bar{q}$ and $h = \bar{h}$. After subtracting the steady-state equation ($0 = \bar{q}_i - \bar{q}$) from Eq. 5-27 and noting that $dh(t)/dt = dh'(t)/dt$,

$$A\frac{dh'(t)}{dt} = q_i'(t) - q'(t) \qquad (5\text{-}28)$$

where the primed deviation variables are all zero at $t = 0$. Taking Laplace transforms

$$sAH'(s) = Q_i'(s) - Q'(s) \qquad (5\text{-}29)$$

and rearranging gives

$$H'(s) = \frac{1}{As}[Q_i'(s) - Q'(s)] \qquad (5\text{-}30)$$

Both transfer functions, $H'(s)/Q_i'(s) = 1/As$ and $H'(s)/Q'(s) = -1/As$, represent *integrating models*, characterized by the term $1/s$. The integral of Eq. 5-27 is

$$h(t) - \bar{h} = \frac{1}{A}\int_0^t [q_i(t^*) - q(t^*)]dt^* \qquad (5\text{-}31)$$

hence the term, *integrating process*. Integrating processes do not have a steady-state gain in the usual sense. For such a process operating at steady state, any positive step change in $q_i$ (increase in $q_i$ above $q$) will cause the tank level to increase linearly with time in proportion to the difference, $q_i(t) - q(t)$, while a positive step change in $q$ will cause the tank level to decrease linearly. Thus, no new steady state will be attained, unless the tank overflows or empties. In contrast, a tank with an exit line valve, rather than a pump, will reach a steady state when the outflow rate becomes equal to the inflow rate. This process is described by a first-order transfer function rather than an integrator (cf. Example 4.8).

( $q_i$, $q$, and $h$ are deviated variables)



Scanned with CamScanner

$$A\,sH(s) = Q_1(s) - Q_2(s)$$

$$H(s) = \frac{Q_1(s)}{As} - \frac{Q_2(s)}{As}$$

$$A\,\lambda\frac{dh}{dt} = \lambda(q_1) - \lambda(q)$$

$$A\frac{dh}{dt} = q_1 - q$$

$q_1$ ਇੱਕ ਨਿਯੰਤਰਿਤ ਪ੍ਰਵਾਹ ਦਰ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮੁੱਲ $h$ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ।

ਇਸ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਸਮਾਂ ਸਥਿਰਾਂਕ ਕੀ ਹੈ?

Scanned with CamScanner

← لو ثبتنا $q_i$ وغيرنا $q_j$

نصير h يزيد مع زيادة $q_j$ ويقل مع تقليلها

← لو كانت $q_i = q_j$ ما راح يكون في تغير

بال hight ويكون وصلنا لـ ss

Scanned with CamScanner

كنا نشوف ما يكون عندي process هو الـ two TF
او الـ physical situation model هو عبارة عن 2nd order

## Dynamic behavior of 2nd-order systems

process itself is a 2nd order

- Composed of one 2nd-order system: $U(s) \rightarrow \boxed{G(s)} \rightarrow Y(s)$
- Or it is composed of two 1st-order subsystems ($G_1$ and $G_2$):

جايين بـ series لهيك
ما نضرب $G_2 * G_1$ راح
يصير 2nd order

$$U(s) \rightarrow \boxed{G_1(s)} \xrightarrow{Y_1(s)} \boxed{G_2(s)} \rightarrow Y(s)$$

هاي كلها عبارة عن process
علاقة U(s) مع Y(s) من هلال
راح يكون two TF بالنهاية
2nd order

output (CV, dep. var)

$$\tau^2 \frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\zeta\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Ku(t)$$

$$\xrightarrow{\mathbf{L}} (\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1)Y(s) = KU(s)$$

اللي بحكم بـ solution هي ضحية ζ

- Transfer Function:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{(\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1)} \Longrightarrow$$

K → Gain
τ → Time constant
ζ → Damping Coefficient



ζ → number
- ζ = 1 → $\frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\tau s + 1}$
- ζ > 1 → soln ✓
- ζ < 1 → soln ✓

---

- ζ = 1 → قيم الـ root بالمقام متساوية
- طالما في oscillation معناها راح نوصل لـ stability
- الحالة التالتة ما منعرف اذا stable ولا لا

## Dynamic behavior of 2nd order systems

- Unit step response → نوعيتها كل الحل راح تتغير
- Roots of the denominator of TF:

الحد اللي فيه ζ بيحدد overdamped او underdamped

- Real part of roots should be negative for stability: $\zeta \geq 0$
- Two distinct real roots ( $\zeta > 1$ ): overdamped (no oscillation) → بطلع معنا بالمقام معادلة غير مكررات ممكن يكونوا (integer, Fraction, +ve, -ve)
- Double root ( $\zeta = 1$ ): critically damped (no oscillation) → repeted
- Complex roots ( $0 \leq \zeta < 1$ ): underdamped (oscillation) → complex → complex TF → sin & cos

بطلع هيدا الحد كـ zero

response الـ

- Case I ($\zeta > 1$)

$$Y(s) = \frac{K}{s(\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1)} = \frac{K}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \xrightarrow{\mathbf{L}^{-1}} \boxed{y(t) = K\left(1 - \frac{\tau_1 e^{-t/\tau_1} - \tau_2 e^{-t/\tau_2}}{(\tau_1 - \tau_2)}\right)}$$

راح تتغير اذا غيرنا الـ change

هاي ثابتة مع تغيرت

$\tau = \sqrt{\tau_1\tau_2}; \zeta = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2\sqrt{\tau_1\tau_2}}$ new constant

بدي اطلع منهون $\tau_1$ & $\tau_2$

- Case II ($\zeta = 1$)

$$Y(s) = \frac{K}{s(\tau^2 s^2 + 2\tau s + 1)} = \frac{K}{s(\tau s + 1)^2} \xrightarrow{\mathbf{L}^{-1}} \boxed{y(t) = K\left[1 - (\tau + t/\tau)e^{-t/\tau}\right]}$$

step change

مكرر مربعة

final solution

* هون ثابتة ما كنا نجمع اغيرها وماني داعي نطلع قيم لـ $\tau_1$ و $\tau_2$

- underdamped دايمًا مش solution او بصير نطلع stability او بنا خذ وقت طويل



Scanned with CamScanner

$\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1$ → normalization

$$\frac{s^2\tau^2}{\tau^2} + \frac{2\xi\tau s}{\tau^2} + \frac{1}{\tau^2}$$

$$s^2 + \frac{2\xi s}{\tau} + \frac{1}{\tau^2} = 0$$

→ يعني بجزء اللي هون

$$s = \frac{-\frac{2\xi}{\tau} \pm \sqrt{\left(\frac{2\xi}{\tau}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{\tau^2}\right)}}{2}$$

if $\xi = 1$

$$\sqrt{1\frac{2}{\tau})^2 - \frac{4}{\tau^2}} = \sqrt{\frac{4}{\tau^2} - \frac{4}{\tau^2}} = 0$$

$$s = \frac{-2\xi}{\tau}$$ → repeted value of s

if $\xi = 2$

$$\sqrt{(\frac{4}{\tau})^2 - \frac{4}{\tau^2}} = \sqrt{\frac{16}{\tau^2} - \frac{4}{\tau^2}}$$ +ve

two root طلع

$$s = \frac{\frac{-2\xi}{4} \pm \sqrt{\frac{16}{\tau^2} - \frac{4}{\tau^2}}}{2}$$

if $\xi < 1 \rightarrow \xi = 0.5$

$$\sqrt{(\frac{2(0.5)}{\tau})^2 - \frac{4}{\tau^2}} \rightarrow \sqrt{\frac{1}{\tau^2} - \frac{4}{\tau^2}}$$ -ve

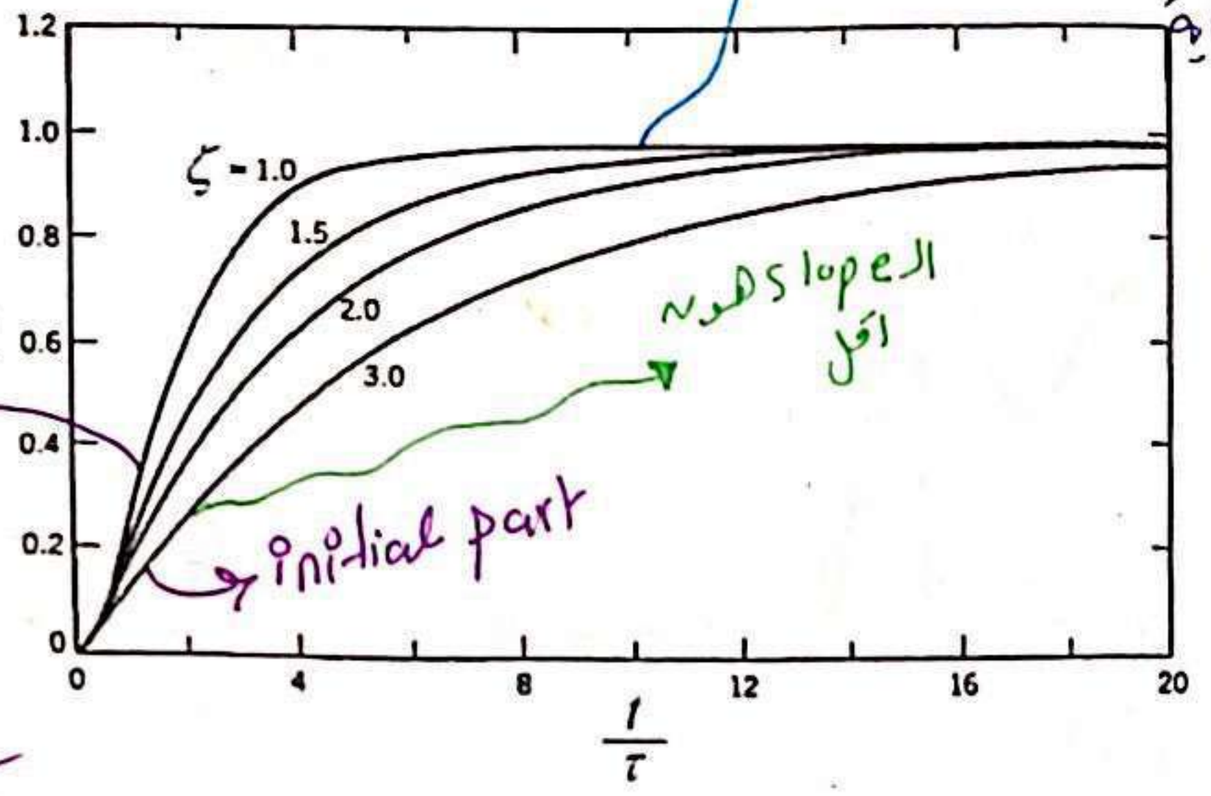
$$s = \frac{-\frac{2\xi}{4} \pm \omega i}{2}$$

Scanned with CamScanner

معنى هيك انو الـ Gain رح بدي اوصل لـ 100% Gain وانا بدي اوصل لـ Gain اذا غيرت قيمة الـ Gain وصارت مثلاً 2 رح يوصل الـ approch بالاخير لقيمة الـ Gain

بلاحظ انو مع تغير ζ الـ ζ قاعدة تتغير

- *Dynamic behavior of 2nd-order systems*
  - *Unit step response: with U(s) = 1/s*




"Step response of critically-damped and overdamped 2nd-order processes"

لما ازيد قيمة ζ رح اوصل للـ stability بالنهاية لانو ماضي كذبذب طويلة

لما تكون ζ اقل رح نوصل للـ stability اسرع

تأثير ζ انو بتعمل response بطيء slow مع زيادتها ، وبصير كل ما زادت قيمة ζ كل ما زادت الـ derivative (slope) صارت اقل (initial part) نبع الـ

لما اقلل ζ الـ slope بصير اقرب لـ 1 يعني الـ stability رح تطلع اسرع

الـ slope طويلة اقل



- residence time low → rxn very fast
- residance time high → rxn very slow

$\zeta = 0.5 \rightarrow \tau^2 s^2 + \tau s + 1 = 0$ — normal… → $s^2 + \frac{s}{\tau} + \frac{1}{\tau^2} = 0$

$$s = \left(-\frac{1}{\tau} \pm \sqrt{\frac{1}{\tau^2} - \frac{4}{\tau^2}}\right)/2$$

(−ve)

$1 - \zeta^2 = \alpha^2\tau^2$

$\zeta^2 = 1 - \alpha^2\tau^2$

- $\zeta = \sqrt{1 - \alpha^2\tau^2}$

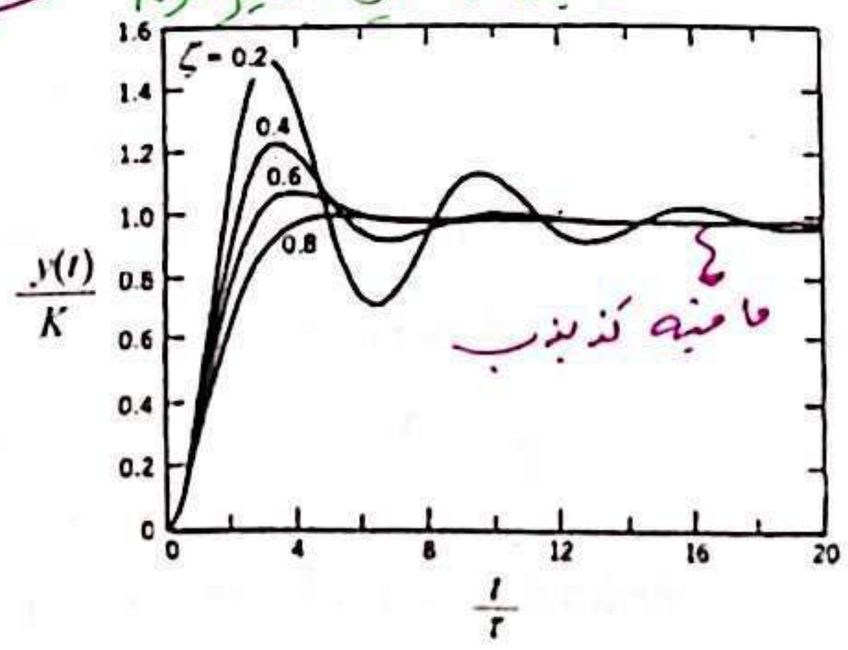
- *Dynamic behavior of 2nd-order systems*
  - *Step response:*
    - **Case III ($0 \le \zeta < 1$)**

ζ fraction — ω — constant number — Natural frequency

$$Y(s) = \frac{K}{s(\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1)} \xrightarrow{\mathbf{L}^{-1}} y(t) = K\left[1 - e^{-\zeta\omega t}\left\{\cos\alpha t + \frac{\zeta}{\alpha\tau}\sin\alpha t\right\}\right] \quad \left(\alpha = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau}\right)$$

نعوضها عشان نظهر المعادلة بدلالة τ و α

الجزء اللي بتغير طويل




"Step response of underdamped 2nd-order processes"

- $k_1 = -\zeta/\tau$
- $k_2 = \alpha$
- $b_1 = \zeta/\alpha\tau$
- $a_1 = 1$

- كل ما كانت قيمة ζ اقرب لـ 1 عن الـ critical الـ st. اللي هي 1 بتكون اسرع وبتطل في تذبذب ، وكل ما زلت قيمة ζ وصارت اقرب لـ zero كل ما صار الـ system فيه تذبذب اكثر بس بالاخير رح يوصل لـ stability




Scanned with CamScanner

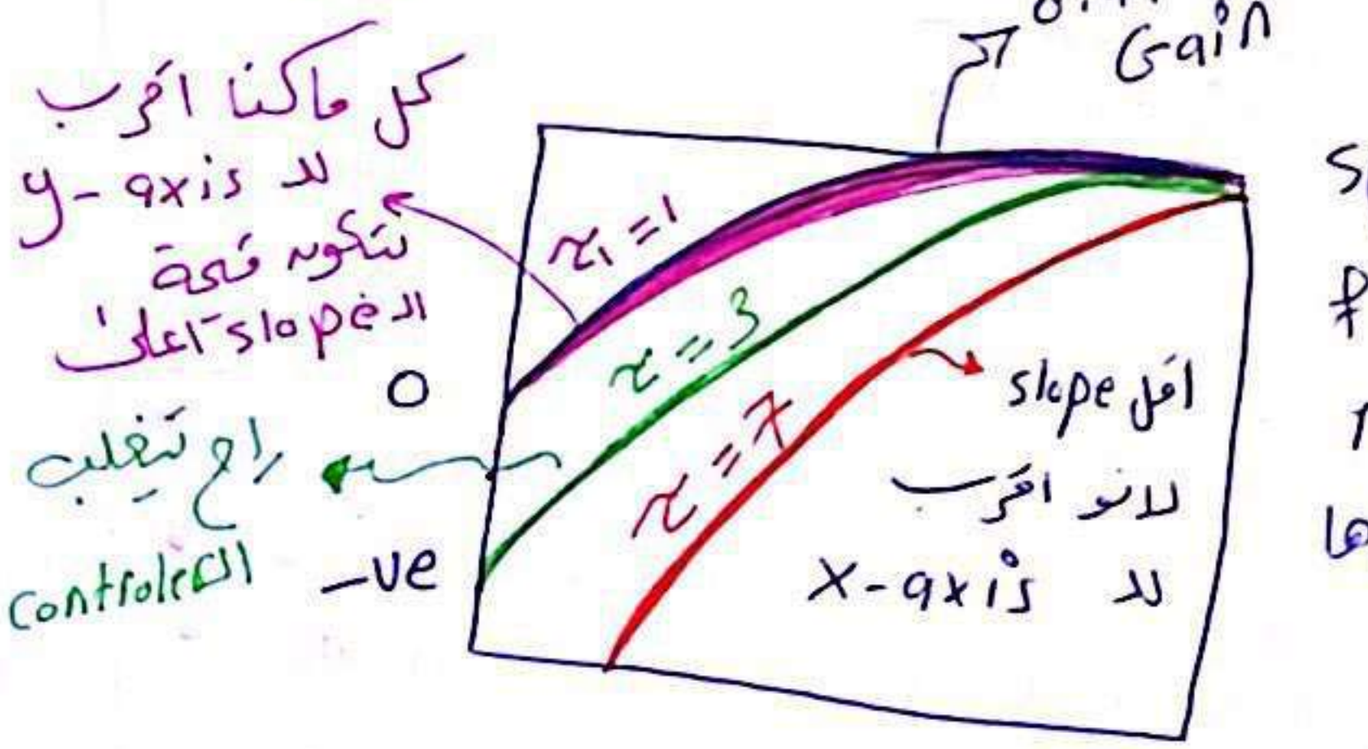
$$\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1 \qquad \xi = 2$$

$$\tau^2 s^2 + 4\tau s + 1 \rightarrow \text{normalization}$$

$$s^2 + \frac{4s}{\tau} + \frac{1}{\tau^2}$$

$$s = \frac{-\frac{4}{\tau} \pm \sqrt{\frac{16}{\tau^2} - \frac{4}{\tau^2}}}{2}$$

$\xi = 1$




انا هون نغير space time
بزيد الـ volume او بقلل الـ flow
بالتالي الـ residance time
حوا الـ tank اختلف معناها
الـ resp. حتى يوصل لـ
new stability
اطول

Scanned with CamScanner

← لو اخدت الـ gain = 1 . المقصود بالنهاية الـ system يوصل لمقدار الـ gain
← قديش اخد زمن حتى يوصل لـ gain معين عن الـ behavior
← a ← المسافة بين الـ gain والاعلى قمة
← b ← المسافة من الـ zero time لنهاية الـ Gain

- *Performance characteristics of the step response of underdamped process:*

– **Rise time ($t_r$)**

$$t_r = \tau(n\pi - \cos^{-1}\zeta)/\sqrt{1-\zeta^2} \quad (n=1)$$

– **Time to 1st peak ($t_p$)**

$$t_p = \tau\pi/\sqrt{1-\zeta^2}$$

– **Settling time ($t_s$)**

$$t_s \approx -\tau/\zeta \ln(0.05)$$

– **Overshoot (OS)**

$$OS = a/b = \exp\left(-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}\right)$$

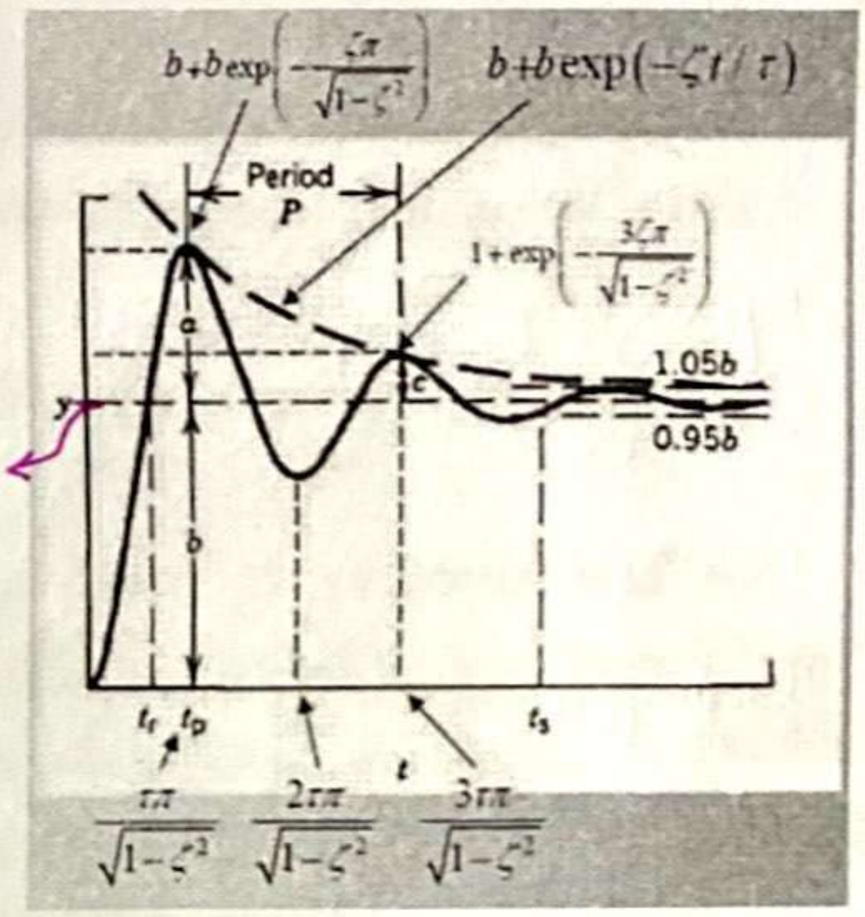
كيف لموجة قاعدة بتصير

– **Decay ratio (DR): a function of damping coefficient only!**

$$DR = c/a = (OS)^2 = \exp\left(-2\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}\right)$$

– **Period of oscillation ($P$)** $P = 2\pi\tau/\sqrt{1-\zeta^2}$

oscillation فترة






← داعماً الزمن هو الـ variable الوحيد
← كل الـ sinusoidal فيها inflection
← ممكن يطلع معنا two cos , two sin الـ solution

➢ *1st order vs. 2nd order (overdamped)*

- **Initial slope of step response**

$s \to \infty$

1st order: $y'(0) = \lim_{s\to\infty}\{s^2Y(s)\} = \lim_{s\to\infty}\frac{KAs}{\tau s+1} = \frac{KA}{\tau} \neq 0$

Tf * step change

$\Rightarrow s^2 * \frac{1}{s} * (tf) \to \frac{KA}{\tau s+1}$

* $\tau * \infty$ هي عبارة عن $\infty$ لهيك اختصرنا الـ $\infty$ مع البسط و بالمقام

2nd order: $y'(0) = \lim_{s\to\infty}\{s^2Y(s)\} = \lim_{s\to\infty}\frac{KAs}{\tau^2s^2+2\zeta\tau s+1} = 0$

- **Shape of the curve (Convexity)**

هو ما بقدر احكي انو $\infty^2$ هي نفسها $\infty$ رفع تفاضل $\infty$ بالمقام

Solutions 1st order: $y''(t) = -(KA/\tau^2)e^{-t/\tau} < 0$ (For $K>0$) $\Rightarrow$ No inflection

2nd order: $y''(t) = -\frac{KA}{\tau_1-\tau_2}\left(\frac{e^{-t/\tau_1}}{\tau_1} - \frac{e^{-t/\tau_2}}{\tau_2}\right)$

هدول بعتبرهم ع قيمة ج

$(+ \to - \text{ as } t\uparrow) \Rightarrow$ Inflection

بدنا نشوف المشتقة الثانية عشان نشوف فيا تتحكم للاعلى ولا للاسفل



← اذا كانت المشتقة الثانية دايما +ve او -ve معناها ما صار inflection ما في change من الـ +ve للـ -ve مثل حالة الـ 1st order

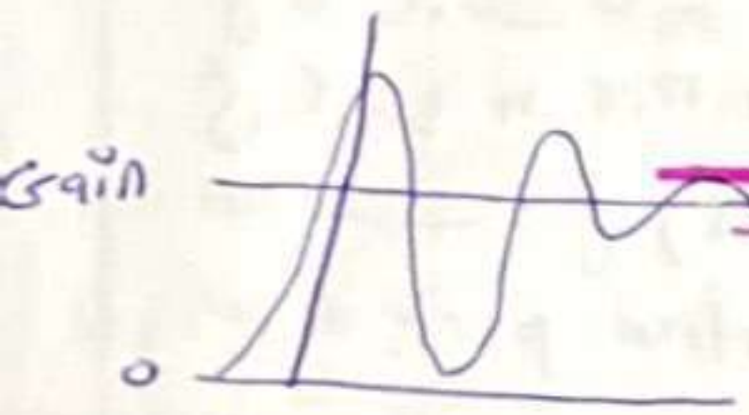
Scanned with CamScanner

← كل ما زادت قيمة $\zeta$ كل ما زاد الـ overshoot - يعني
بدي اتوقع deviation عالي عن الـ gain.
وبصير بدها زمن اطول حتى يصير لها decay وتحوت

← Rise time :- الوقت اللي بتاخد الـ behavior
حتى يوصل لـ gain لاول مرة - مش معناه يوصل
وثبت فيهم حتى يعمل cross ع الـ Gain لاول مرة

← اول مرة بوصل لاول قمة موجودة بالتذبذب

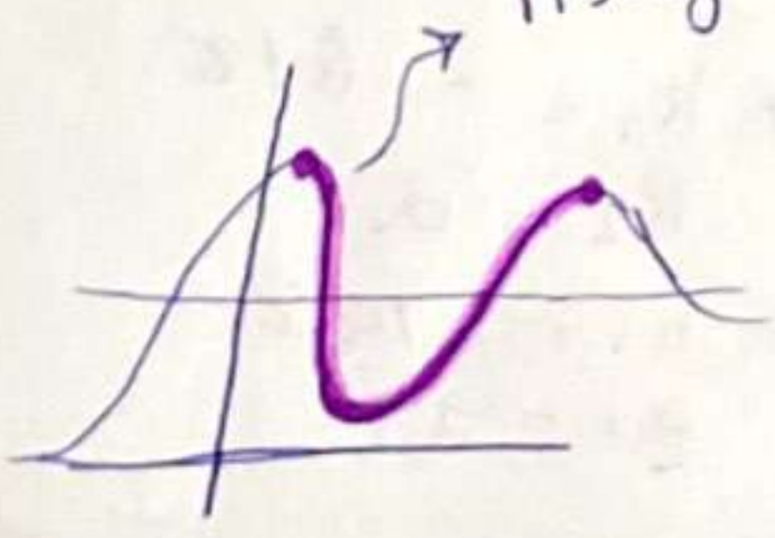
← متى يصير التذبذب يبعد عن الـ Gain بمقدار 5٪ لاول مرة هاد بنسميه settling time

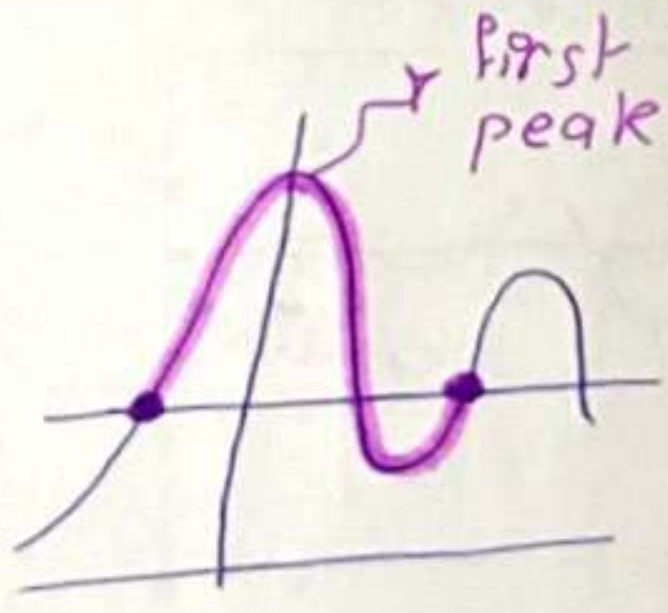



→ settling time
المسافة بين الـ gain والتذبذب
5٪ فوق الاعلى والاسفل

← Decay ratio : ارتفاع اول قمة وارتفاع تاني قمة (فوق الـ Gain مش فوق الصفر) - بالفروض هاد
الـ ratio ثابت وما بتغير اذا بالوجهة ماشية طبيعي
واذا اخدت اي two peak ورا بعض
المفروض يكونو نفس الـ Decay ratio

← period of oscill....




Scanned with CamScanner

الـ oscillation مش بالضرورة يوصل
الـ stability وعكسه يطول
كتير بسبب الـ peaks

أكبر قطاع بتعرفه هو الكهرباء

when $\xi < 1$ ← oscillation هنا بقطع

- *Some remarks on underdamped processes*

  - *Many examples can be found in mechanical and electrical system.*
  - *Among chemical processes, open-loop underdamped process is quite rare.*
  - *However, when the processes are controlled, the responses are usually underdamped.* ← سريع — man--- حطيناه عشانه نعمل dist. لل effect الـ
  - *Depending on the controller tuning, the shape of response will be decided.* ← يكون قليل
  - *Slight overshoot results short rise time and often more desirable.* — decay الـ overshoot قليل عشانه الضمه الـ — peak الـ يبع
  - *Excessive overshoot may results long-lasting oscillation.* — يصير سريع

إذا كانت القمة الأولى عالية كتير ← عشانه يصيرلها decay بدها تاخذ فترة زمنية طويلة حتى توصل الـ stability وعكسه ما توصل



no feedback → has a signal from CV

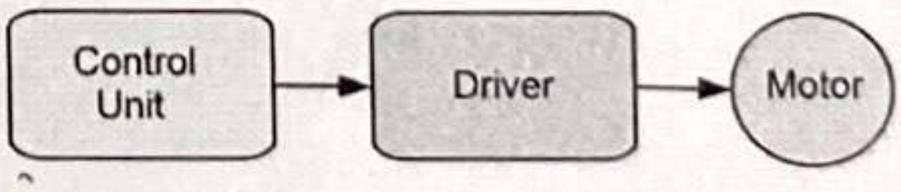
## Open and Closed Loop Control System

- *A control system in which the control action is totally independent of output of the system then it is called open loop control system.*
- *Control system in which the output has an effect on the input quantity in such a manner that the input quantity will adjust itself based on the output generated is called closed loop control system*

قبل الكلمة المي او التوسط

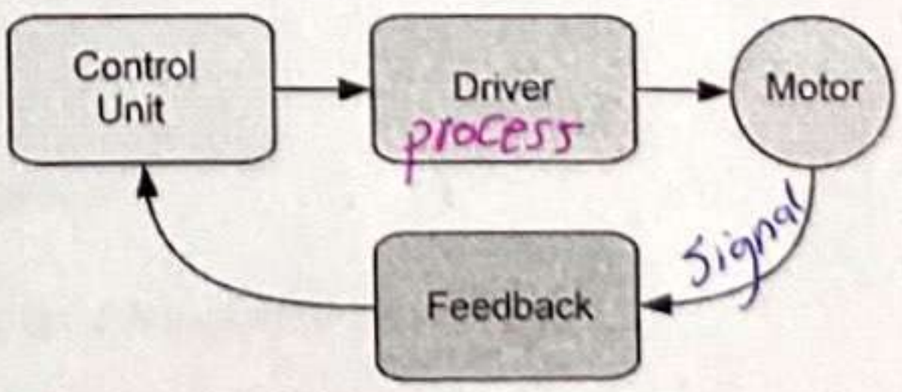
Signal ما يولد من الـ CV حتى آخر

**Open Loop Control System**




شغلنا عليها

**Closed Loop Control System**



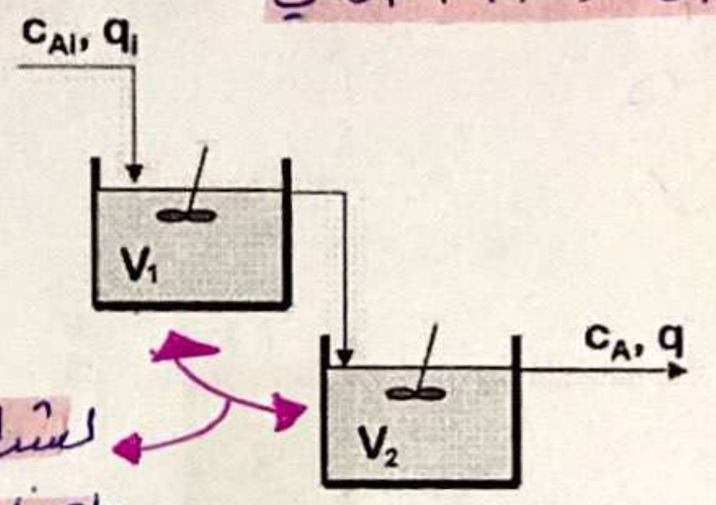



Scanned with CamScanner

single equation ← ما الها علاقة بالثانية
system ← ما بقدر احل الا اذا بعرف حيّ system of equ. الموجودة بالـ other equ. عند الـ

- *Examples of 2nd order processes*
  ← ما بأثر واحد بعض (على توازي)
  - *Non interacting storage tanks (Constant flow rates, and constant liquid level):*
    - ✓ *First tank affects the second tank but second tank does not affect the first tank. This is called "non-interacting".*
    - ✓ *Transfer Function*

لـ total tr. fun ←
بين الـ input للتانك الاول
والـ output للـ tank الثاني




لشاهم وحط هكذا
block وحدة موجود فيه
G ، لو بدي احلهم
individually
بشكل بحل بكل tank كحالة بطبع
TF بكل واحد

لو كان في recycle
من tank 2
راجع لـ tank 1
هون بكون صار
interacting في

- **Transfer Function:**

$$\frac{C_A(s)}{C_{Ai}(s)} = \frac{1}{((V_1/q)s+1)((V_2/q)s+1)}$$

$$= \frac{1}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$$

$$= \frac{1}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2)s+1} = \frac{1}{\tau^2 s^2+2\zeta\tau s+1}$$

$$\tau = \sqrt{\tau_1\tau_2}$$

$$\zeta = \frac{\tau_1+\tau_2}{2\sqrt{\tau_1\tau_2}}$$



← الـ tank الاول بأثر ع الثاني ، بس الثاني
ما بأثر ع الاول بالعكس ما بعتبر هاد System
واحد لانو بعتبر احل الاول كانه والـ output
تابعه بعتبره input لـ tank الثاني
وكله بكون كانه ازا ما الهم علاقة ببعض

- *Examples of 2nd order processes*
  - *Non interacting storage tanks with constant flow rates:*
    - *Case I. V1 = V2 :* $\tau_1 = \tau_2 = \tau \Rightarrow \zeta = \frac{\tau_1+\tau_2}{2\sqrt{\tau_1\tau_2}} = \frac{\tau+\tau}{2\sqrt{\tau\tau}} = \frac{2\tau}{2\tau} = 1$

⇓

*"Critically damped response"*

    - *Case II. V1 # V2 :*

*always* $\zeta > 1 \Rightarrow$ *"Overdamped response"*

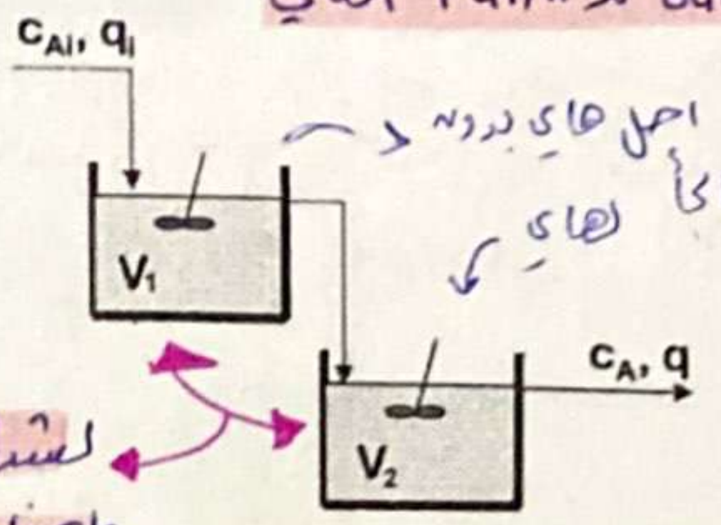
- *Remember that ($c_{Ai}$ and $c_A$) are deviated concentrations.*




Scanned with CamScanner

single equation ← ما الها علاقة بالثانية
system ← ما بقدر احل الا اذا بعرف الـ System of equ. الموجودة بالـ other equ. عند الـ

- Examples of 2nd order processes
  - ما بأثر واحد بعض (مثل متبادلين)
  - Non interacting storage tanks (Constant flow rates, and constant liquid level):
    - ✓ First tank affects the second tank but second tank does not affect the first tank. This is called "non-interacting".
    - ✓ Transfer Function




- **Transfer Function:**

$$\frac{C_A(s)}{C_{Ai}(s)} = \frac{1}{((V_1/q)s+1)((V_2/q)s+1)}$$

$$= \frac{1}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$$

$$= \frac{1}{\tau_1\tau_2 s^2 + (\tau_1+\tau_2)s+1} = \frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s+1}$$

$$\tau = \sqrt{\tau_1\tau_2}$$

$$\zeta = \frac{\tau_1+\tau_2}{2\sqrt{\tau_1\tau_2}}$$

لشتغلهم وحط مكانه block وحدة موجود فيه G ، لو بدي احلهم individually بشكل بحل بكل tank لحاله بطلع TF بكل واحد

لو كان في recycle tank2 مع tank1 بجمع الـ tau حتى يكون صار interacting في

↳ 2nd order ← يدنا بفكر بال 3-cases تاعوع



الـ tank الاول بأثر ع الثاني ، بس الثاني ما بأثر ع الاول بالتالي ما بعتبر هاد System واحد لانو بقدر احل الاول لحاله والـ output تاعه بعتبره input لـ tank الثاني وبحله بحيث لحاله اذا ما الهم علاقة ببعض

او بقدر احلهم كـ system of diff equ.

بالـ under الـ chemical Eng بدنا critical بـ over بـ ، هيدا ما بطلع معنا

- Examples of 2nd order processes
  - Non interacting storage tanks with constant flow rates:
    - Case I. $V_1 = V_2$ : $\tau_1 = \tau_2 = \tau \Rightarrow \zeta = \frac{\tau_1+\tau_2}{2\sqrt{\tau_1\tau_2}} = \frac{\tau+\tau}{2\sqrt{\tau\tau}} = \frac{2\tau}{2\tau} = 1$

$\frac{V_1}{q} = \frac{V_2}{q} = \frac{V}{q}$

⇓

"Critically damped response"

قاعدين نشتغل ع الـ SS ، نسى الـ q داخلة وطالعة

    - Case II. $V_1 \# V_2$ :

always $\zeta > 1 \Rightarrow$ "Overdamped response"

- Remember that ($c_{Ai}$ and $c_A$) are deviated concentrations.



Scanned with CamScanner

لا $V_1 = V_2$ معناها $T_1 = T_2$ ونفس

الـ Q داخلة وطالعة من كل الـ System

اذا ضلت Q ثابتة وغيرنا شوي بالـ Volume

وصارت $V_1 \neq V_2$ هاي الحالة فيها T

كمان راح تتغير

Scanned with CamScanner

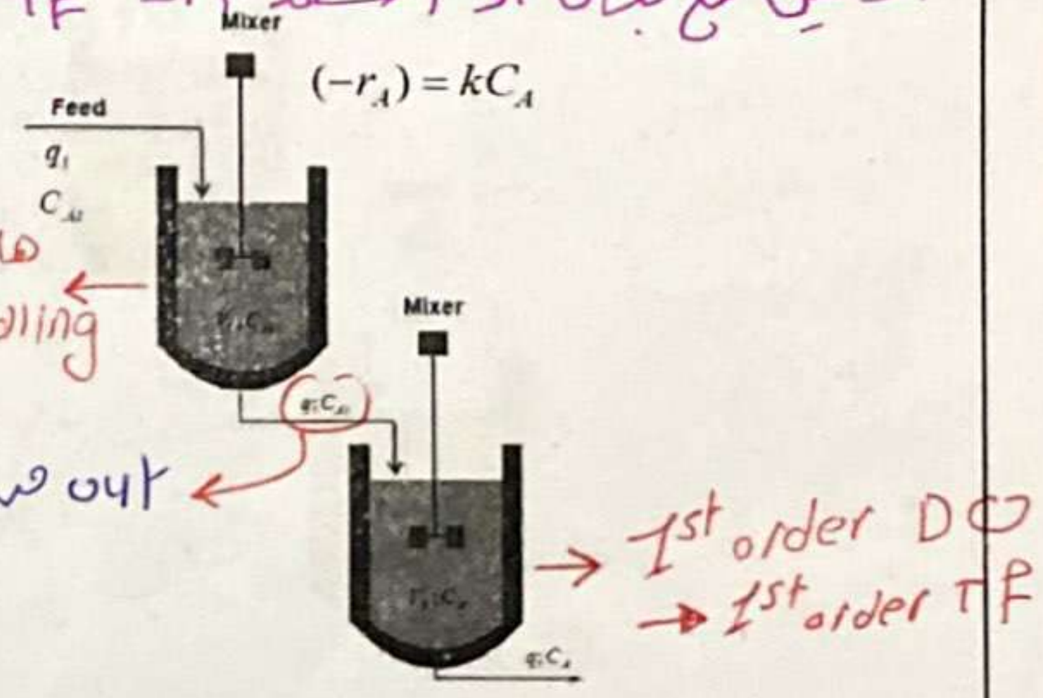
* بقدر اصل كل tank بشكل فردي اذا بعرف الـ output من الاول اللي عشان الـ input للتاني او اعتبرهم system of DO الاتنين مع بعض او استخدم الـ TF

- *Examples of 2nd order processes* ← we have rxn
  - *Non interacting two CSTRs with constant flow rates and first-order elementary reaction: Refer to slide 50 of chapter 2*

$$\tau_1 \frac{dC_{A1}}{dt} + (1 + k\tau_1)C_{A1} = C_{Ai}$$

$$\tau_2 \frac{dC_A}{dt} + (1 + k\tau_2)C_A = C_{A1}$$

$$q = q_i; \tau_1 = V_1/q; \tau_2 = V_2/q;$$




هاد لـ tank عشانه 1st order كان modling

output من الاول و in للتاني

→ 1st order DO
→ 1st order TF

*Note that deviated concentrations are used in the above equations.*

$$\frac{C_A}{C_{Ai}} = G_1 G_2$$



- *Take L.T:*
- *Transfer functions:*

tank 1

$$\frac{C_{A1}}{C_{Ai}} = \frac{1}{\tau_1 s + (1 + k\tau_1)} = \frac{1/(1 + k\tau_1)}{\frac{\tau_1}{(1 + k\tau_1)}s + 1} = \frac{K_1}{z_1 s + 1}$$

tank 2

$$\frac{C_A}{C_{A1}} = \frac{1}{\tau_2 s + (1 + k\tau_2)} = \frac{1/(1 + k\tau_2)}{\frac{\tau_2}{(1 + k\tau_2)}s + 1} = \frac{K_2}{z_2 s + 1}$$

two TF بعرف هدول اذا بعطى..

$$\frac{C_A}{C_{Ai}} = \frac{K_1 K_2}{(z_1 s + 1)(z_2 s + 1)} = \frac{K}{(z_1 s + 1)(z_2 s + 1)}$$

$$= \frac{K}{z_1 z_2 s^2 + (z_1 + z_2)s + 1} = \frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$$

ξ = 0 | ξ > 1 | ξ < 1 — 3 cases

↳ 2nd order

Remember

$$\tau = \sqrt{z_1 z_2} \qquad \tau = \sqrt{\tau_1 \tau_2}$$

$$\zeta = \frac{z_1 + z_2}{2\sqrt{z_1 z_2}} \qquad \zeta = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$$

*Where* $K_1 = 1/(1 + k\tau_1); K_2 = 1/(1 + k\tau_2); K = K_1 K_2$

$$z_1 = \frac{\tau_1}{(1 + k\tau_1)}; z_2 = \frac{\tau_2}{(1 + k\tau_2)}$$




Scanned with CamScanner

- *Case I. $\tau_1 = \tau_2$:*

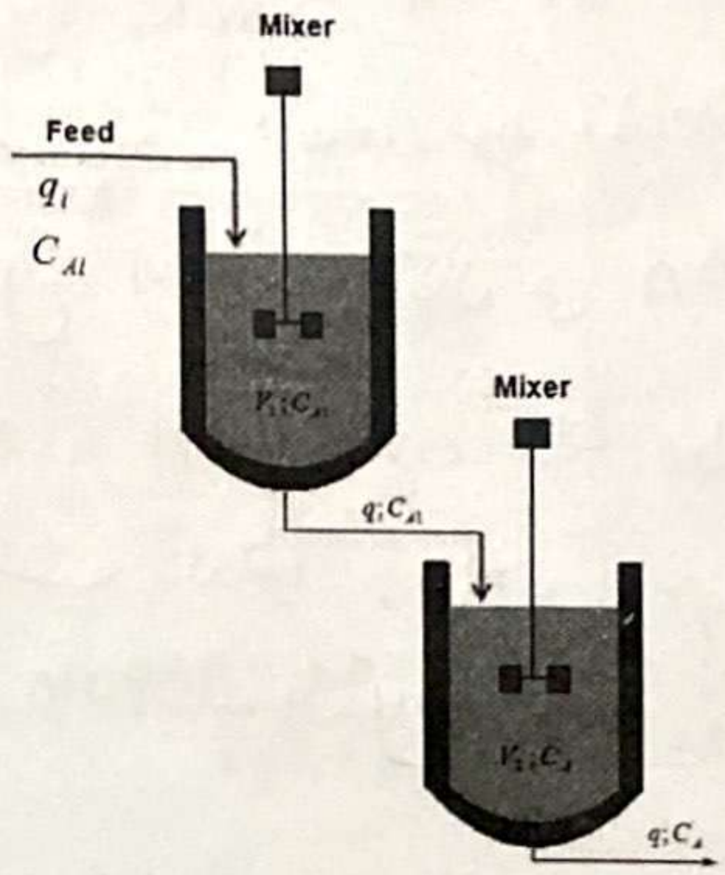
$$\Rightarrow \tau_1 = \tau_2$$

$$\Rightarrow z_1 = z_2 = z \Rightarrow \zeta = \frac{z_1 + z_2}{2\sqrt{z_1 z_2}} = \frac{z+z}{2\sqrt{zz}} = 1$$

$$\Downarrow$$

**"Critically damped response"**

- *Case II. $\tau_1 \neq \tau_2$:*
- *always $\zeta > 1 \Rightarrow$ "Overdamped response"*



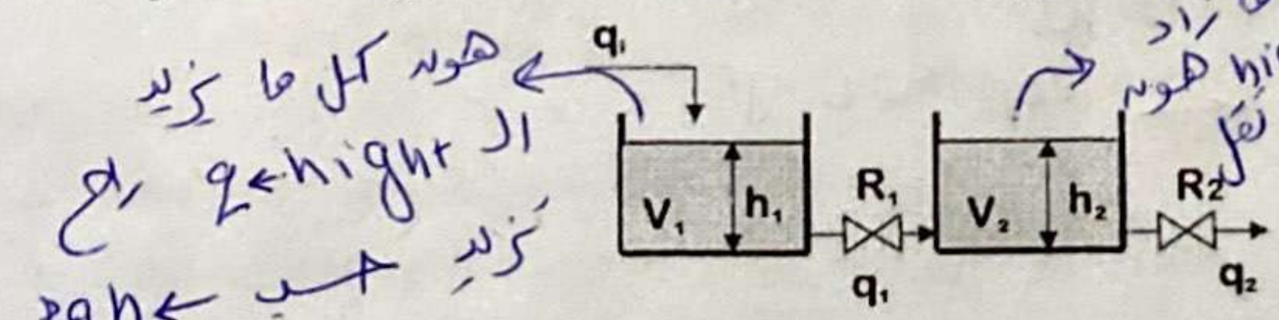



* ليش هون عنا interacting ؟! لانو تأثير الـ hight بالـ tank الأول والثاني مرتبطين مع بعض مش مثل الـ con.

Case 3

## Interacting two storage tanks

- *Many chemical processes exhibit interacting nature.*




هون كل ما زاد hight زاد q ← كل ما زاد q ← hight الـ ← كل ما زاد ← بـ gh

* بدنا نقيس الـ hight الـ Feed ع الـ tank اللي لو كان فيه top بتنقل interacting بتنقل لبعض لـ bottom بالـ $h_1$ لأنو داخل فيه الـ hight اللي بتأثر على q

- *MBs (deviated variables):* $A_1 \frac{dh_1}{dt} = q_i - q_1$ $\qquad A_2 \frac{dh_2}{dt} = q_1 - q_2$

- *MEBs and after linearizing the resulting flow rate equations:* → غير q

$h_2$ و $h_1$ عنا طلع interacting مع بعض بتأثر

$$q_1 = \frac{1}{R_1}(h_1 - h_2) \qquad q_2 = \frac{1}{R_2} h_2$$

ما بنقدر نفصلهم

friction الـ ع based الموجود بالـ valve

*Where $R_1$ is the resistance to flow rate $q_1$ and $R_2$ is the resistance to flow rate $q_2$.*




Scanned with CamScanner

كل ما زادت قيمة $\rho gh$ اد P بده تقل واد Q اللي
بدها تدخل ع آد tank بصير بدها Force اكبر

اذا زادت h بصير بدك Force اكبر
لتعمل Feed لـ introduce
زيد اد h لـ tank 2 بصير اد Flow اعلى
لانو gh وهم صار اعلى

Scanned with CamScanner

عنا خلينه بأنواع الـ hight بالـ tank يلي :-
① الـ hight بالـ tank الاول
② اذا تغيرت الـ Q

- *Interacting two storage tanks* — hight الـ TF اللي بيطلع الـ 1st order مع بعض تلاقط انو two tanks لـ

$$A_1\frac{dh_1}{dt}=q_i-\frac{1}{R_1}(h_1-h_2) \qquad A_2\frac{dh_2}{dt}=\frac{1}{R_1}(h_1-h_2)-\frac{1}{R_2}h_2$$

$$A_1R_1sH_1(s)+H_1(s)-H_2(s)=R_1Q_i(s)$$

$$\frac{A_2R_1R_2}{R_1+R_2}sH_2(s)+H_2(s)=\frac{R_2}{R_1+R_2}H_1(s)\Rightarrow \boxed{\frac{H_2(s)}{H_1(s)}}=\frac{R_2/(R_1+R_2)}{A_2R_1R_2/(R_1+R_2)s+1}$$

parameter → كمية اي شي

ح اللي طوله مختلف عند ح اللي طوله

ح

$$\frac{H_2(s)}{Q_i(s)}=\frac{R_2}{A_1A_2R_1R_2s^2+(A_1R_1+A_2R_2+A_1R_2)s+1}$$

$$\frac{H_2(s)}{Q_i(s)}=\frac{R_2}{\tau^2s^2+2\zeta\tau s+1} \quad \text{where } \tau=\sqrt{A_1A_2R_1R_2},\ \zeta=\frac{(A_1R_1+A_2R_2+A_1R_2)}{2\sqrt{A_1A_2R_1R_2}}$$

2nd order

معادلة تغير hight الـ based on $\varphi$

$\zeta>1$ (overdamped)

* بناءً ع قيم ζ بمكن نشوف شو استجابة h، هل راح يكون stable ولا لا



اذا ع طلعت fraction بتوقع يكون oscillation system هل راح يوصل الـ stability وإذا وصل قديش بده وقت

* بدنا كل الـ TF عشان نكون system اكيد اذا الـ stable ولا لا بدون ما نحل

* poles ← بطلعهم ما اعرف الصفار بالمقام (شو قيمة s اللي بتخلي $D(s)=0$)
واذا عرفت الصفار بالمقام بعرف متى بصير عندي قيمة عشان معرفة الـ TF

قد المقام ← قد البسط ←

- *Poles and Zeros* → Zeros

$$G(s)=\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{K(b_ms^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1s+1)}{(a_ns^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+1)}$$

poles ←

  - *Poles ($D(s)=0$):*
    - *Where a transfer function cannot be defined.* → لانو بنقسم ع صفر
    - *Roots of the denominator of the transfer function*
    - *Determine modes of the response.*
    - *Decide the stability.* → بدون ما اعرف
  - *Zeros ($N(s)=0$)*
    - *Where a transfer function becomes zero.*
    - *Roots of the numerator of the transfer function*
    - *Decide weightings for each mode of response*
    - *Decide the size of overshoot or inverse response*
  - *Zeros and poles can be real or complex.*

الـ Zeros ما بتأثر ع الـ stability بس بتعطيك قديش الـ weight لكل parameter موجود حتى بتأثر ع الـ stability



يعني بتأثر ع الـ overshoot اذا كان عندي oscillation الصغيرة راح تموت بسرعة بعكس الكبيرة بدها فترة زمنية اطول

Scanned with CamScanner

Sustain oscillation لا تكون ξ = 1 يعني عنا
بعيب بضل wave تتكرر لا ∞ . غير
اعتبرها stable اذا ال overshoot
كانت small وال steady state error
قليل اما اذا كان في oscillation
وال overshoot فيه عالي معناها
هاي بدها زمن طويل حتى توصل
لـ 90% من ال Gain وتصير stable

ال input مش كتير قاعد بأثر ع ال stability ، لبس ال ramp
هو اللي كان يطلع وما وصل ال stability الباقي كلهم وصلوها
هاد ال effect لا يكون مع ال TF ال total effect
تا نعظم شو راح نصير !!

حتا نه اعرف شو راح نصير من ناحية stability.
لازم اعرف كل ال poles لل TF ⟸ يس لل TF حالنا
دخل باد input ← هاي راح تعطينا ال modes
لل response

Scanned with CamScanner

ex] $y(t) = e^{-t/\tau}$ → stable or not?

$\Rightarrow Y(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$ → 1st order and has one value to dom. to be zero.

$s = -\frac{1}{\tau}$ ← القيمة الوحيدة اللي عندها المقام = صفر

واحد من F.T بالبير غير معروف

➢ *Effects of Poles:* المقام

*Example: Real pole from* $D(s) = \tau s + 1$

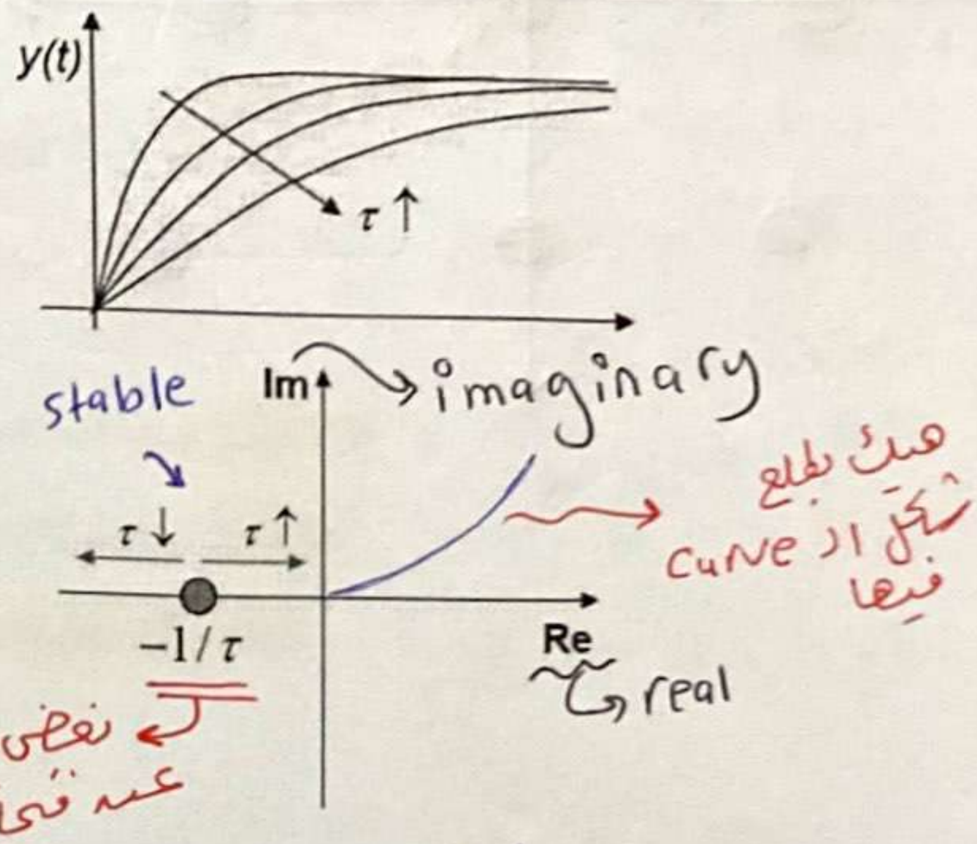
- *One pole:* $D(s) = \tau s + 1 = 0$

no im. part $\rightarrow s = -\frac{1}{\tau}$ (-ve)

- *Exponential Mode:* $e^{-t/\tau}$

→ ثابت يكون gain ! oscillation اذا ما في

- *If the pole is at the origin, it becomes "integrating pole".*
- *Unstable response if the pole is in RHP, i.e. the response increases exponentially.*
- *Stable response if the pole is in LHP.*




عيك بطلع شكل ال curve فيها

نفضي بنظر عيه نتيجة ال R.H يكون وكانه ع الجزء السالب

لكل مرة بطلع root بدي اعرف نوع الحله على هاد ال system



اذا طلع ال complex root بشمال ال system راح يكون stable بس مع oscillation، اول ما ال overshoot تكون عالية بعدين تبلش تقل لحد ما توصل لـ stability

➢ *Effects of Poles:*

Fraction

*Example: Complex poles:* $D(s) = (\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1) \quad (-1 < \zeta < 1)$

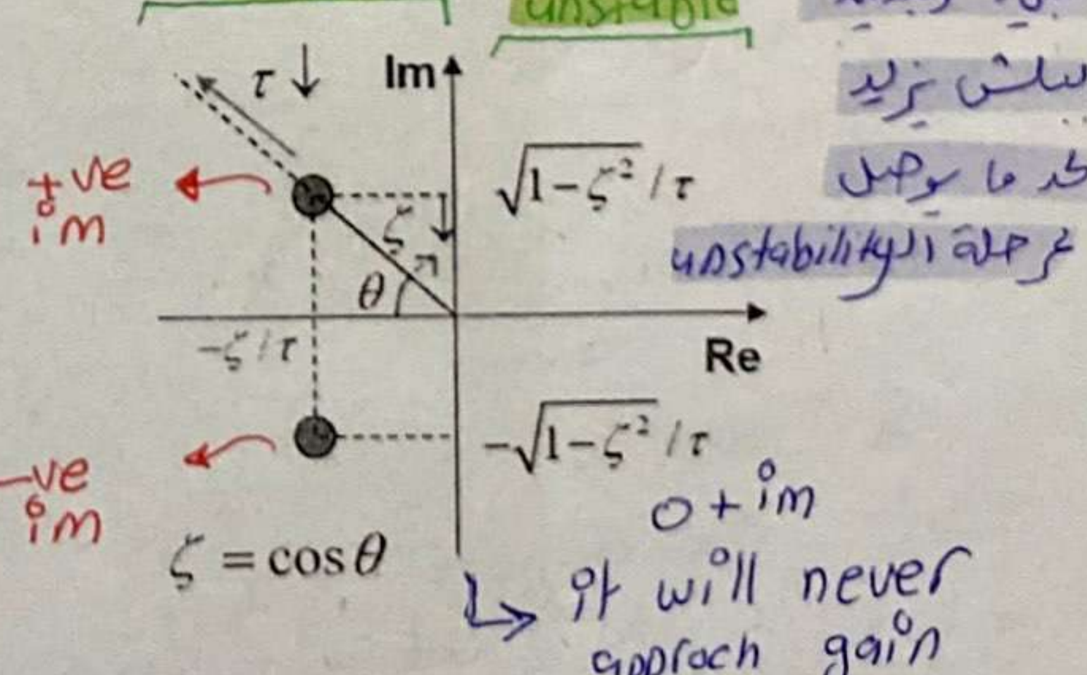
- *Two poles:* $D(s) = 0 \rightarrow s = -\frac{\zeta}{\tau} \pm j\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau} = -\alpha \pm j\beta$

real ← , im

$|s| = \sqrt{\frac{\zeta^2 + 1 - \zeta^2}{\tau^2}} = \frac{1}{\tau}$ (function of $\tau$ only)

$\angle s = \pm \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$ (function of $\zeta$ only)

ع الحيه يكون في oscillation and unstable oscillations بطيء وبعدين بلش يزيد كلما توصل لعرجة ال unstability




↳ it will never approach gain

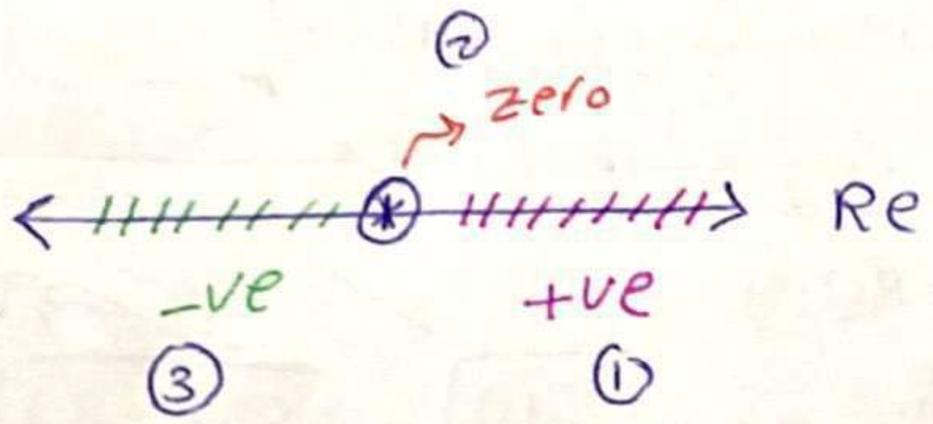


ال freq راح تزيد وما تقل وكذلك ال overshoot يكون ثابت لهيك بنعتبره stable ومعكس يكون sustain oscillation

اذا كانت ال overshoot بقيمة صغيرة مثلاً بعيدة عن ال gain 5%


Scanned with CamScanner

حظ ال real اله ٣ احتمالات




لا يكون عنا im. & real

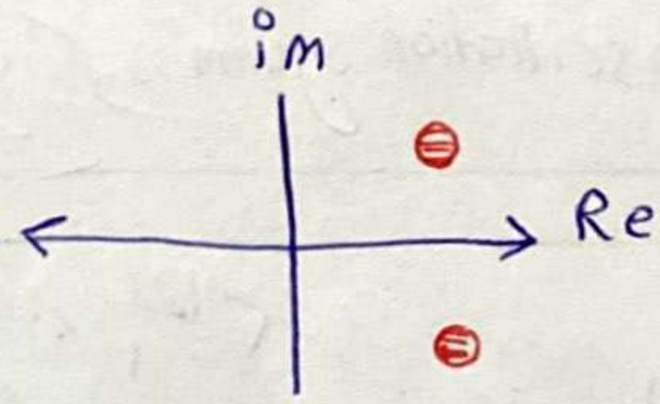
نمثل ال real وال im. ع محاورهم عديه

نجد خطوط ونقاطهم عنا ٣ حالات لا يكون

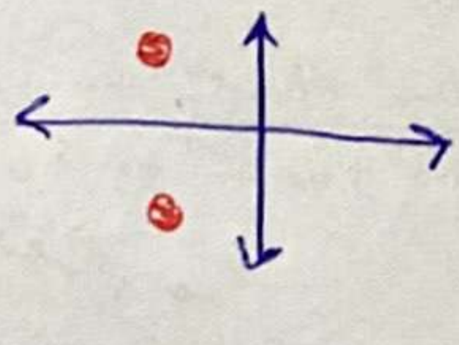
im. + real نعتمد ع ال real لانو ال im.

دائماً يكون +ve & -ve

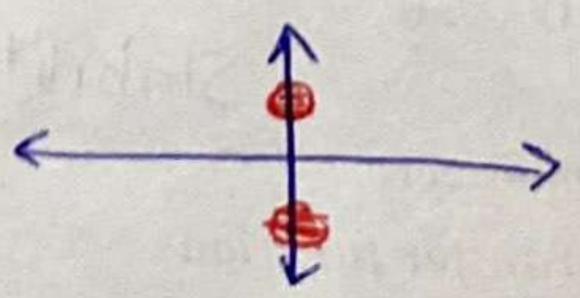
الحالة الاولى :- Real (+ve)




الحالة الثانية :- Real (-ve)



الحالة الثالثة :- (real) zero



Scanned with CamScanner

- *Effects of Poles:*

  - *Modes:*

$$e^{-\alpha t \pm j\beta t} = e^{-\alpha t}(\cos\beta t \pm j\sin\beta t)$$

$$= e^{-\zeta t/\tau}\left(\cos\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau}t \pm j\sin\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau}t\right)$$

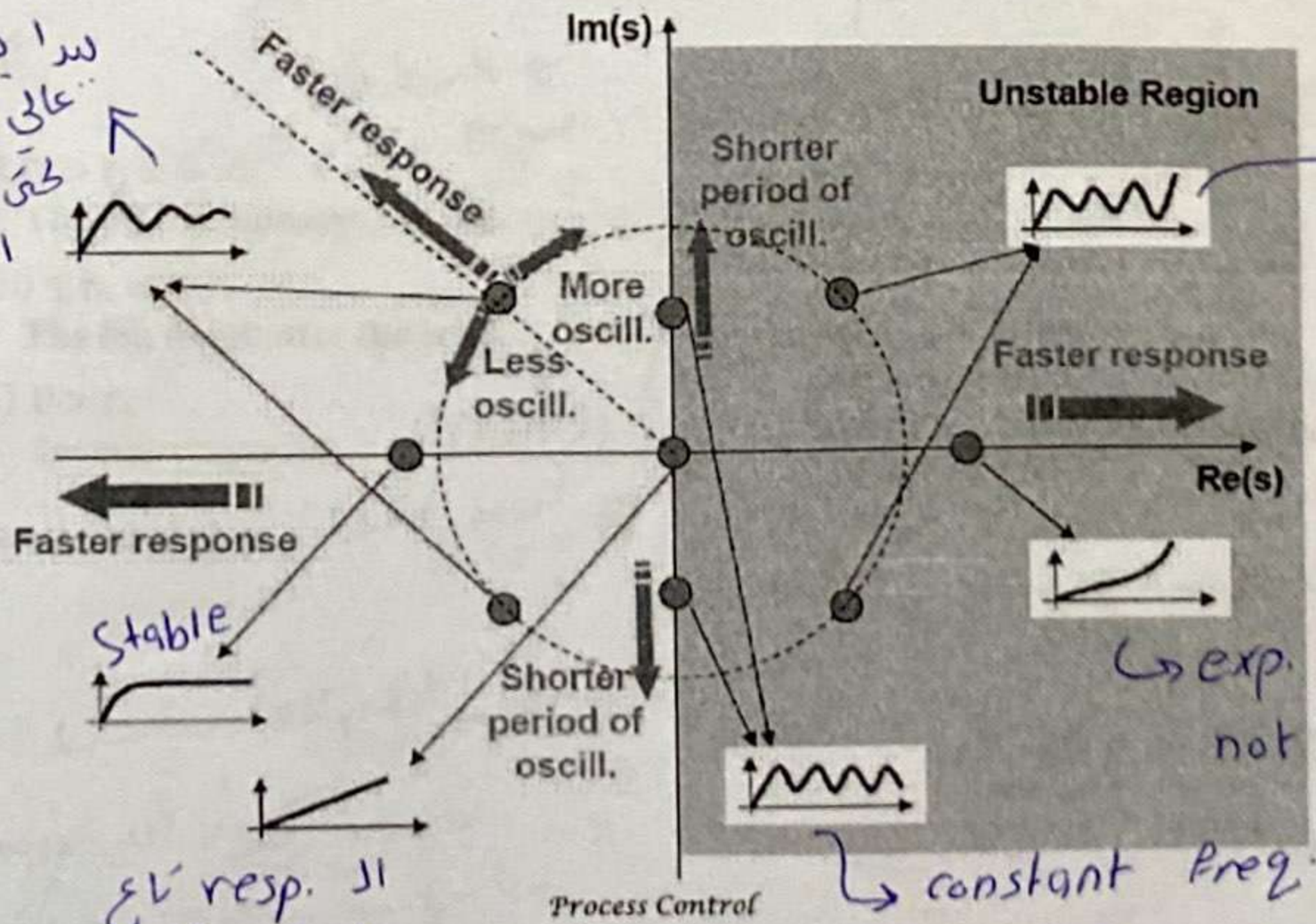
$-\alpha = -\frac{\zeta}{\tau}$ , $\beta = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau}$

  - *For positive τ :*

    - *If ζ < 0, the exponential part will grow as t increases: unstable*
    - *If ζ > 0, the exponential part will shrink as t increases: stable*
    - *If ζ = 0, the roots are pure imaginary: sustained oscillation.*



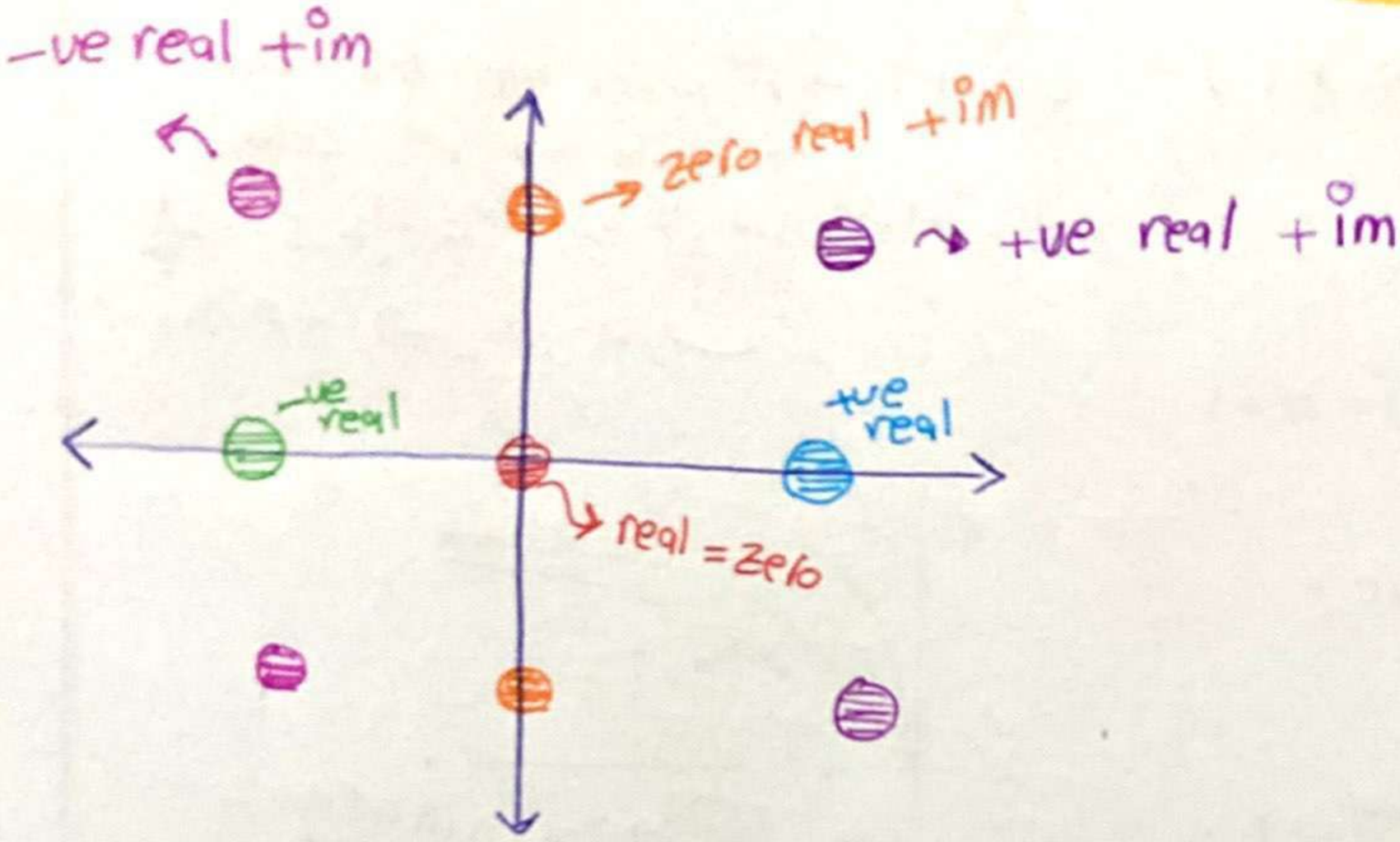
- *Poles Locations:*






Scanned with CamScanner

كل الاحتمالات




Scanned with CamScanner

➢ *Effects of Zeros:*

$$G(s)=\frac{N(s)}{(s+p_1)\cdots(s+p_n)}=w_1\frac{1}{(s+p_1)}+\cdots+w_n\frac{1}{(s+p_n)}$$

▪ *It is clear that the numerator (zeros) will change the weighting factors $(w_1,\ldots w_n)$.*

▪ *The effects on weighting factors are not always obvious.*

▪ *Example: Lead-Lag module:* $G(s)=\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{K(\tau_a s+1)}{(\tau_1 s+1)}$ (Lead / Lag)

▪ *For M step change input:*

$$U(s)=\frac{M}{s}\qquad Y(s)=\frac{KM(\tau_a s+1)}{s(\tau_1 s+1)}=KM\left\{\frac{1}{s}+\frac{\tau_a-\tau_1}{\tau_1 s+1}\right\}\rightarrow y(t)=KM\left[1-\left(1-\frac{\tau_a}{\tau_1}\right)e^{-t/\tau_1}\right]$$



➢ *Effects of Zeros:*

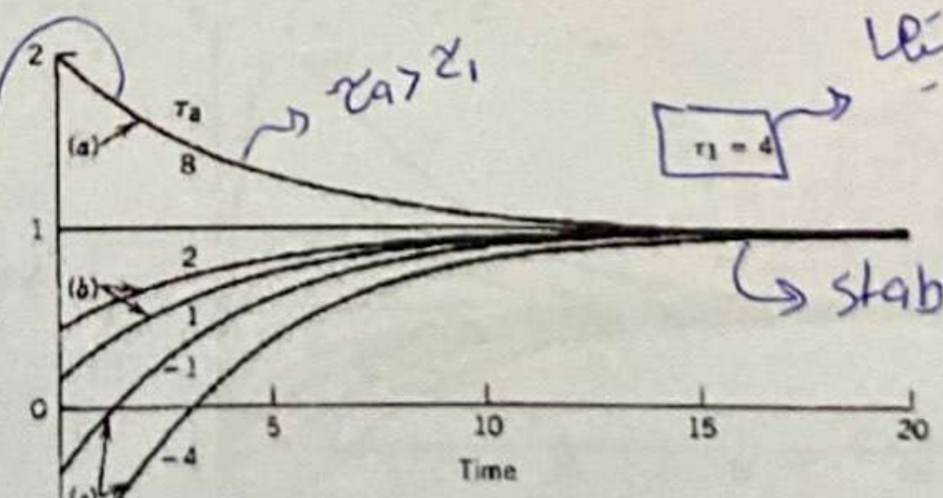
▪ *If:*

(a) $\tau_a>\tau_1>0$ **The lead dominates the lag.**

(b) $0\le\tau_a<\tau_1$ **The lag dominates the lead.**

(c) $0>\tau_a$ **Inverse response**

$$y(t)=KM\left[1-\left(1-\frac{\tau_a}{\tau_1}\right)e^{-t/\tau_1}\right]$$



➢ *Effects of Zeros:*

*Example: Overdamped 2nd-order+single zero system:*

$$G(s)=\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{K(\tau_a s+1)}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)} \qquad \text{(assume } \tau_1>\tau_2\text{)}$$

simple

▪ *For M step change input:* → using partial Fraction

$$Y(s)=\frac{KM(\tau_a s+1)}{s(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}=KM\left\{\frac{1}{s}+\frac{\tau_1(\tau_a-\tau_1)}{\tau_1-\tau_2}\frac{1}{\tau_1 s+1}+\frac{\tau_2(\tau_a-\tau_2)}{\tau_2-\tau_1}\frac{1}{\tau_2 s+1}\right\}$$

constants

جدول لتعليم inv.

$$y(t)=KM\left[1+\frac{\tau_a-\tau_1}{\tau_1-\tau_2}e^{-t/\tau_1}+\frac{\tau_a-\tau_2}{\tau_2-\tau_1}e^{-t/\tau_2}\right]$$

t is the ind. variable بالرسم x-axis على

اللي بدها تحدد هي $\tau_2$ و $\tau_1$ ، هم اللي بدي اصير اختبر فيهم واشوف شو رح يكون رد resp. الـ Function



➢ *Effects of Zeros:*

▪ *If:*

$$y(t)=KM\left[1+\frac{\tau_a-\tau_1}{\tau_1-\tau_2}e^{-t/\tau_1}+\frac{\tau_a-\tau_2}{\tau_2-\tau_1}e^{-t/\tau_2}\right]$$

**(a) $\tau_a>\tau_1>0$**

**The lead dominates the lags.**

**(b) $0<\tau_a\le\tau_1$**

**The lags dominate the lead.**

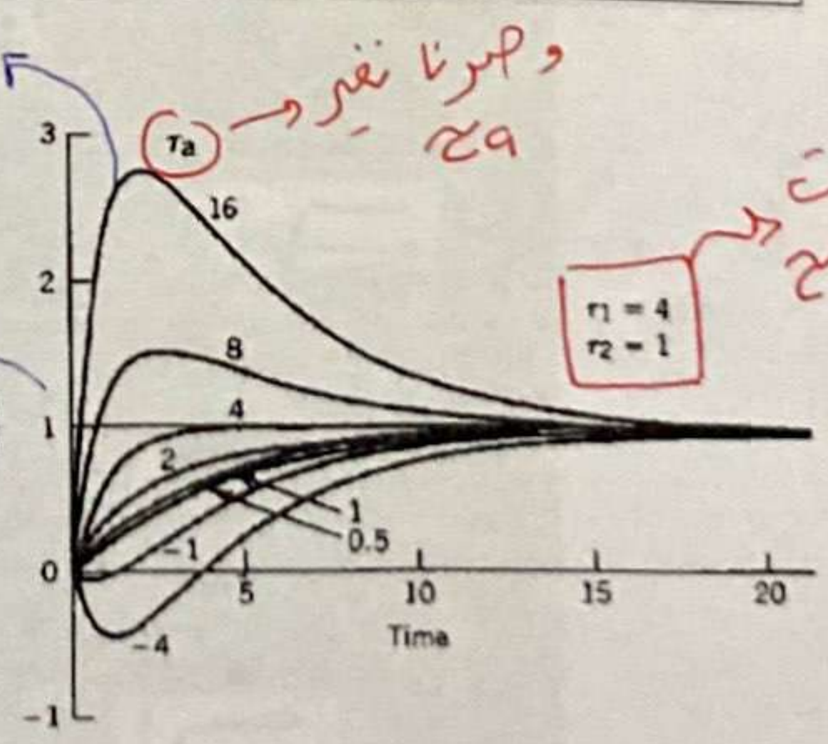
**(c) $0>\tau_a$**

**Inverse response**

الـ lead اقوى من الـ lag

وصرنا نغير $\tau_a$

دائماً بنثبت انو $\tau_2<\tau_1$




Gain الـ اللي بدي اوصله عند الـ 1

بيلشوا من zero سالب بيعطيه جواب بيزل شوي وبعدين بيطلع فوق لحتى يرجع لـ zero الـ Gain



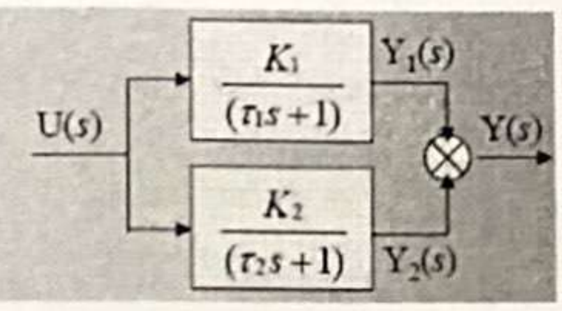
Scanned with CamScanner

➢ *Effects of Zeros:*

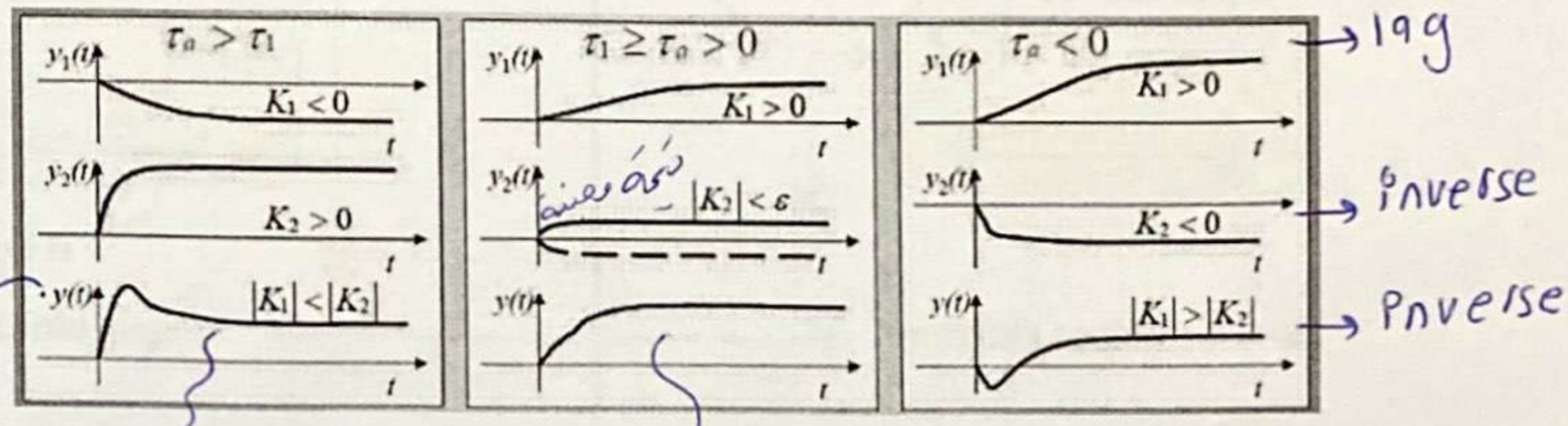
▪ *Another Analysis:* $G(s)=\dfrac{K(\tau_a s+1)}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}=\dfrac{K_1}{(\tau_1 s+1)}+\dfrac{K_2}{(\tau_2 s+1)}$

$$K_1=\left.\frac{K(\tau_a s+1)}{(\tau_2 s+1)}\right|_{s=-1/\tau_1}=\frac{K(\tau_1-\tau_a)}{(\tau_1-\tau_2)}$$

$$K_2=\left.\frac{K(\tau_a s+1)}{(\tau_1 s+1)}\right|_{s=-1/\tau_2}=\frac{K(\tau_a-\tau_2)}{(\tau_1-\tau_2)}$$

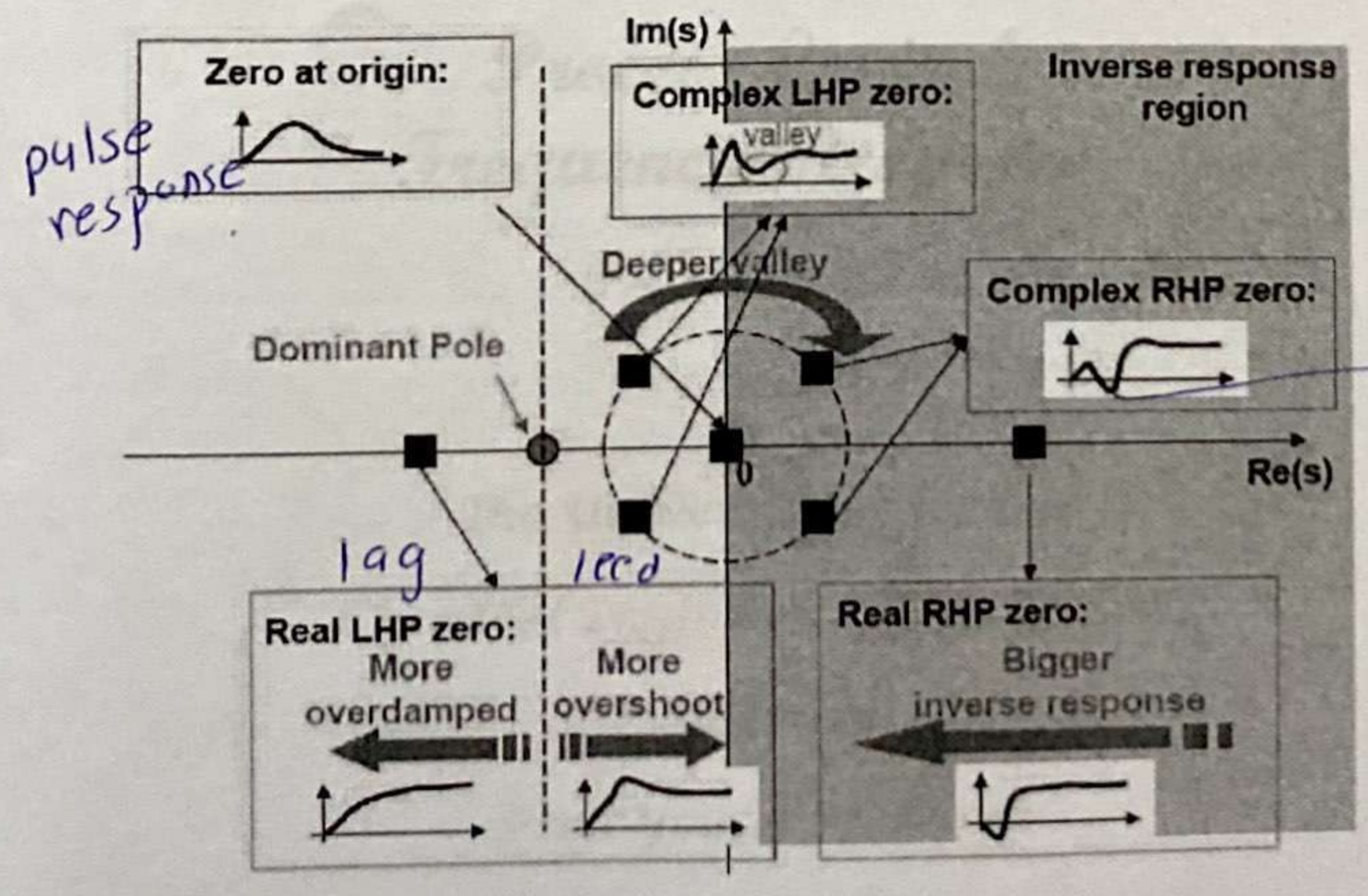



· *Since* $\tau_1 > \tau_2$ *, 1 is slow dynamics and 2 is fast dynamics.*





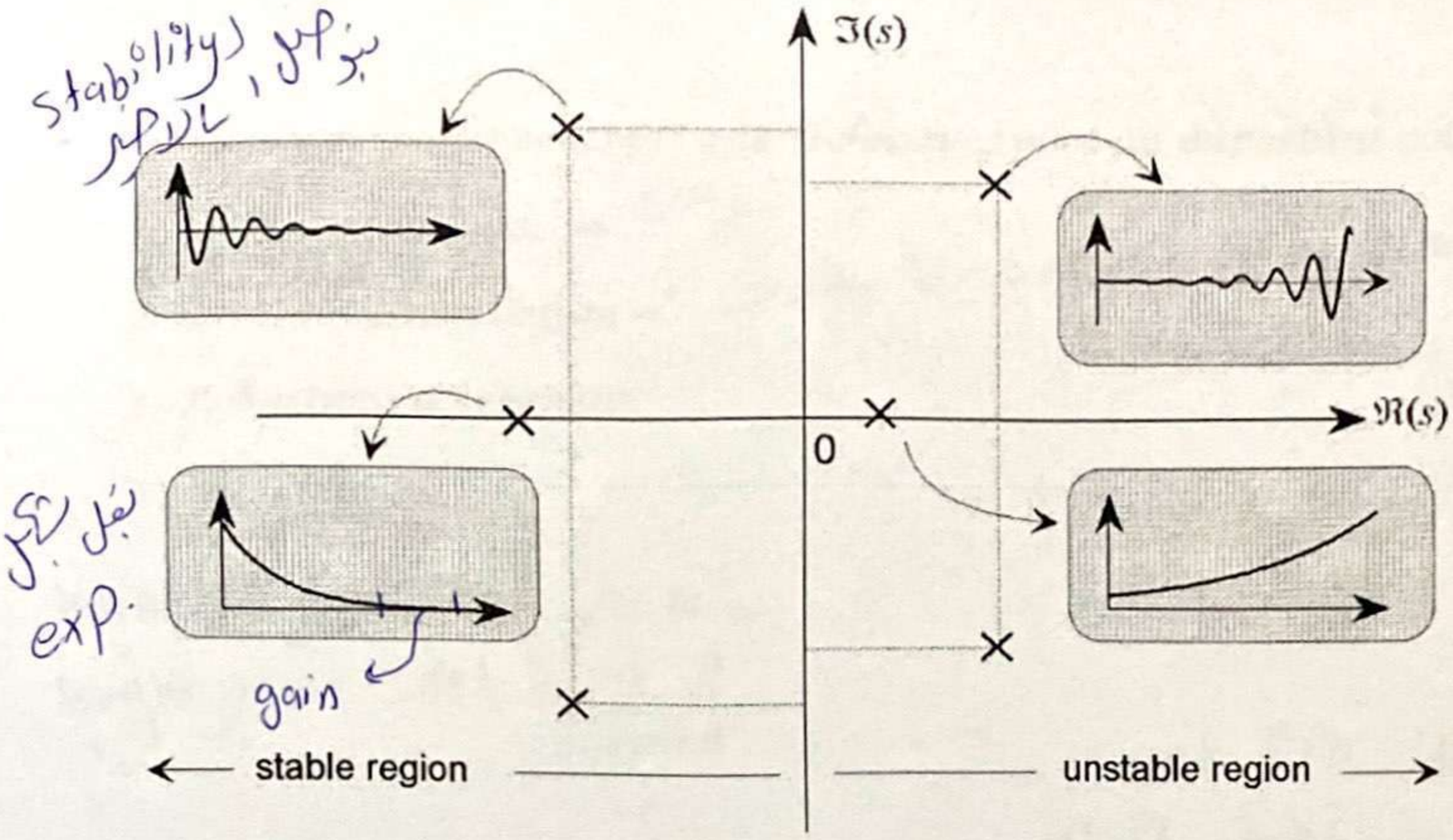

➢ *Zeros Locations:*







Scanned with CamScanner






# Process Control
# Frequency Response

The University of Jordan

Chemical Engineering Department

Fall 2022

Prof. Yousef Mubarak



Scanned with CamScanner

## Proportional Gain and Phase Margins

- Gain Margin (GM): According to the Bode stability criterion,

$$AR_{OL}|_{\omega_c} < 1 \rightarrow GM = \frac{1}{AR_{OL}|_{\omega_c}} > 1$$

- Phase Margin(PM): Let $\omega_g$ is the frequency at which $AR_{OL} = 1.0$ and the corresponding phase angle is $\phi_{OL|g}$.
- According to the Bode stability criterion,

$$\phi_{OL|\omega c} = -180$$

When $\phi_{OL|\omega c} > -180^{\circ} \rightarrow AR_{OL}|_{\omega_c} < 1$

$$\phi_{OL|\omega_g} + 180^{\circ} > 180^{\circ} - 180^{\circ} \rightarrow \phi_{OL|\omega_g} + 180^{\circ} > 0$$

$\phi_{OL|\omega_g} + 180^{\circ}$ Phase Margin

Thus, for stability $PM > 0$ and $GM > 0$



## Proportional Gain and Phase Margins

- The greater the Gain Margin (GM), the greater the stability of the system.
- The gain margin refers to the amount of gain, which can be increased or decreased without making the system unstable. It is usually expressed as a magnitude in dB.
- The greater the Phase Margin (PM), the greater will be the stability of the system.
- The phase margin refers to the amount of phase, which can be increased or decreased without making the system unstable. It is usually expressed as a phase in degrees.



Scanned with CamScanner

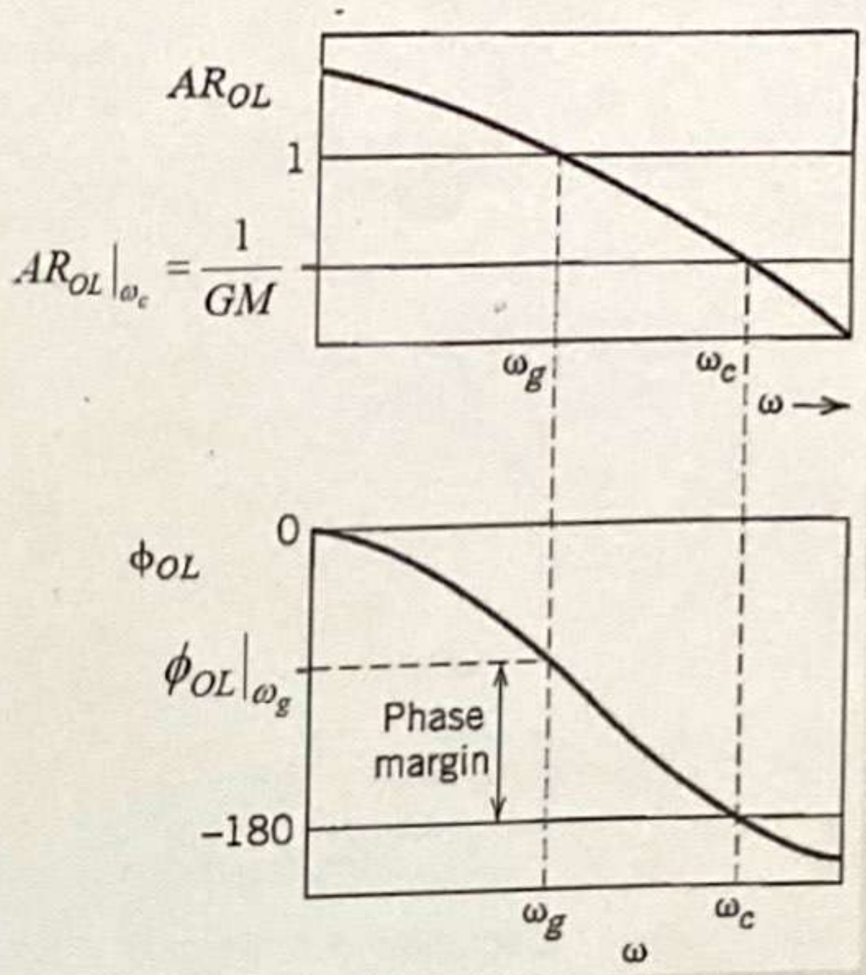
## Proportional Gain and Phase Margins

*Rules of thumb:*

*A well-designed FB control system will have:*

$$1.7 \le GM \le 2.0$$

$$30^\circ \le PM \le 45^\circ$$






كيف راح يلف real + im. axis ← كيف! Contour Mapping نشوف الـ Func حوالين الـ around الـ Func. حوالينه الـ -1

بيش -1 ؟! لانو الـ -1 هو الـ criteria اعتنا بالـ open loop طلعت $1 + G_{OL} = 0$ معناها $G_{OL} = -1$ - بدي آخذ هاي الـ -1 واشوف الـ Func شو بعمل حوالينا

* اذا طلع معنا اي دائرة خارج الـ -1 الـ Func راح يكون not stable
* اذا وصلنا عند الـ -1 يكون عم الـ critical stability اي Re بـ variation ممكن يأدي لـ non stable TF

عشان نشيك ع الـ stability

-1 is the critical value

## Nyquist stability criterion

- *The Nyquist stability criterion is similar to the Bode criterion in that it determines closed-loop stability from the open-loop frequency response characteristics.*
- *The Nyquist stability criterion is based on two concepts from complex variable theory, Contour Mapping and the Principle of the Argument.* ← بدنا نعوض مكان s بـ زت
- *Nyquist Stability Criterion. Consider an open-loop transfer function $G_{OL}(s)$ that is proper and has no unstable pole-zero cancellations. Let N be the number of times that the Nyquist plot for $G_{OL}(s)$ encircles the -1 point in the clockwise direction. Also let P denote the number of poles of $G_{OL}(s)$ that lie to the right of the imaginary axis. Then, Z = N + P where Z is the number of roots of the characteristic equation that lie to the right of the imaginary axis (that is, its number of "zeros").* ← بدي اعد عدد اللفات اللي بتكون الـ -1 حواليها — +ve root — اذا ما عنا ر = 0 +ve
- *The closed-loop system is stable if and only if Z = 0.* → stable الحالة الوحيدة اللي بكون فيها



Scanned with CamScanner

open loop بلوا دبه كلهم بال $G_{OL}$ ← ال TF's
بدونه ما يكونه في عنا output مه ال feedback

## *Some important properties of the Nyquist stability criterion*

1. *It provides a necessary and sufficient condition for closed-loop stability based on the open-loop transfer function.* Closed عشانه اخلي ال open loop function استخدمت ال

2. *The reason the -1 point is so important can be deduced from the characteristic equation, $1 + G_{OL}(s) = 0$. This equation can also be written as $G_{OL}(s) = -1$, which implies that $AR_{OL} = 1$ and , as noted earlier. The -1 point is referred to as the critical point.* ال instability تشير لما يكونه عنا Closed loop

3. *Most process control problems are open-loop stable. For these situations, $P = 0$ and thus $Z = N$. Consequently, the closed-loop system is unstable if the Nyquist plot for $G_{OL}(s)$ encircles the -1 point, one or more times.*

4. *A negative value of $N$ indicates that the -1 point is encircled in the opposite direction (counter-clockwise). This situation implies that each countercurrent encirclement can stabilize one unstable pole of the open-loop system o.* تشير بال اتجاه اللي ع اليمين بدل بال اتجاه اللي ع اليسار



بال open loop اعلى اي dist stability بدو حل بالاخير راح يوصل بدون بس
لازم بين الـ Bode stability و الـ Nyquist ؟!
Bode ← اولا الرسمة على AR و $\phi$ وبعديه نشوف كيف ال behavior تبع ال Func. ما بزبط
# نشتغل عليه اذا ال open loop كانت unstable
وكل القيم ال critical الها رح توصلها

## *Some important properties of the Nyquist stability criterion*

وحده مه اجابات انو حتى لو كانت ال open loop unstable
closed لل stability بقدر اخلي ال

5. *Unlike the Bode stability criterion, the Nyquist stability criterion is applicable to open-loop unstable processes.*

6. *Unlike the Bode stability criterion, the Nyquist stability criterion can be applied when multiple values of $\omega_c$ or $\omega_g$ occur.* Freq. لل critical values مه يكونه عنا اكثر

## *Nyquist stability Criterion:*

encircles (1)
-1 » *Let $N$ be the number of times the Nyquist plot for $G_{OL}(s)$ encircles the (-1,0) point in the clockwise direction. Also let $P$ denotes the number positive poles of $G_{OL}(s)$. Then, $Z = N+P$ is the number of positive roots of the characteristic equation ($G_{OL}(s) + 1 = 0$). Thus, the closed-loop system is stable if and only if $Z = 0$*

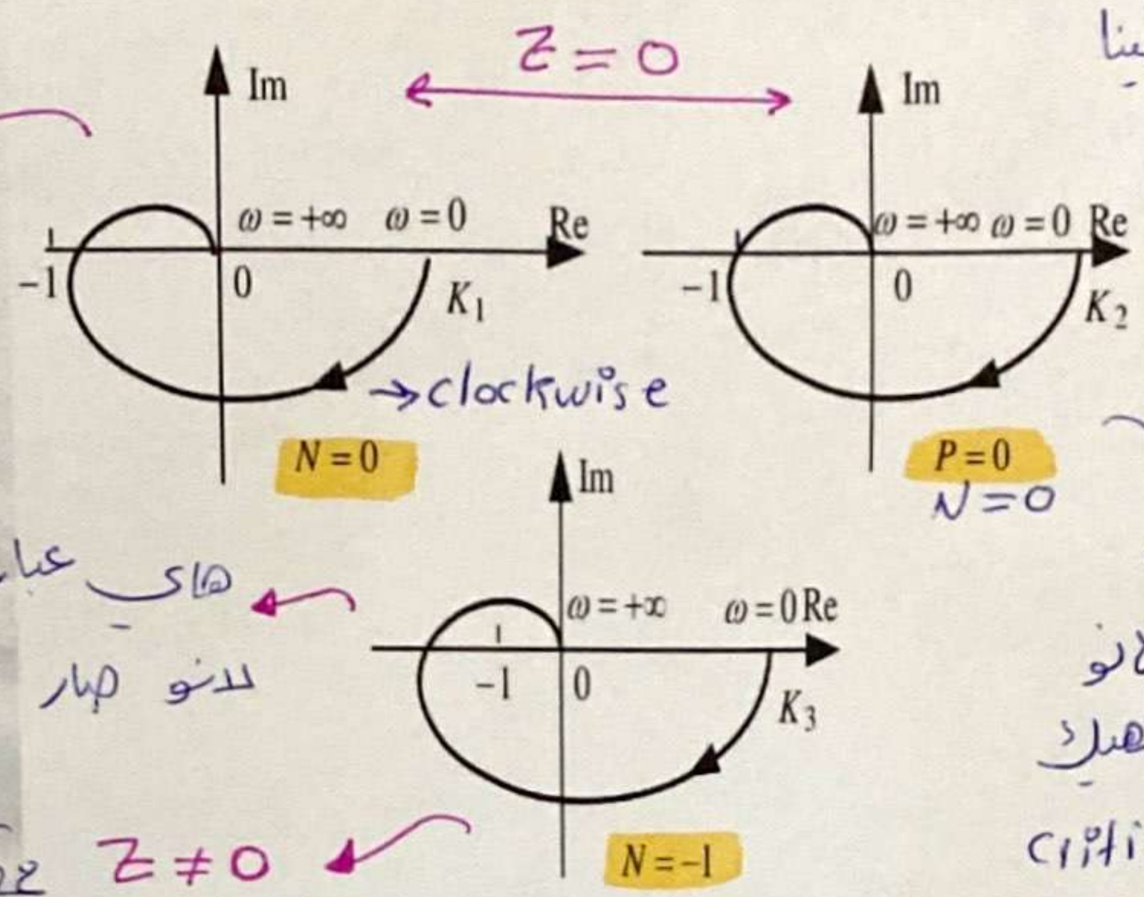


Scanned with CamScanner

Kc → one of the parameter
ω → variable

هاد الـ plot بعتمد على قيمة الـ Kc Controller Gain
قديش الـ critical value إلها
بدنا نشوف قيم الـ k اللي بتعطينا stability والقيم اللي عندها unstable يكون الـ func

***Nyquist stability criterion:***




الـ func عمل encircle الـ -1 وبكون stable

عمل touch فقط بس لحتى عدد الـ encircles = 0 لأنو ولا مرة بعدا الـ -1 بهيك هاد stable بس ع الـ critical Kc اللي بعتبر أي variation بهيك الـ Kc بخلي الـ Funct non-stable

هاي عبارة عن non-stable لأنو صار encircle الـ -1 مرتين

$Z \neq 0$ عكس ما بدنا يكون بـ +ve أو -ve

ما بتفرق معي هلأ أنها ما بتساوي صفر معناها هاد اللي بدي

Yousef Mubarak Chemical Process Control 45

***Example:***

*A process has* $G_p = \frac{4e^{-s}}{5s+1}$, $G_v = 2$, $G_m = 0.25$, $G_c = K_c$. *all signals in the closed-loop control system are electrical and time is in minute. Draw Nyquist plots for Kc = 4, 6.38, and 50.*

for process, valve, transm., prop. controller

بدي اكبر 3 Kc مرات واشوف كيف راح تطلع الـ plot عند كل قيمة وهل هو stable ولا لا

ما بدنا نطلع لا AR ولا ϕ بدي اعمل الـ complex theory اكون مكانه كل s بدي jw

$$G_{OL} = \frac{2K_c e^{-s}}{5s+1} \Rightarrow G_{OL}(\omega j) = \frac{2K_c e^{-\omega j}}{5\omega j+1} = \frac{2K_c(\cos\omega - j\sin\omega)}{5\omega j+1} \times \frac{1-5\omega j}{1-5\omega j}$$

$$= \frac{2K_c}{25\omega^2+1}(\cos\omega - j\sin\omega)(1-5\omega j)$$

$$= \frac{2K_c}{25\omega^2+1}[(\cos\omega - 5\omega\sin\omega) - (\sin\omega + 5\omega\cos\omega)j]$$

real part ← → im. part

$$= \frac{2K_c(\cos\omega - 5\omega\sin\omega)}{25\omega^2+1} - \frac{2K_c(\sin\omega + 5\omega\cos\omega)}{25\omega^2+1}j$$

*Now prepare a polar plot of* $G_{OL}(\omega j)$ *for every Kc in the direction of increasing ω value.*

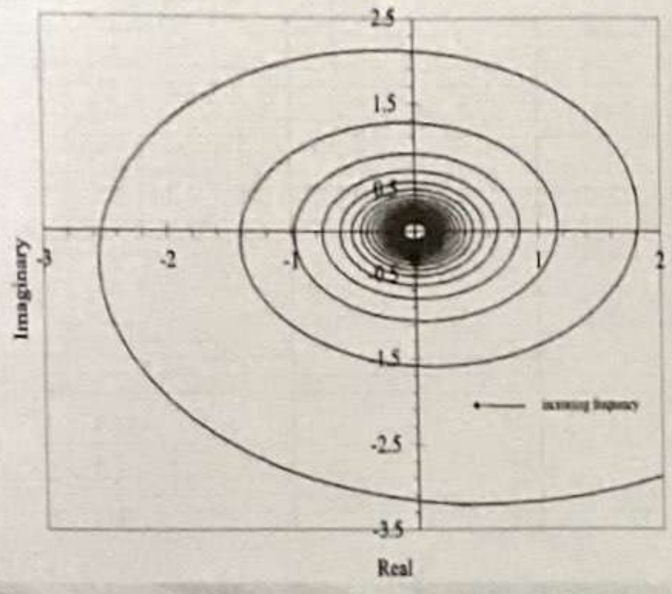
Yousef Mubarak Chemical Process Control 47

الـ variable هي الـ (w) freq. بالـ variation الكبير based رسم. والـ parameter هي الـ Kc

Scanned with CamScanner

$Z \neq 0$

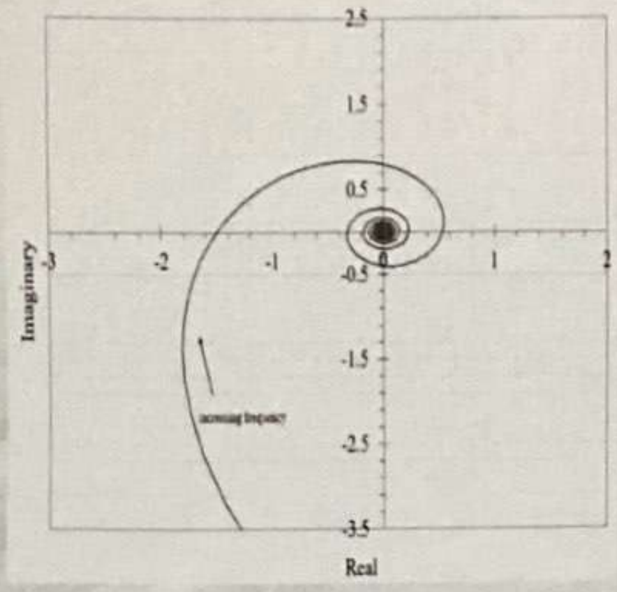
not stable $\because N=3$




*Nyquist plot for $K_c$= 50*

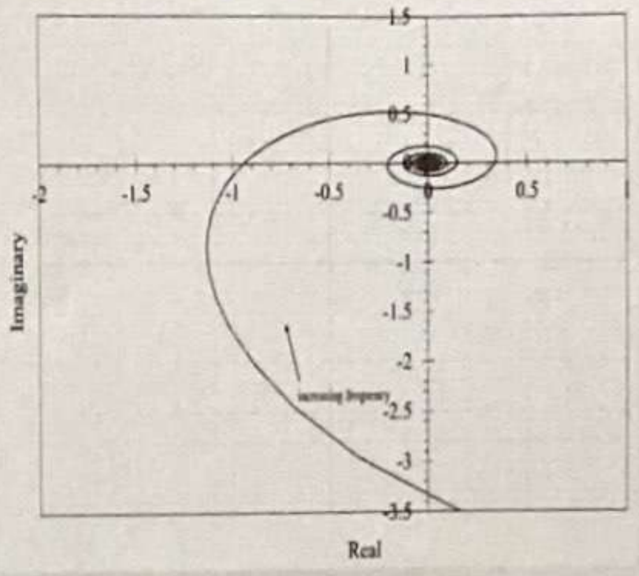
$Z \neq 0$

not stable $\because N=1$




*Nyquist plot for $K_c$= 6.38*

stable , $Z=0$




*Nyquist plot for $K_c$ = 4*



P it is not a function in $k_c$

يعني اذا غيرت ← قيم $k_c$ الـ P ما راح تتغير

P و N تعتمد ع

Use the Nyquist stability criterion for a closed-loop system of the previous example.

$$G_{OL}(s) = \frac{2K_c e^{-s}}{5s+1}$$

Poles of $G_{OL}$: $5s+1=0 \rightarrow s=-\frac{1}{5}$ "one negative pole" → +ve root ما عنا ولا

- This means that there is no positive poles of $G_{OL} \rightarrow P=0$ ← اذ P = 0 وهاي قيمة ثابتة ما راح تتغير
- See previous plots to count the number of times, N, that Nyquist plot encircles the point (-1, 0):

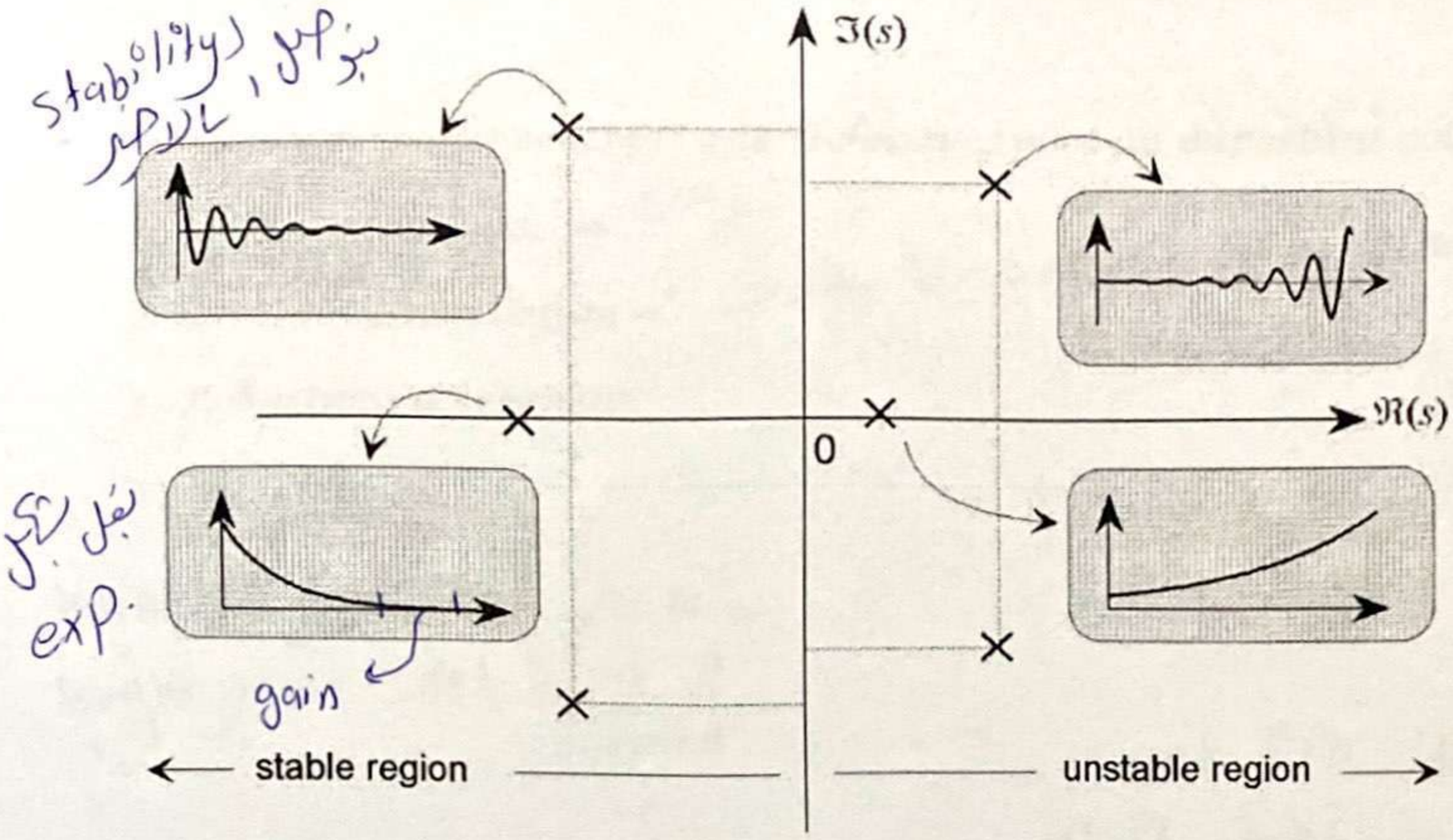
- At $K_c$= 6.38: $N=1 \rightarrow Z=N+P=1+0=1 \rightarrow$ Not stable FR
- At $K_c$= 50 : $N=3 \rightarrow Z=N+P=3+0=3 \rightarrow$ Not stable FR
- At $K_c$= 4 : $N=0 \rightarrow Z=N+P=0+0=0 \rightarrow$ stable FR
- For $K_c < 4.25$: $Z=N+P=0+0=0 \rightarrow$ stable FR

For $k_c > 4.25$ not stable F R

لـ عند هاي القيم وكل ما نزيد N راح نبعد اكثر عن الـ -1 وكل ما نزدنا الـ $k_c$ وتعديتا الـ critical راح نتبعد اكثر عن الـ -1 وبصير stable



Scanned with CamScanner






# Process Control
# Frequency Response

The University of Jordan

Chemical Engineering Department

Fall 2022

Prof. Yousef Mubarak



Scanned with CamScanner

← تغير فيه ب w راح تغير ل amp و ب phase angle ما راح تغير ي شكل صار حر س نتيجة تغير هدول راح تغير ي تغير مع بعضه على base هدول ال two parameter

## Introduction

- *Frequency response concepts and techniques play an important role in*
  1. *Stability analysis,* → تكمل عليها
  2. *Control system design* → شو ال controller بلنا فيه والي عمكنه استخدمها بالحالات الصناعية
  3. *Robustness assessment.*

← ال high ratio بتوقع ال high ال input اعلى فيه ال high ال output

← في diff. بين ال out fin فيه ناحية ratio وفيه ناحية shift

← هوه ارتفاع ال wave ال output يعني ثابت



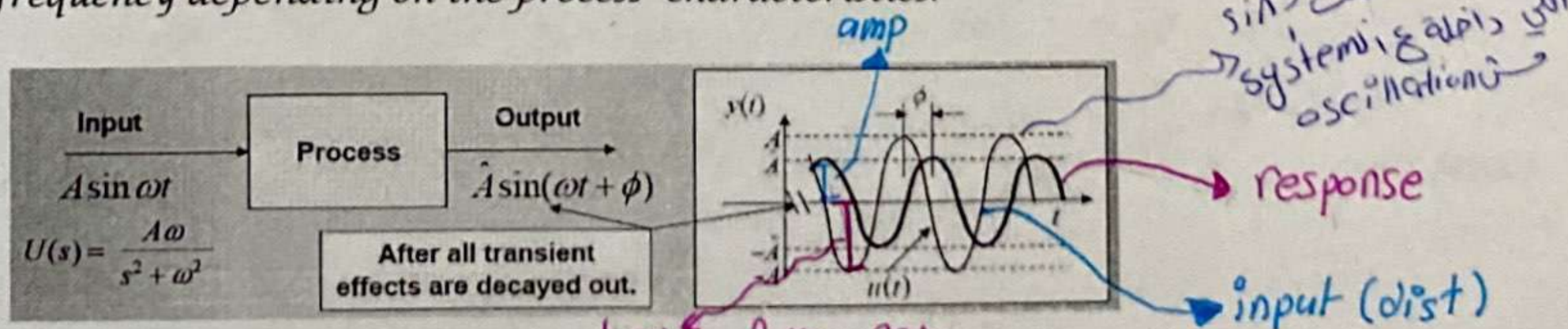
* اذا كان ال input ال system sin بيرجع output ال sin ايضا نفسه behavior ال
* ال oscillation هو عبارة عن behavior ال output بكون ال sin معناها انا مدخل ال sin ع ال system بيطلع ي ال wave

* ال high ال overshoot علاقة بال stability كل ما كان اعلى بكون الرقم احول حتى نقل ال stability

## Frequency Response

*Definition of frequency response*

- *For a linear system: the ultimate output response of a process for a sinusoidal input of certain frequency will show amplitude change and phase shift at the same frequency depending on the process characteristics.*




- *Amplitude ratio (AR): attenuation of amplitude,* $AR=\frac{\hat{A}}{A}$ → output / original (input)
- *Phase angle (ϕ): phase shift compared to input*
- *These two quantities are function of frequency.*

hight of the Peak

↳ diff. of the hight of the peaks

↳ less than 1 بتعظم الحالات.

ارتفاع ال peak ال source ثابت المفروض انو ما بتغير و ب period كمان ثابتة.



المفروض ب ح كمان حتى بتعظم الحالات ح ما نقدر اعتبرها parameter لانو لما اشتغل ع ال ss بتفل ثابتة ، معناها ح ثابتة $\frac{1}{2}$

Scanned with CamScanner

Func. in parameters میتوان مقدار ۱۸۸ را ذخیره کرد
سپس توابعی مانند freq (ω) را که parameters را دارد صدا زد

* Frequency را میگیرد و system را ۶ قطبی میکند sin wave را
تبدیل میکند ratio را ۱۰ Amp. را

Scanned with CamScanner

* الـ Amp والـ phase angle من الـ Func بالرسم هو اللي parameter الـ Func بالرسم هو اللي output الـ function in ω & τ تكونوا كيف تكون

independent var ← τ, ω

dep. variable ← t

response of output

general soln



$$y_s(t) = \lim_{t\to\infty} \frac{KA}{\omega^2\tau^2+1}(\omega\tau e^{-t/\tau} - \omega\tau\cos\omega t + \sin\omega t)$$

$$= \frac{KA}{\omega^2\tau^2+1}(-\omega\tau\cos\omega t + \sin\omega t)$$

$$= \frac{KA}{\sqrt{\omega^2\tau^2+1}}\sin(\omega t + \phi) \quad (\phi = -\tan^{-1}\omega\tau)$$

Amplitude — Phase angle

Func. in ω & τ

Func. in freq & τ — لكن عكس نزوعنا constant

AR = A/A

## Definition of frequency response

dist. — amp — freq

- *Input:* $U(t) = A\sin\omega t$ → Constant wave with time

$$L(U(t)) \rightarrow U(s) = \frac{A\omega}{s^2+\omega^2}$$ → Change in input

- *Ultimate Output:*

$$Y(s) = G(s)\frac{A\omega}{s^2+\omega^2} \rightarrow y(t) = L^{-1}[Y(s)]$$

out — TF — in

*Ultimate Output (frequency response):* $y(t\to\infty) = \hat{A}\sin(\omega t+\phi)$ → حوضنا بالمعادلة نوصل لـ $t = \infty$ ومنها

- $AR = \hat{A}/A$ *is the normalized amplitude ratio*
- $\phi$ *is the phase angle (PA) or response angle (RA)*
- *AR and* $\phi$ *are functions of* $\omega$. — لانها علاقة بال ω.

الـ input ما الله يحلا لانو ما الله علاقة بالـ process هو عبارة عن wave بغير فيها زي ما بدك بكمية الـ output بتعتمد لحجم الـ tank والـ flow لهيك الله يحلا



## Getting frequency response

ما طي داعي نحسبها

- *Without calculating transient response* $y(t)$*, the frequency response can be obtained directly as follows:*

✓ *For a given transfer function G(s) let:*

$s = j\omega$ → complex

$G(j\omega) = K_1 + K_2 j$ — TF — real part — im. part

$j = \sqrt{-1}$

$|G| = AR = \sqrt{K_1^2 + K_2^2}$

$\phi = \angle G = \arctan\frac{K_2}{K_1}$

TF بوضع كل s بال jω وبحط مكانها

لازم نتخلص من اي complex part two partite TF بالمقام بصير لـ

sin او اذا كانت power بالمقام لبسط اعلى من بالمقام ← ما بتكون

*Note that unstable transfer function (TF) does not have a frequency response because a sinusoidal input produces an unstable output response.*



Scanned with CamScanner

ثابتة (w) Freq و (A) Hight

Constant wave with time ← طبعا

wave و period تغير w راح تغير

Hight تغير واذا غيرنا A بس تغير

هدول two parameter هم اللي بتحكموا بشكل wave

sin بس متكرر هي نفسها قاعدة بتكرر بغض

النظر عن period و Hight

- *For transfer function of the form:* # series process

$$G = G_1 . G_2 . G_3$$

$$|G| = |G_1| . |G_2| . |G_3|$$

$$log|G| = log|G_1| + log|G_2| + log|G_3|$$

$$\angle G = \angle G_1 + \angle G_2 + \angle G_3$$ → phase angle

- *For transfer function of the form:*

$$G = \frac{G_1}{G_2}$$

$$|G| = \frac{|G_1|}{|G_2|}$$

$$log|G| = log|G_1| - log|G_2|$$

$$\angle G = \angle G_1 - \angle G_2$$





- *In general for transfer function of the form:*

$$G(s) = \frac{G_a(s)G_b(s)G_c(s)\cdots}{G_1(s)G_2(s)G_3(s)\cdots} \qquad G(j\omega) = \frac{G_a(j\omega)G_b(j\omega)G_c(j\omega)\cdots}{G_1(j\omega)G_2(j\omega)G_3(j\omega)\cdots}$$

$$|G(j\omega)| = \frac{|G_a(j\omega)||G_b(j\omega)||G_c(j\omega)|\cdots}{|G_1(j\omega)||G_2(j\omega)||G_3(j\omega)|\cdots}$$

$$\measuredangle G(j\omega) = \measuredangle G_a(j\omega) + \measuredangle G_b(j\omega) + \measuredangle G_c(j\omega) + \cdots - \measuredangle G_1(j\omega) - \measuredangle G_2(j\omega) - \measuredangle G_3(j\omega) - \cdots$$



Scanned with CamScanner

*Example:*

*First order transfer function:* $G(s) = \frac{1}{\tau s+1}$

$$G(j\omega) = \frac{1}{1+\tau j\omega} \cdot \frac{1-\tau j\omega}{1-\tau j\omega}$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{1+\omega^2\tau^2} - \frac{\tau\omega}{1+\omega^2\tau^2} j$$

$$|G| = AR = \sqrt{K_1^2 + K_2^2} \rightarrow |G| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$$

$$\phi = \angle G = arctan\frac{K_2}{K_1} \rightarrow \phi = -\arctan(\omega\tau)$$

$$as\ \omega \rightarrow \infty, \phi \rightarrow -90^\circ$$



*Bode diagram*

*Bode plots show the frequency response, that is, the changes in magnitude and phase as a function of frequency.*

- *Bode diagram is a plot of:*
  - $\log AR$ vs. $\log(\omega)$ or $\log(\tau\omega)$ → *log-log plot*
  - $\phi$ vs. $\log\omega$ or $\log(\tau\omega)$ → *semi-log plot*
- *Bode diagram is useful to*
  - ✓ *Illustrate frequency response characteristics.*
  - ✓ *Design and analyze the stability of the closed-loop system.*



Scanned with CamScanner

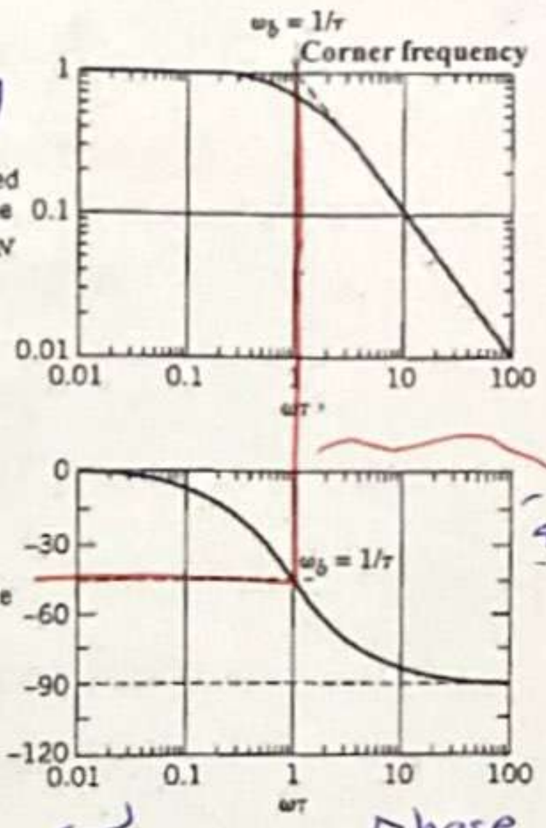
لازم أ behavior لـ ϕ و AR نفس الشيء

*Example 1*

*Draw Bode diagram for first-order t TF*

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$ → ساذه بدون ما اعمل modling وبعوضنا $k_2$ & $k_1$ وبوضع ω وبوضع دكس ϕ & AR وذكر كم

$$|G| = AR = \frac{K}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}$$




مشتق ح وبغير س وبشوف شو بطلع أ Solution

نزلنا خط من خرمة خطنا بالزاوية عند الـ (-45)

⇓

inflection point تبعت أ phase angle

كول من concave up لـ down

*The normalized amplitude ratio $AR_N$ is:*

$$AR_N = \frac{AR}{K} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}$$

$$\phi = -\arctan(\omega\tau)$$

$$as\ \omega \to \infty, \phi \to -90^\circ$$

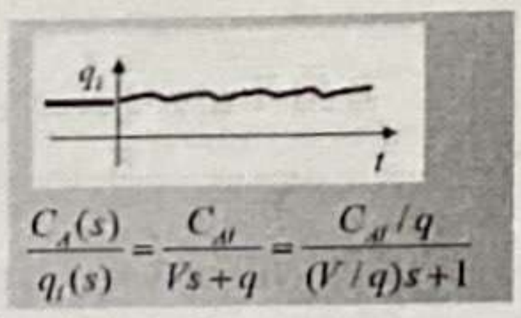
بدي اشوف تأثير s على ϕ و AR

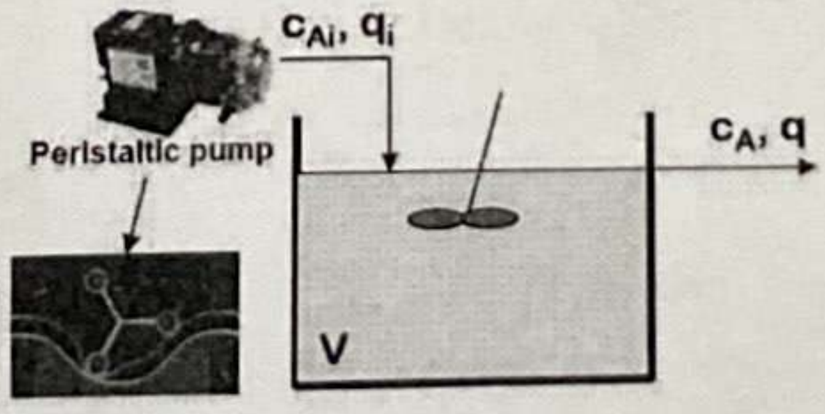
Stable AR & ϕ → نازلين لو كانت ϕ ↑ بكون unstable



*Example 2*

*If a feed is pumped by 3 plades peristaltic pump to a CSTR. The rpm of the peristaltic pump is 10 rpm. V= 50 cm³, the time-averaged feed flow rate is 94 cm³/min. Will ± 5% fluctuation in the feed flow appear in the output?*




- *Process average-time constant:* $\tau = \frac{V}{q} = \frac{50}{94} = 0.53min$
- *Input frequency;* $\omega = 2\pi P = 2\pi \times rpm \times 3 \leftarrow 3\ plades = 188.6\ rad/min$

$$\omega\tau = 100\ rad$$




Scanned with CamScanner

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{\tau\omega j + 1} * \frac{1 - \tau\omega j}{1 - \tau\omega j} \rightarrow \frac{1 - \tau\omega j}{\tau\omega j + \tau^2\omega^2 - \tau\omega j + 1} = \frac{1 - \tau\omega j}{1 + \tau^2\omega^2}$$

Re Im

$$K_1 = \frac{1}{1 + \tau^2\omega^2} \quad , \quad K_2 = \frac{-\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2} j$$

$$AR = \sqrt{\frac{1}{(1 + \tau^2\omega^2)^2} + \frac{\tau^2\omega^2}{(1 + \tau^2\omega^2)^2}} = \sqrt{\frac{1 + \tau^2\omega^2}{(1 + \tau^2\omega^2)^2}}$$

$$AR = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2\omega^2}}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{-\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2}}{\frac{1}{1 + \tau^2\omega^2}}\right) = -\tan^{-1}(\tau\omega)$$

* شو يصير لو غيرت قيمة τ ؟!

يصير extension بس ما يصير ازاحة اذا $[\tau \geq 1]$ ما غير بشكل AR

$\phi$ لا trend لا $\phi$ اذا variation كبير تقريباً ونفس شي لا $\phi$ اذا ($\tau$ - 5) ما فيه

بضل عند الـ -45

* تأثير الـ τ على الـ AR & $\phi$ مقارنة مع تأثير ω وهل

هاد تأثير كبير لين يغير بالـ AR و$\phi$ هي ω ولا τ

Scanned with CamScanner

- *From first-order transfer function Bode diagram at* $\omega\tau = 100\ rad$*:*
- $AR_N(normalized\ amplitude\ ratio) = 0.01\ ;\ \phi = -90^\circ = -\frac{\pi}{2}$

$$u(t) = q_i - \bar{q}_i + Asin(188.6\ t) \rightarrow U(t) = Asin(188.6\ t)$$

$$C_A(t \rightarrow \infty) = \hat{A}sin\left(188.6\ t - \frac{\pi}{t}\right);\ \hat{A} = (AR)A$$

$$c_A(t \rightarrow \infty) = \bar{c}_A + \hat{A}sin\left(188.6\ t - \frac{\pi}{t}\right)$$

- *For fluctuation in* $q_i$ *of* $U(t) = \pm 5\%$ *of nominal flow rate, the fluctuation in the output concentration will be about*

$$C_A = AR \times U(t) = \pm 5\% \times 0.01 = \pm 0.05\%$$

*which is almost unnoticeable.*



كل الأمثلة نفس الخطوات :-

① نعوض مكان S بـ jω

② نضرب باد conj عشان أتخلص من الComplex بالمقام

③ نفصل الـ Im عن الـ Re

④ نعرف AR & ϕ & $k_2$ & $k_1$

⑤ نركم ( τ ثابتة ، ω متغيرة ، AR ، ϕ )

*Example 3:*

*Bode diagram of unstable pole TF:*

كمان $\frac{1}{\tau}$ الـ Root لو unstable

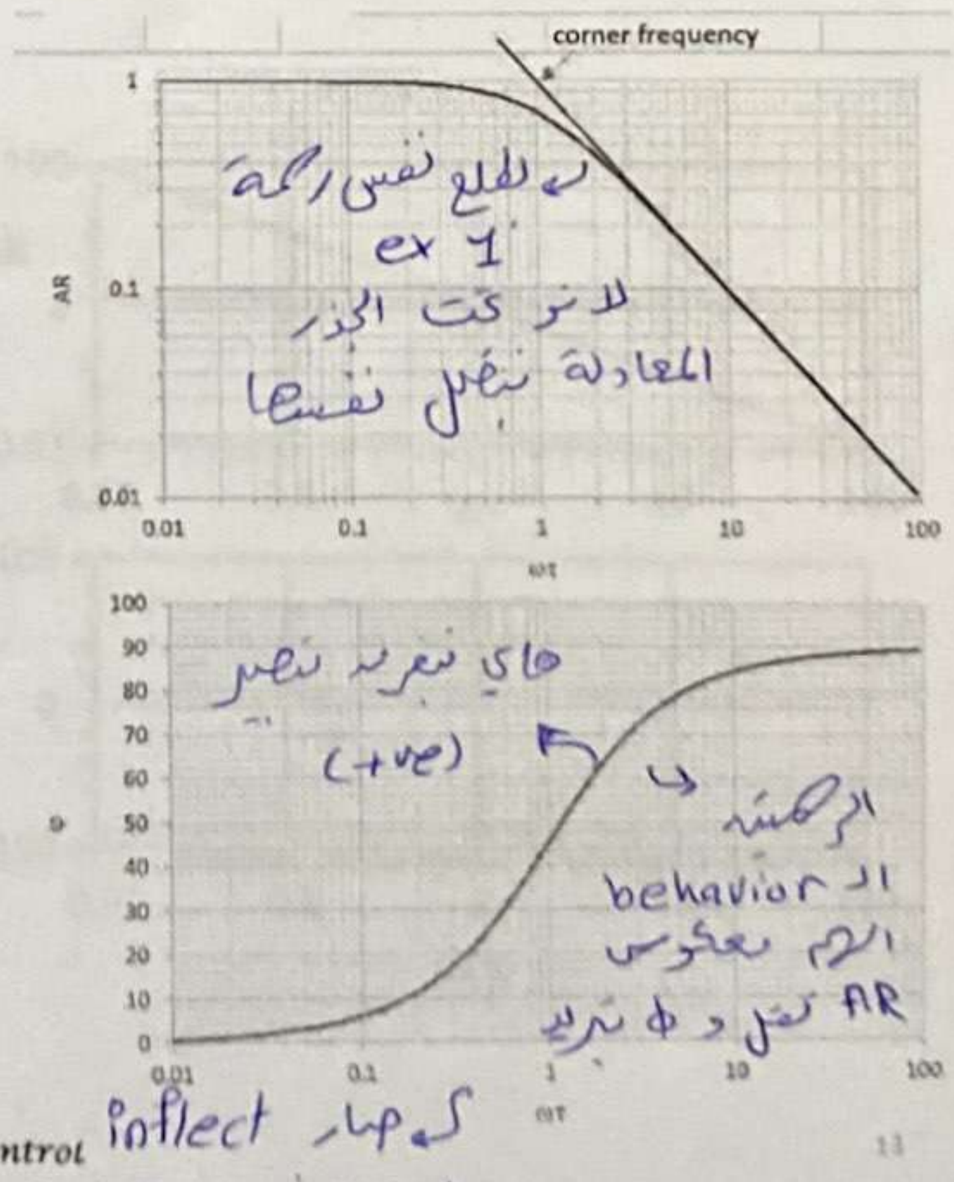
$$G(s) = \frac{1}{-\tau s + 1}$$

+ve Re

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 - j\tau\omega} = \frac{1}{1 + \tau^2\omega^2}(1 + j\tau\omega)$$

$$AR = |G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}$$

$$\phi = \angle G(j\omega) = \tan^{-1}\frac{\mathrm{Im}(G(j\omega))}{\mathrm{Re}(G(j\omega))} = \tan^{-1}\omega\tau$$




- *Note that for this unstable process, the phase angle is positive.*
- *The physical interpretation of frequency response is not valid for unstable systems, because a sinusoidal input produces an unbounded output response instead of a sinusoidal response.*

نفس الحالة ex 1 لاتركت الجزء المعادلة نفسها

هاي نعرفه نصير (+ve)

الرسمة behavior الـ الرسم بعكس AR تقل و ϕ تزيد

Inflect كمان هاي بس عند الـ 45



Scanned with CamScanner

*Example 8:*

*Draw Bode diagram for second-order TF:*

$$G(s) = \frac{K}{(\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1)}$$

$$G(j\omega) = \frac{K}{(1 - \tau^2\omega^2) + 2j\zeta\tau\omega}$$

$$AR = |G(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{(1 - \omega^2\tau^2)^2 + (2\zeta\omega\tau)^2}}$$

$$\phi = \angle G(j\omega) = \tan^{-1}\frac{\mathrm{Im}(G(j\omega))}{\mathrm{Re}(G(j\omega))} = -\tan^{-1}\frac{2\zeta\omega\tau}{1 - \omega^2\tau^2}$$

AR & Φ Func. of ξ

بدي اشوف تأثيرها

→ 2nd order → شكلته حيي عكي

* الـ Root للمقام ممكن يطلعوا real بس هاد ما بيخلي انو stable

* اذا طلع complex بعقد ع real

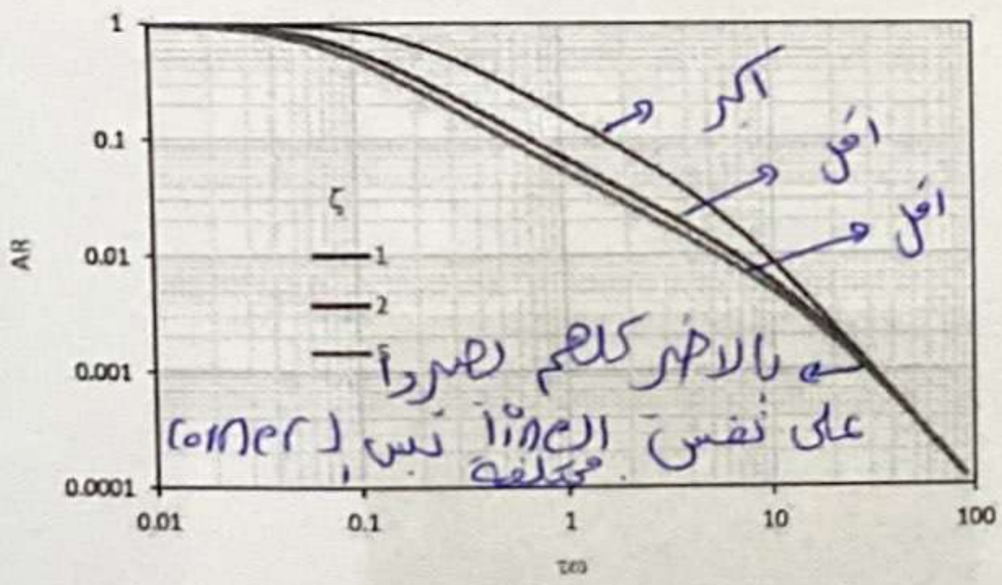
+ve → unstable → oscillation بس بالنهاية بصير له growth بعدين decay

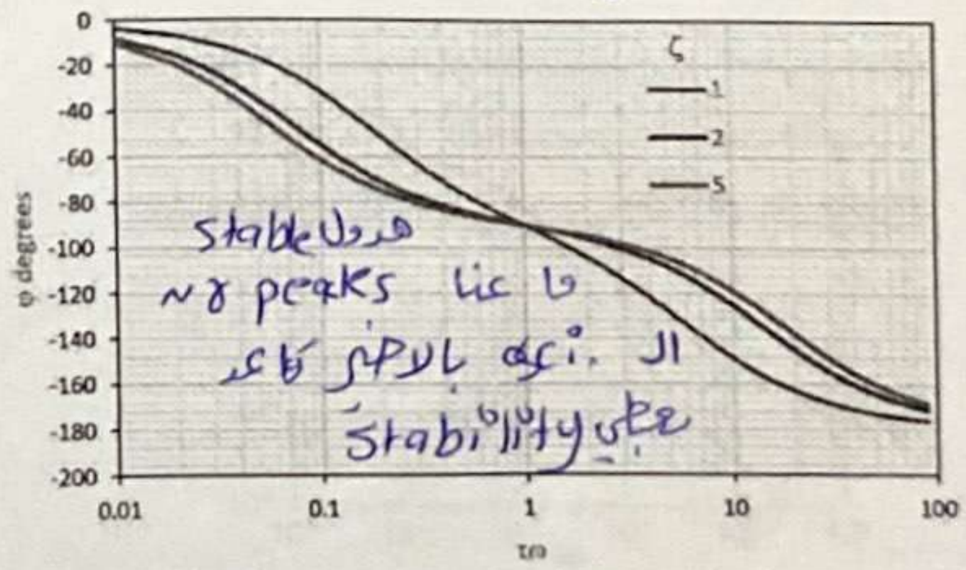
-ve → Stable



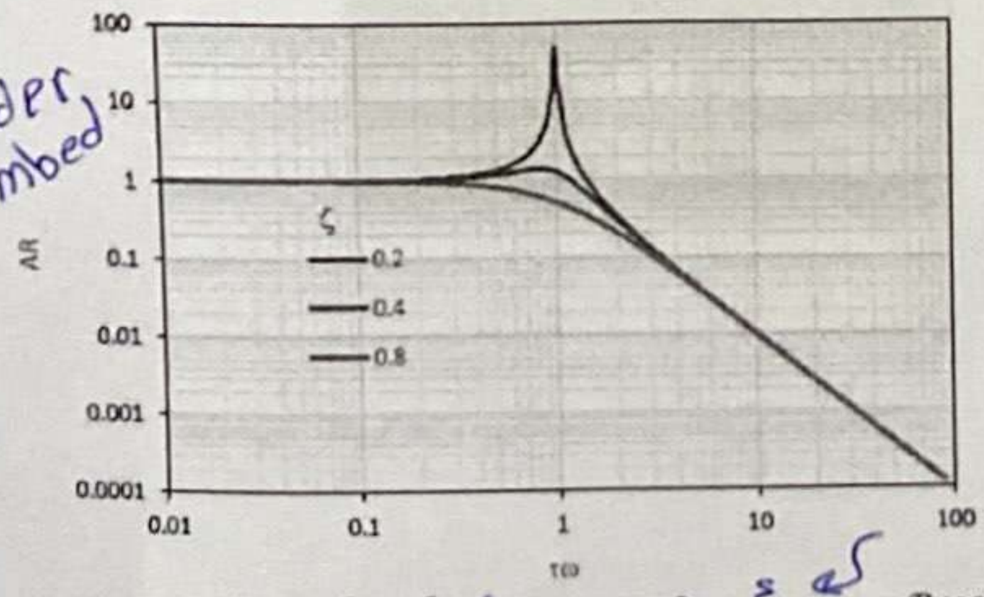
→ overdambed

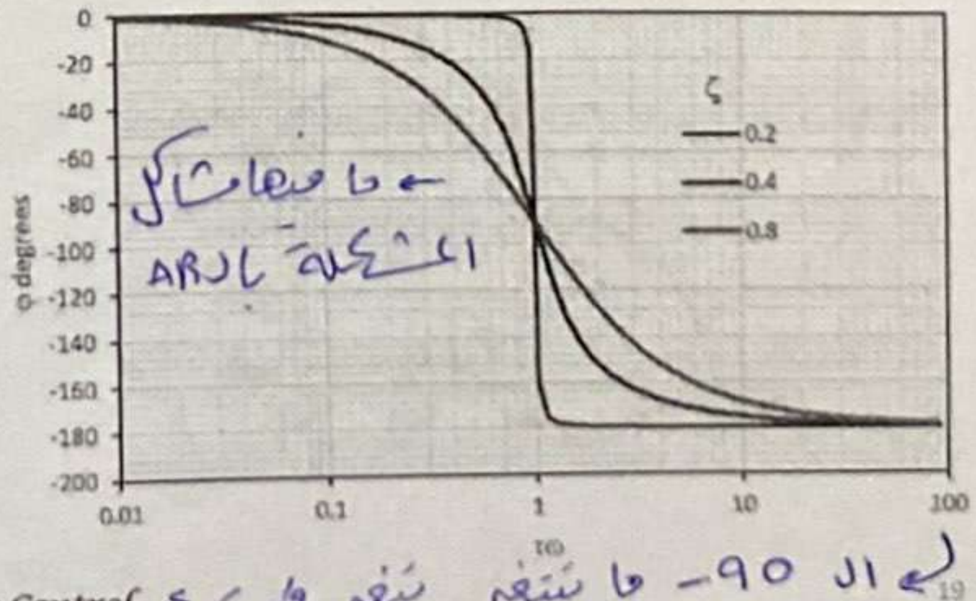
$\phi = -90$ لانه 2nd order بال 45 عم الـ Shift




under dambed






unstable بكون peacks بطلع فا بقدر اطلع منعرف corner freq

كمان (Fraction) عم

لـ الـ 90- ما بتغير بتغير قيمة ع شكل الـ curve بتغير بس الـ trend بضل عند 90-

Scanned with CamScanner

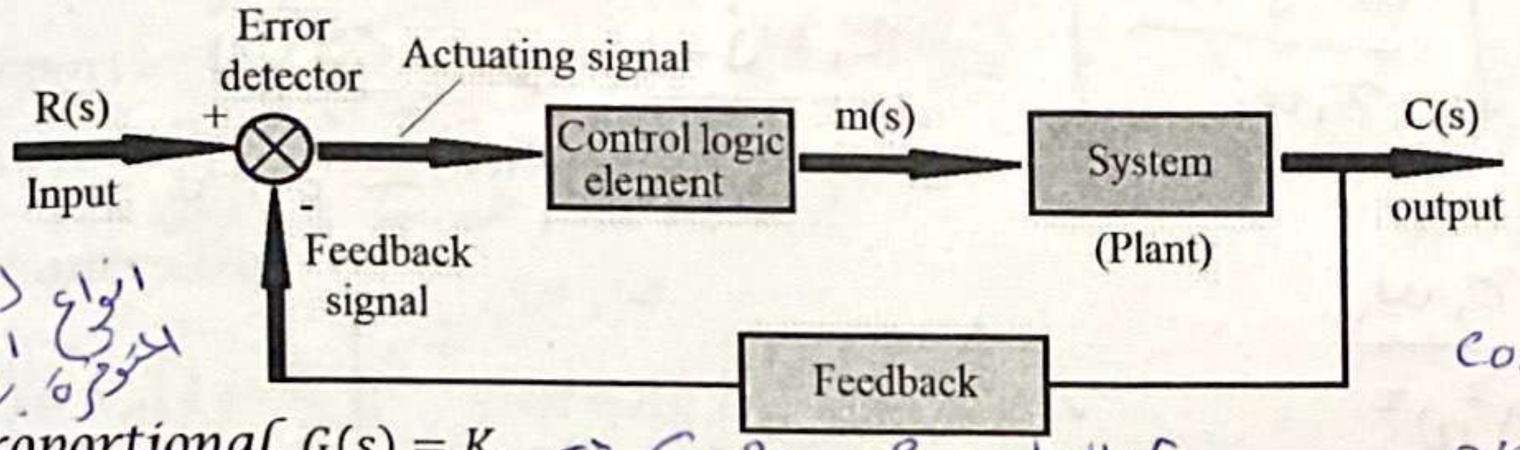
* کل رشته های عصبی که از نخاع خارج می شوند ، بطور مستقیم به عضلات بدن وصل نمی شوند.

* SNF+ نیز مثل ANN از لایه ها تشکیل شده است ( ۳ < ) و از ( Infection is the time it closer مثل dampod ها مثل آن

راح نركز فقط ع الـ Feed back

* كل نوع من الـ controller إله ميزة معينة بال TR أو كل واحدة إلها عيزات بالي رح نحكي

## Controllers




انواع الـ controllers المذكورة بالطناكة

اختيار نوع الـ controller بعتمد شو الـ process اللي بدك اعملها controling وشو الـ behavior اللي بدك اياه يطلع

1- *Proportional*, $G(s) = K_p$ → Gain of controller
يعني بس بحطة K

2- *Integral Controller*, $G(s) = \frac{K_I}{s}$
يعني فيها متل الـ step

3- *Proportional Integral*, $G(s) = K_p + \frac{K_I}{s}$ → prop → int.

4- *Derivative Controller*, $G(s) = K_D s$

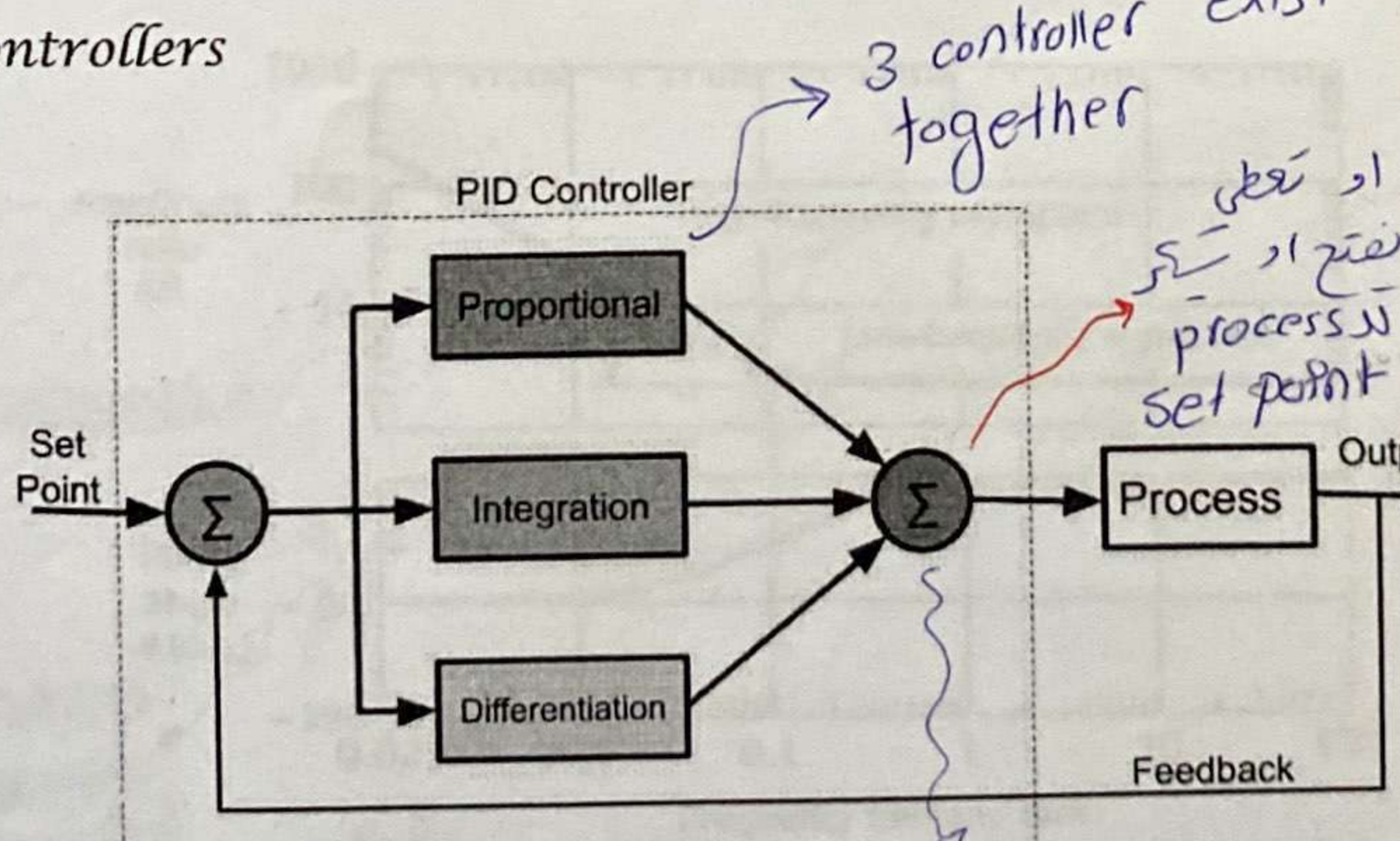
5- *Proportional derivative*, $G(s) = K_p + K_D s$ → prop → der.

6- *Proportional Integral Derivative*, $G(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s$ → int

بعض الـ controllers بضيفوا عليها فلاتر اضافية حتى الـ response اللي بكون certain adj. وبعمل الـ controller مع الـ behavior



## Controllers




3 controller exist together

هي اللي بدها تعمل process او تعطي valve او order نفتح او نسكر process متل adj. حتى عمل بناءً ع تغير الـ set point او انو الـ output صار مختلف عنه المواصفات اللي بدنا اياها.

الـ sum ما علم هو اللي بده يدخل ع الـ process بدنا نشوف كل واحد كيف فحاله

وكيف نطلع منه D و AR وغير متل




Scanned with CamScanner

لما بحسبلك عندك prop. cont. مبا حرة الـ TF تبعه بكون $k_c$

$\omega$ = 0 = Im. part واد function الـ Real part عبارة عن الـ prop. بال $k_c$ هي

Frequency response characteristics of controllers بالباقي $k_2=0$ ، $k_c=k_1$

A. Proportional Controller — اسطح واحد

$G_c(s)=K_c$ → not function of s ∴ $AR=|K_c|$ , $\phi=0$ → draw — حيث $\tan^{-1}(\frac{0}{k_1})$

Gain → $K_c$ — not Fun. in $\omega$

راح نفس $\phi$ و AR ثابتات بغض النظر عن قيمة $\omega$

B. PI Controller

$$G_c(s)=K_c\left(1+\frac{1}{\tau_I s}\right) \qquad AR=K_c\sqrt{\frac{1}{\omega^2\tau_I^2}+1}$$

TF ← $G_c(s)$ — صار عندك integral term

$$\phi=\tan^{-1}\left(-\frac{1}{\tau_I\omega}\right)=\tan^{-1}(\tau_I\omega)-90^o$$

$\phi$ ← Im / real — $-90^o$ ← shifting

*The Bode plot for a PI controller is shown in next slide.*

*Note:* $\omega_b=\frac{1}{\tau_b}$



* عند نقطة تقاطع الخطين بنجد حفا عشان نعرف نقطة الانعطاف

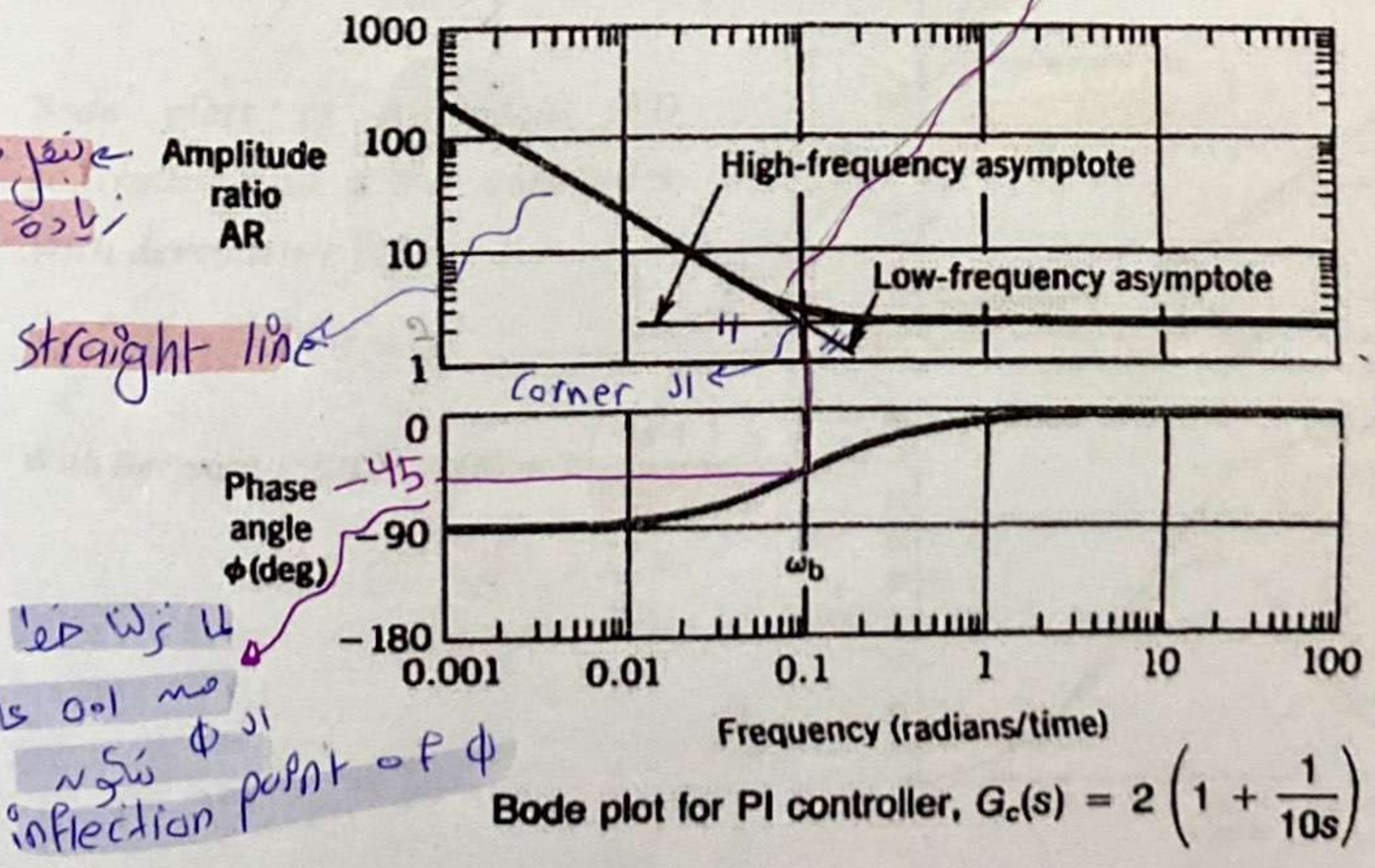
$\tau=10$
$k=2$

النقطة اللي بصير فيها change

ال k مش كفر بتأثر ع ال Func. هو بس برفع وبنزل

مش ع كيفي كتار، كيم k ، في margin مسموح العب فيها

بنعيم k




Bode plot for PI controller, $G_c(s)=2\left(1+\frac{1}{10s}\right)$

بنقل مع زيادة $\omega$

straight line

بزبط حفا عشان يكون inflection point of $\phi$

اذا حطيت k ع كيفي راح يأثر ع الـ stability



Scanned with CamScanner

B

$$G_c(s) = k_c\left[1 + \frac{1}{\tau_i s}\right] = k_c\left[\frac{\tau_i s + 1}{\tau_i s}\right]$$

$$G(\omega_j) = k_c\left[\frac{\tau_i \omega_j + 1}{\tau_i \omega_j}\right] = \frac{\tau_i \omega_j + 1}{\tau_i \omega_j} * \frac{-\tau_i \omega_j}{-\tau_i \omega_j}$$

$$\frac{\tau \omega^2 - \tau_i \omega_j}{-(\tau_i)^2 \omega^2}$$

$$k_1 = -1$$

$$k_2 = \frac{1}{\tau_i \omega} \; j$$

$$G_c = -1 + \frac{1}{\tau_i \omega} j$$

$$AR = \sqrt{1 + \frac{1}{\tau^2 \omega^2}} = \sqrt{\frac{1 + \tau^2 \omega^2}{\tau^2 \omega^2}} = \frac{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}}{\tau \omega}$$

بدنا كمل كل اد controller بنفس الطريقة

لـ كل معادلة بدنا نطلع AR و ϕ وزكم

der. انفنا
Gain د ع

C. Ideal PD Controller: $G_c(s) = K_c(1 + \tau_D s)$ ← space time of def.

$$AR = K_c\sqrt{(\omega\tau_D)^2 + 1} \qquad \phi = tan^{-1}(\omega\tau_D)$$

هاي داعي اخزب بـ Conj لانو هاي حقام

D. PD Controller with filter: $G_c(s) = K_c\left(\frac{\tau_D s + 1}{\alpha\tau_D s + 1}\right)$

E. Ideal (Parallel) PID Controller: $G_c(s) = K_c(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s)$

كودلي كلهم

F. Actual (Series) PID Controller without filter: $G_c(s) = K_c\left(\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s}\right)(\tau_D s + 1)$

G. Actual Series PID Controller (Series PID Controller) with filter:

$$G_c(s) = K_c\left(\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s}\right)\left(\frac{\tau_D s + 1}{\alpha\tau_D s + 1}\right)$$

Controler كل انا
برجش اكرف
PID

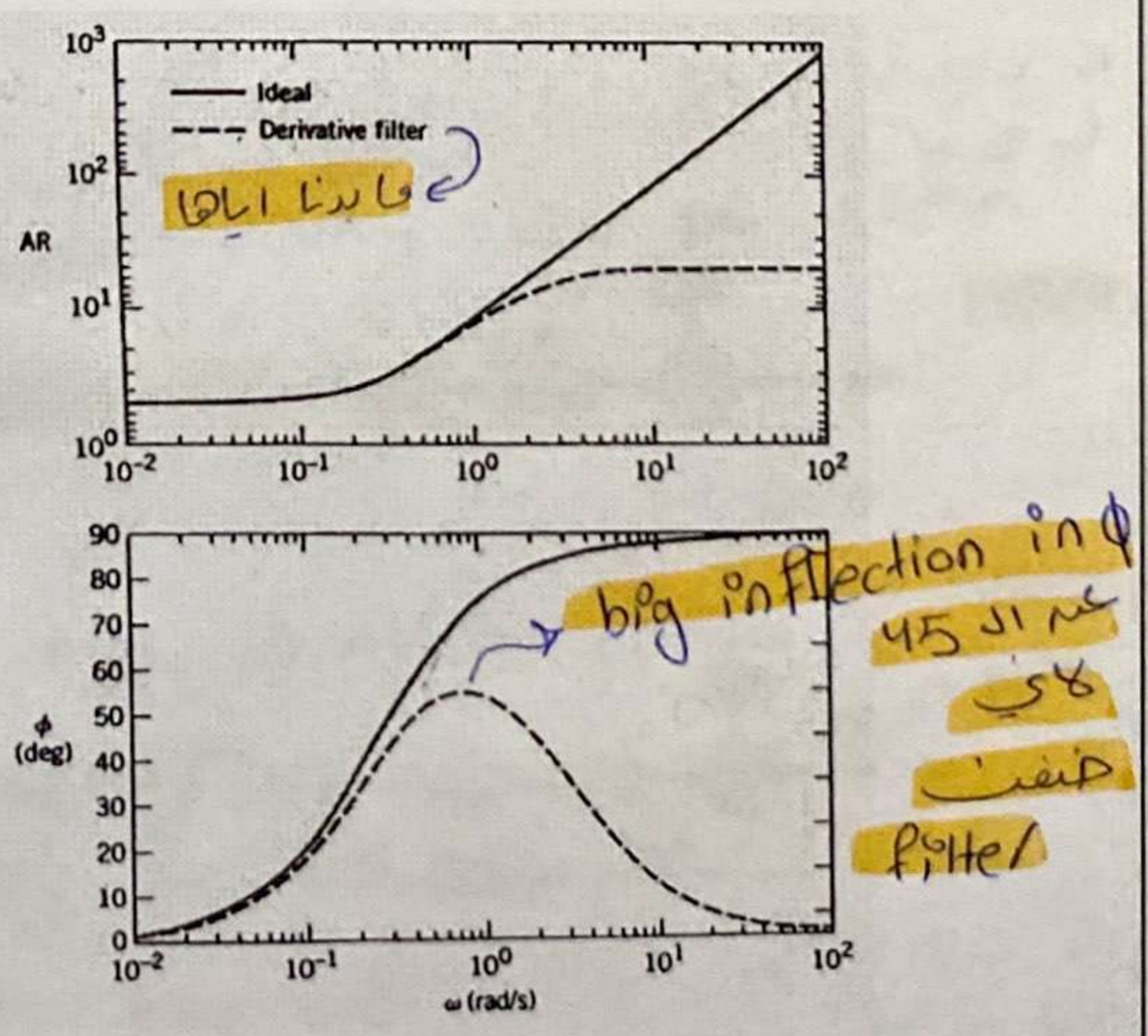


Bode plots of an ideal PD controller and a PD controller with derivative filter

Ideal: $G_c(s) = 2(4s + 1)$

With Derivative Filter: $G_c(s) = 2\left(\frac{4s + 1}{0.4s + 1}\right)$

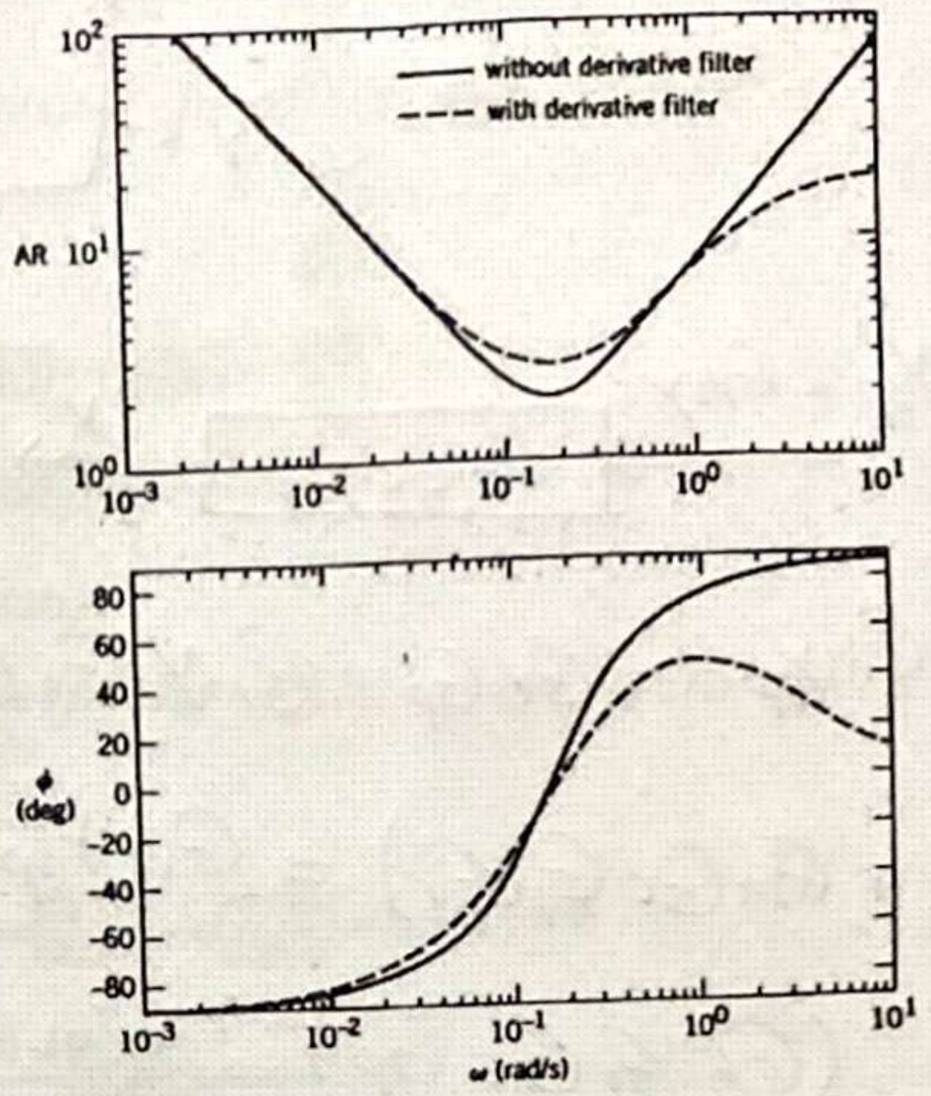
لـ هاد الجزء اللي بحكي
ار
filter






Scanned with CamScanner

*Bode plots of an ideal parallel PID controller and series PID controller with derivative filter ($\alpha$=1)*




*Ideal parallel:* $G_c(s) = 2\left(1 + \frac{1}{10s} + 4s\right)$

*Series with Derivative Filter:*

$$G_c(s) = 2\left(\frac{10s+1}{10s}\right)\left(\frac{4s+1}{0.4s+1}\right)$$



ال open حافية FB صار out * داعاً ال open loop عبارة عن متل ال TF ال toster

## *Open and Closed Control System*

*Types of control systems*

*1- Open loop control system (non feedback system)*

- *Output is directly controlled by input.*
- *Does not have feedback system.*

*2- Closed loop control system*

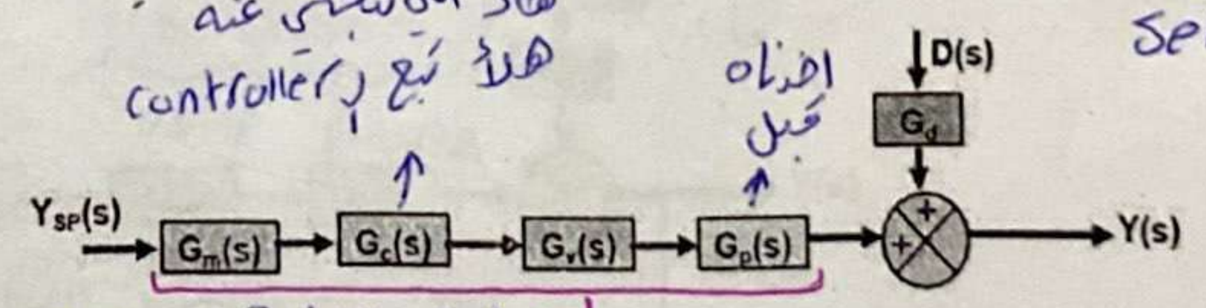
- *Output has an effect on the control action of the input.*
- *Output is feedback to the input (feedback system)*

ال y مربوطة مع $y_{sp}$ صار خلال series

هاد اللي بنحكي عنه هلأ تبع الـ controller

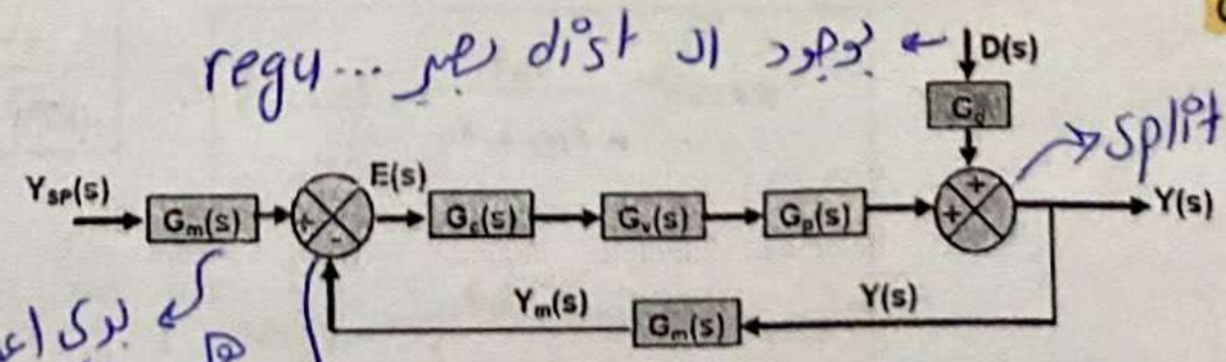
اخدناه قبل

open




one TF بدي اطلع فكا نزلم كلام

close




regu... بوجود ال dist بصير

بدي اعمل هيك عشان set point ترجع لـ

mixing point

set. ال servo انا بعدل ال نكي ما بدي ويتوقف شو بصير response

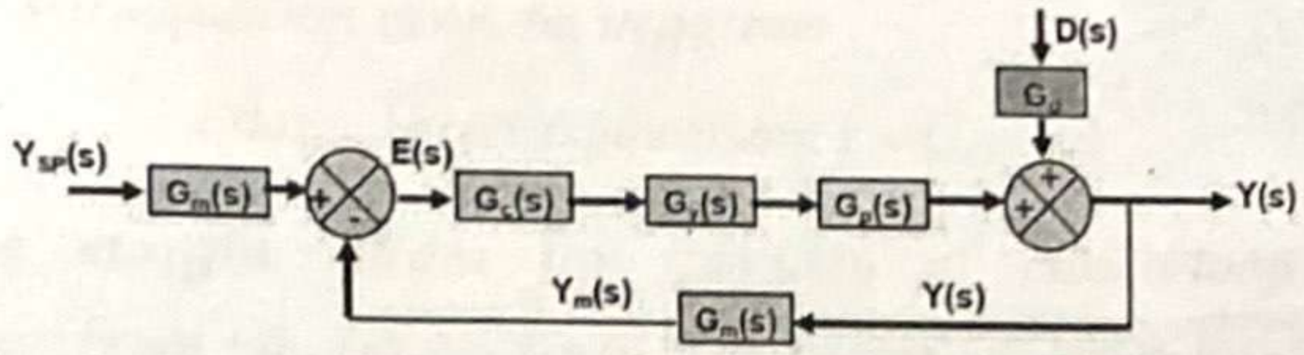
اما ال reg. فبصير عل source of dist بالتالي بدي اعمل تعديل بـ MV عشان ارجع الحوامضات لـ out




Scanned with CamScanner

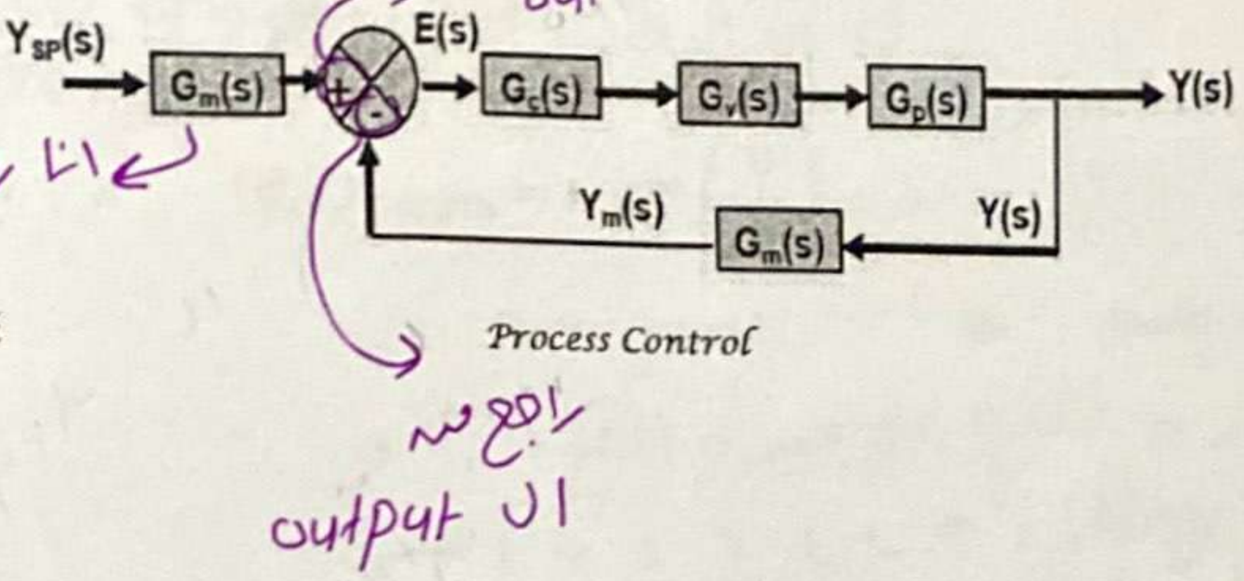
*Regulator problem:*

*Manipulate the system input to counteract the effects of disturbances.*



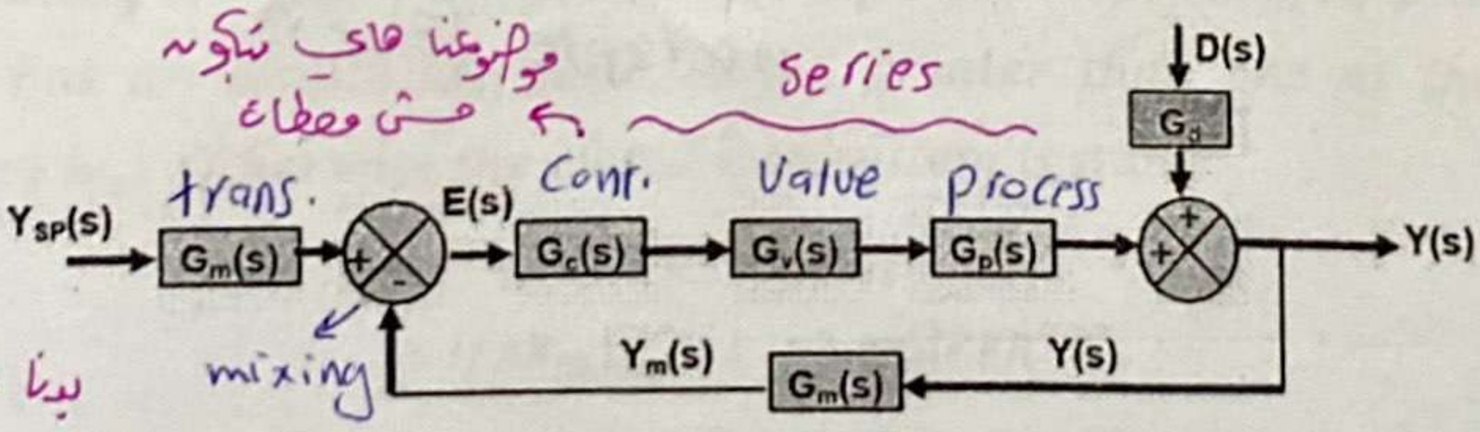

*Servo Problem (i.e. tracking problem):*

*Manipulate the system input to keep the output close to a given reference trajectory*






*Stability of closed-loop frequency response (FR)*




$$\frac{Y(s)}{Y_{SP}(s)} = \frac{G_{OL}}{1+G_{OL}} \qquad \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_d}{1+G_{OL}}$$

$$G_{OL} = G_m G_c G_v G_p$$

**Characteristic equation:**

$$1 + G_{OL} = 0$$

$$Y_{SP}(s) = \frac{A\omega}{s^2+\omega^2} \quad \text{"Servo"}$$

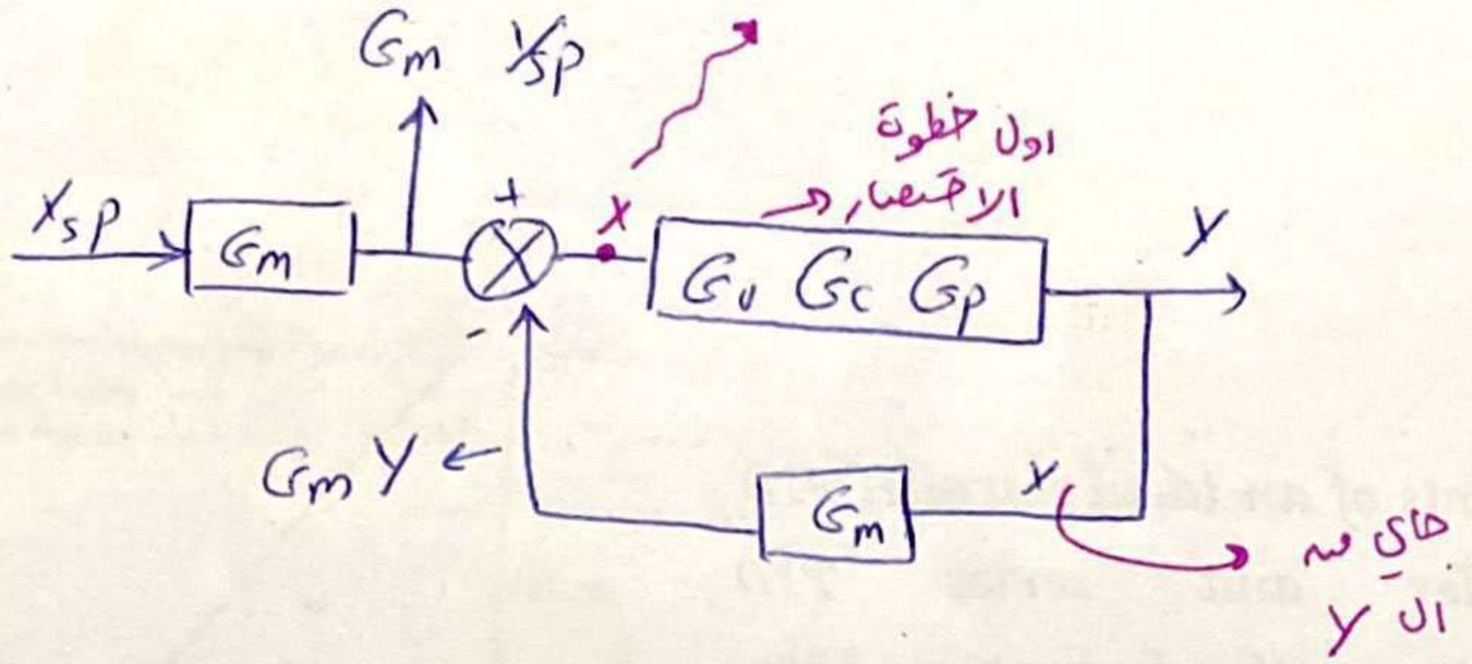
*or*

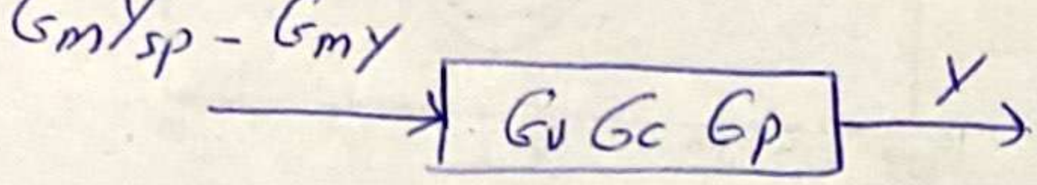
$$D(s) = \frac{A\omega}{s^2+\omega^2} \quad \text{"Regulatory"}$$




Scanned with CamScanner

$X = G_m X_{sp} - G_m Y$




$$Y = G_m Y_{sp} G_v G_c G_p - G_m Y G_v G_c G_p$$

$$Y(1 + G_m G_c G_p G_v) = G_m Y_{sp} G_v G_c G_p$$

$$\frac{Y}{Y_{sp}} = \frac{(G_m G_v G_c G_p)}{1 + G_m G_c G_p G_v} \rightarrow G_{OL} = \frac{G_{OL}}{1 + G_{OL}}$$

← اذا في اذاه برج اربط $Y(s)$ مع $D(s)$

← اذا عملت Change بال D بضرب ال D بال TF
عشانه اعرف شو بصير بال Y

اذا بال set point بضرب بـ $G_p$ بال TF عشانه اعرف ال Y

$G_{OL} = G_m G_c G_v G_p$ ← محصورة وهي اللي بتعطينا

شوفيم kc عشان اقصد يكون stable Marg. اذا اكبر يكون unstable واذا بساوي او اصغر يكون stable

لي kc هي unknown بدي اوجد شو قيم الـ gain اللي بتعطينا stable process

## Stability of closed-loop frequency response

- *Stability margins: as mentioned early the roots of closed-loop characteristic equation must be negative:*

  ← ما فيها ي بالسالب عشان Re بس Im.

$$\text{Characteristic equation: } 1 + G_{OL} = 0$$

- *Thus, the margin values for stability of closed-loop system is determined from :* $G_{OL}(s) = -1 + 0j$ → $k_2 = 0$ (depend on $k_1$)
- *This means that the stability margin value for amplitude ratio of the open-loop TF* $G_{OL}$ *must be:*

$$(AR_{OL})_{margin} = |G_{OL}(s)| = 1$$

← margin of A عنوع ا تعداه

لي عند ال Gain صعوع اطلع واز ل هاد المقدار

*and the corresponding stability margin value of phase angle of* $G_{OL}$ *is:*

$$(\phi_{OL})_{margin} = tan^{-1}\left(\frac{0}{-1}\right) = -\pi$$

← margin لهم حدول



الهامش عند ال Gain اللي صعوع اطلع واز ل حضنه هاد ال range (±π) (±1) عشان يكون stable. اذا تعديته بيطل stable

*Bode stability criterion: A closed-loop frequency response (FR) is unstable if the* $G_{OL}$ *has an amplitude ratio,* $AR_{OL}$*, greater than one at the critical frequency (*$\omega_c$*). Otherwise the closed-loop system is stable:*

$$AR_{OL}|_{\omega_c} < (AR_{OL})_{margin} = 1$$

$$\therefore If\ AR_{OL}|_{\omega_c} < 1 \rightarrow \text{"stable FR"}$$

*Where the critical frequency (*$\omega_c$*) is the value of* $\omega$ *where the open-loop phase angle is* $\phi_{OL} = -\pi$

نقد خط بيوصل ال diag تبع $\phi$ وبنقرأ ال $\omega_c$ عند ال -180 بروحنا لل $\omega_c$ ال بال AR لاعرف قد شو صحيحة ال Gain لل controller (بنرجع نرجع)




← critical value

- *Bode stability criterion provides info on closed-loop stability from open-loop frequency response information.*



Scanned with CamScanner

AR<1

لعند ال 1 وصولة فاذا عرفت ال Wc
وعوضتها بمعادلة ال AR تطلعلك ال Kc
يعطينا ال gain ال controller
وهاد ال gain راح نعتمد عليه لنطلع فيما إذا
ال controller يلي عندك هاي بقيمة stable
ويلي فوقها unstable

Scanned with CamScanner

عشان اشوف متى ال response يكون stable بدي الهدف منهم لـ Kc ← GOL
وبلي بدو يكرر هاد الحكي هو Wc

*Example:*

A process has $G_p = \frac{2}{(0.5s+1)^3}$, $G_v = 0.1$, $G_m = 10$. All signals in the closed-loop control system are electrical and time is in minute. Proportional controller is used, what is the ultimate controller gain, $K_{cu}$, below which the frequency response is stable.

$$G_{OL} = G_v G_m G_c G_p = (0.1)(10)(K_c)\frac{2}{(0.5s+1)^3} = \frac{2K_c}{(0.5s+1)^3}$$

$$G_{OL} = 2K_c G_1 G_2 G_3$$

where $G_1 = G_2 = G_3 = \frac{1}{(0.5s+1)}$

$$|G_1| = |G_2| = |G_3| = \frac{1}{\sqrt{1+(\tau\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+0.25\omega^2}}$$

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = -\tan^{-1}(\tau\omega) = -\tan^{-1}(0.5\omega)$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{1-j\tau\omega} = \frac{1}{1+\tau^2\omega^2}(1+j\tau\omega)$$

$$AR = |G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$$

$$\phi = \angle G(j\omega) = \tan^{-1}\frac{\mathrm{Im}(G(j\omega))}{\mathrm{Re}(G(j\omega))} = \tan^{-1}\omega\tau$$



$$AR_{OL} = |G_{OL}| = 2K_c|G_1\|G_2\|G_3| = 2K_c\left(\frac{1}{\sqrt{1+0.25\omega^2}}\right)^3 = 2K_c(1+0.25\omega^2)^{-1.5}$$

$$\phi_{OL} = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = -3\tan^{-1}(0.5\omega)$$

- Let us find the critical frequency, $\omega_c$, at $\phi_{OL} = -\pi$

$$-\pi = -3\tan^{-1}(0.5\omega_c) \rightarrow \frac{\pi}{3} \quad \tan^{-1}(0.5\omega_c) \Rightarrow \omega_c = 3.467 \text{ rad/min}$$

- The open-loop amplitude ratio, $AR_{OL}$, at this critical frequency is:

$$AR_{OL}|_{\omega_c} = 2K_c(1+0.25\omega_c^2)^{-1.5} = 0.25K_c$$

- To achieve stable FR

$$AR_{OL}|_{\omega_c} < 1 \Rightarrow 0.25K_c < 1 \therefore K_c < 4 \rightarrow \boxed{K_{cu} = 4}$$



Scanned with CamScanner

$$\frac{1}{0.5s+1} = \frac{1}{0.5\omega j+1} * \frac{1-0.5\omega j}{1-0.5\omega j} = \frac{1-0.5\omega j}{0.5\omega j + 0.25\omega^2 + 1 - 0.5\omega j}$$

$$= \frac{1-0.5\omega j}{1+0.25\omega^2} \rightarrow \frac{1}{1+0.25\omega^2} - \frac{0.5\omega}{1+0.25\omega^2} j$$

$k_1$ $k_2$

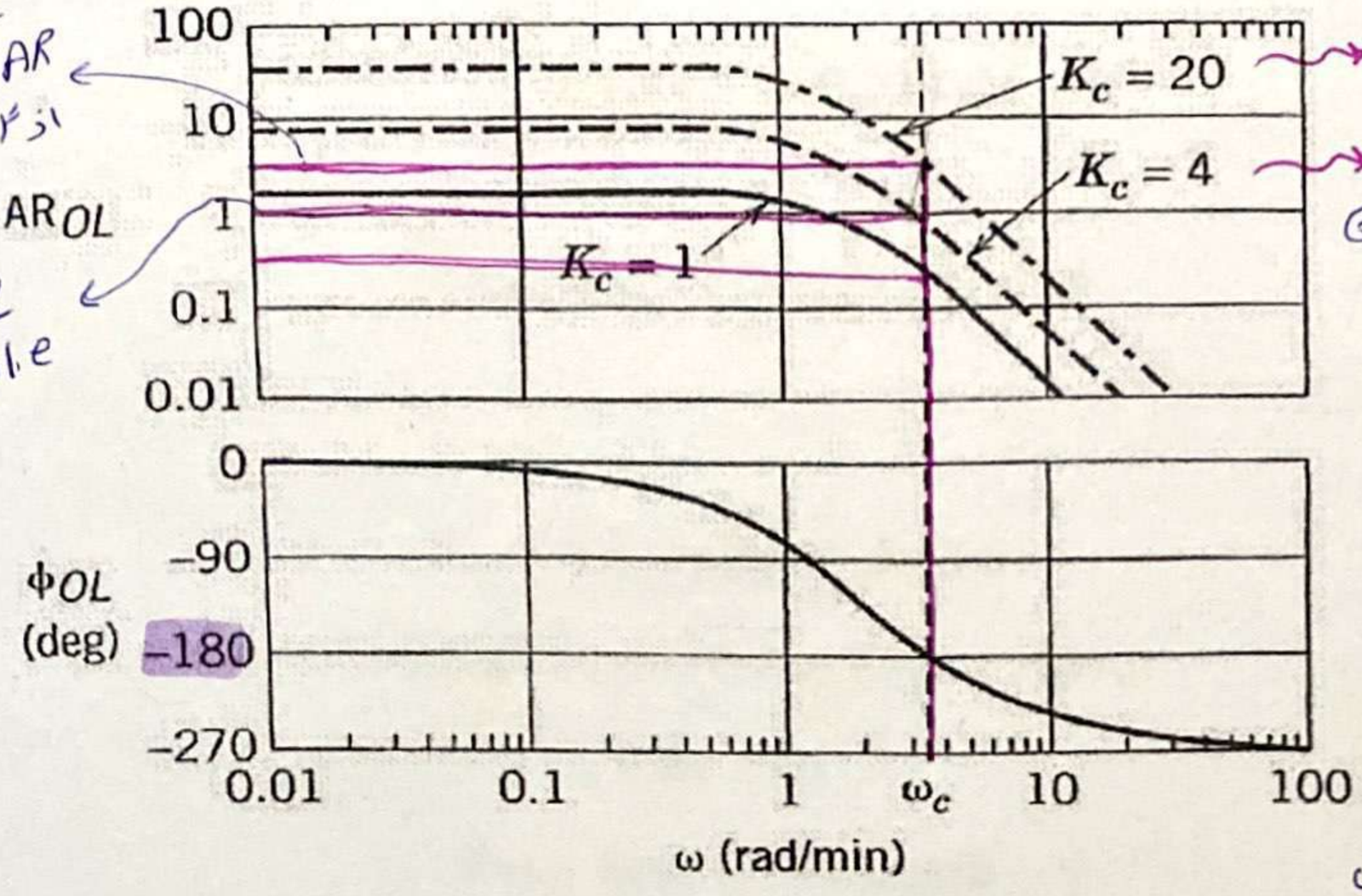
$$AR = \frac{1}{\sqrt{1+0.25\omega^2}}$$

$$\phi = \tan^{-1}(0.5\omega)$$

اذا اردنا نظيف G
بدي اعمل هيك بكل
G لحالها

Scanned with CamScanner

كل ما زاد الـ margin
الـ tolerance بصير اعلى




AR اكبر من 1 not stable اذا

AR = 1 stable

not stable

stable (critical value)

اي زيادة بقيمة Gain بتطل stable

عندنا Kc بتعدا 1 و AR بتعدا 1 بتطل system عندي stable



delay فيها، لاي process اللي

Example:

A process has $G_p = \frac{4e^{-s}}{(5s+1)^3}$, $G_v = 2$, $G_m = 0.25$, $G_c = K_c$. all signals in the closed-loop control system are electrical and time is in minute. Find the Kcu of P controller for stable frequency response. Find the corresponding ultimate period of oscillation.

$$G_{OL} = G_v G_m G_c G_p = 2 \times 0.25 \times k_c \times \frac{4e^{-s}}{(5s+1)} = \frac{2 k_c e^{-s}}{(5s+1)}$$

$$G_{OL} = 2 k_c G_1 G_2$$

$G_1 = e^{-s} \Rightarrow |G_1| = 1$ , $\Phi_1 = -w$ → pure delay TF

$$G_2 = \frac{1}{5s+1} \rightarrow |G_2| = \frac{1}{\sqrt{1+25w^2}} \quad , \quad \Phi_2 = -\tan^{-1}(5w)$$



Scanned with CamScanner

proportional Gain & Flux Margins :-

① كل ما زاد الـ Margin لـ Gain زيد stability
الـ M كبير بالتالي الـ dev عن النقطة لـ Gain بتخليه unstable
في range كبيرة اقد اتجاوز الـ Gain شوي الـ انزل عنه شوي
وضل stable

② $K_c = 4$ صوح اتجاوزها عقدار (1→2) يعني لو صار 5.4 بكونه stable ، نظريًا هو stable بس عند الـ 4

③ الـ PM ، زيد الـ Gain بكونه زادت الـ Stability حتى لو صار في تجاوز (30 - 45)

④ نقص الكمي د $\phi$ يا بزيد عن 180 يا بنزل شوي لدوجد $\omega_c$ ، لو صار حادث واطرحنا 190- بدل 180 - بكونه عنا dev بـ 10 درجات - لو حولنا radian بضروحن بوصلك قديش بدك تتجاوز بالـ Rad. او قديش بده يصير variation بينها وبين اللي طلعناها اول مرة هاي النسبة اللي اثرت ع الـ AR

Scanned with CamScanner

# Process Control

# Process Controllers

*The University of Jordan*

*Chemical Engineering Department*

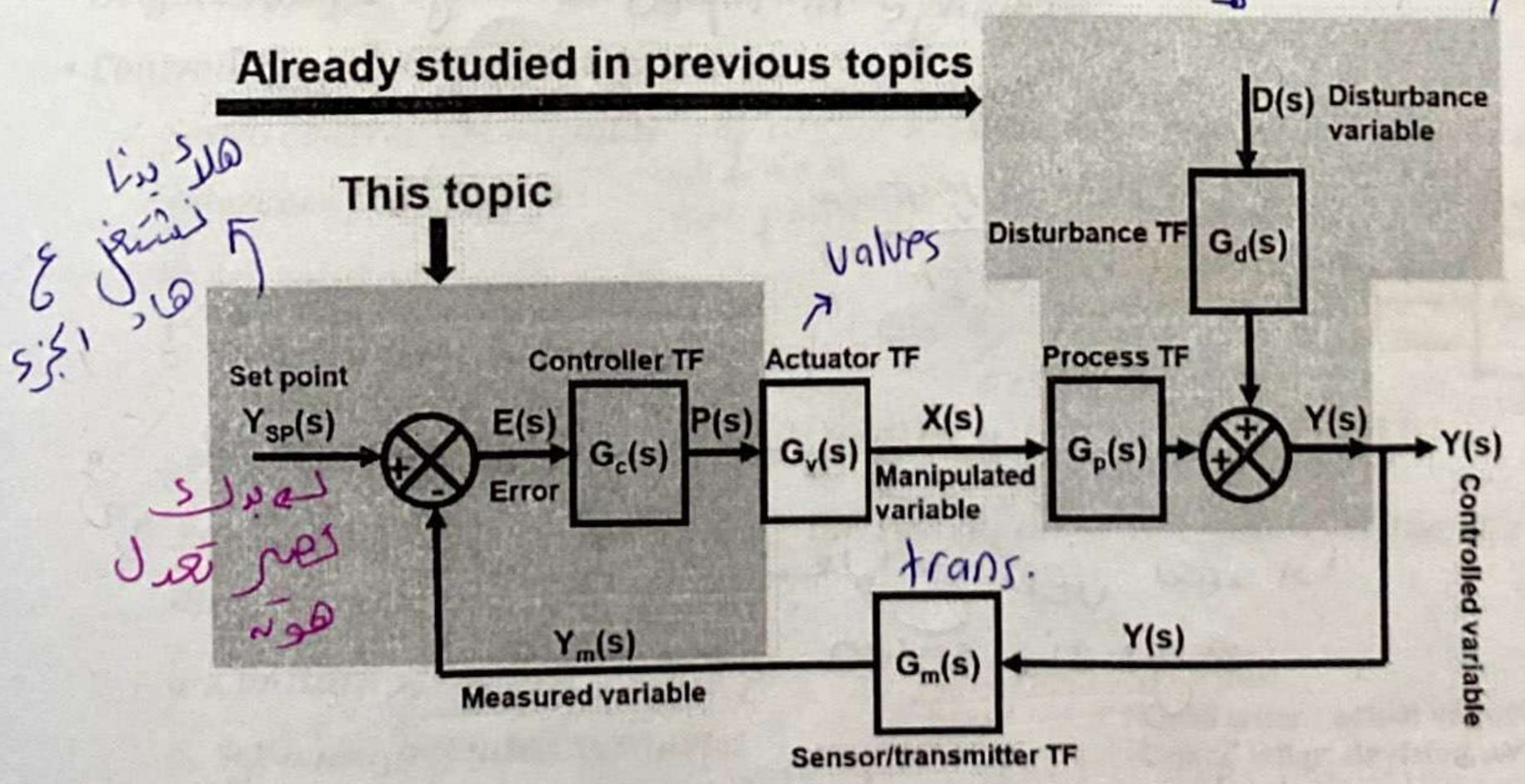
*Fall 2022*

*Prof. Yousef Mubarak*



* this is simple closed loop

➢ *Process Controllers*




"Standard block diagram of feedback controller with one disturbance"



Scanned with CamScanner

*Example.*

*Find the transfer function that relates the output y with input u :*

$$5\frac{dy}{dt}+4y=u;\ \boxed{y(0)=1}$$

*Solution:* $\bar{y}=y(0)=1$

*Steady-state Eq.:* $0+4\bar{y}=\bar{u}\Rightarrow\bar{u}=4$

*Deviated variables:* $\tilde{y}=y-\bar{y}\Rightarrow y=\tilde{y}+1$

$\tilde{u}=u-\bar{u}\Rightarrow u=\tilde{u}+4$

- *Dynamic model in terms of deviation variables:*

$$5\frac{d\tilde{y}}{dt}+4(\tilde{y}+1)=\tilde{u}+4$$

$$\therefore 5\frac{d\tilde{y}}{dt}+4\tilde{y}=\tilde{u}\ ;\ \tilde{y}(0)=\tilde{u}(0)=0$$

بلجأ لهاي الطريقة عشان اخول zero و Given conditions كل هالشي راح يساعدني بـ الطلع الـ laplace



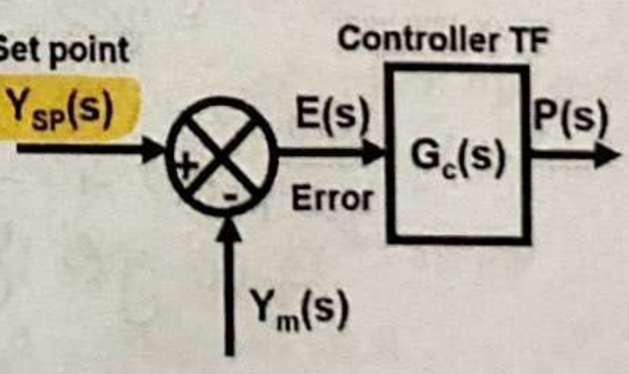
بتركز ع الـ input و بتعمل فيه change مثلاً لو كنت تشتغل بـ conc ع 20٪ و بدك اياه تصير 30٪ بتغير الـ point (بارادتك) ← servo

change تعمل تصير بدك عشان output اللي بدنا اياه ع الـ process بالتالي بدك تصير أثر ع الـ dist ← regu

- *Originally input and output signals are time varying:*
- *Controlled variable set point:*
  - ✓ ***Servo control:*** *(Manipulate the system input to keep the output close to a given reference trajectory)*
    - *Set point variable:* $y_{SP}(t)$
    - *Set point deviated variable:*

old & new عنا set point

الرمز اللي بدي اكتبه بحالة الـ servo




dev ← $\tilde{Y}_{SP}(t)=y_{SP}(t)-\bar{y}_{SP}$ (SS) $\quad L(Y_{SP}(t))=Y_{SP}(s)$

  - ✓ ***Regulatory control:*** *(Manipulate the system input to counteract the effects of disturbances)*
    - *Constant set point:*
    - *Set point deviated variable:*

input ↗

$y_{SP}(t)=\bar{y}_{SP}$ $\quad Y_{SP}(t)=\bar{y}_{SP}-\bar{y}_{SP}=0\xrightarrow{L}Y_{SP}(t)=0$

Note that:
Small letter : actual variable
Capital letter: deviated variable

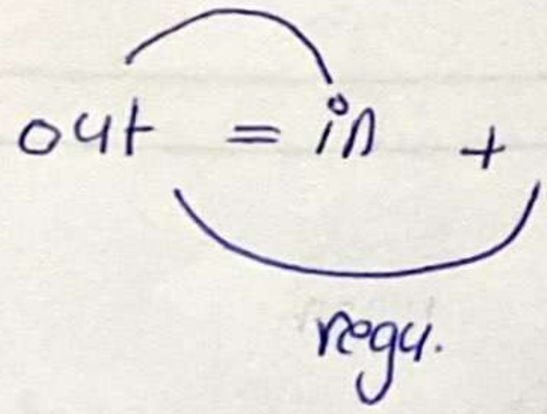


يدل على ما عبرت

كما في المرة بين الـ old & new

Scanned with CamScanner

servo




بال servo اد TF هو

عبارة عن اد $\frac{\text{output}}{\text{change in input}}$

يعني اد TF بكون $\frac{\text{output}}{\text{dist}}$ change in input في reg. ما بس بال with respect to dis

two part- بطلع ب TF اد y لا بطلع اد هدول ما بشتغلوا مع بعض بعقد اذا انا بشغال servo وبدي reg.

* لا يعملوا design للـ controller حددوا هاي لقيمة تبعت الـ bias - لا ما بكون في error هاد معناه انو الـ controller ما بطلع ولا order، بكون بطلع قيمة الـ bias لوحدها

- *Measured controlled variable:* $y_m(t)$
  - ✓ *Measured controlled variable (deviated value):*

$$Y_m(t) = y_m(t) - \bar{y}_{SP}$$

$$L(Y_m(t)) = Y_m(s)$$

لا اعمل dif قديش الـ now y actual مقارنة مع الـ set point اللي بدي اياها اللي كانت اصلاً موجودة ع الـ ss

هي اللي بدي اقيسها دا شوف فيها change ولا ما فيها

- *Controller output variable:* $p(t)$
  - ✓ *Controller output variable (deviated value):*

$$P(t) = p(t) - \bar{p}$$

$$L(P(t)) = P(s)$$

Controller الـ output اللي بده يطلع فيه

فحنه لا عملنا change

any time

*where $\bar{p}$ is called Bias or nominal value of controller output signal which is usually adjusted, during calibration, to be half of the span of the range of the controller signal output.*

Bias ← هي الـ min value اللي بتطلع ك output من الـ controller لا ما بكون في error



الـ controller لا ما بكون في error ما بعمل ولا حتى بكسر الـ set point اللي هي الـ min وهي الـ bias كمان هاي دايماً موجودة

لا بطلع الـ response من الـ controller بطلع الـ error اللي هو الفرق بين الـ setpoint والـ measured point و بطلع كمان الـ bias

الـ actuator هو ذراع التنفيذ، بصير بعطي valve الـ order بناءً على الـ signal اللي جاي من الـ controller ( بكون الـ act. بعد الـ controller )

- *Definition of Span and Zero:*
  - *Span: magnitude of the range of the output signal.* ← الـ range اللي بشتغل فيه الـ controller قديش في max و min
  - *Zero: lower limit of the output signal* ← اقل قيمة بتطلعها الـ controller ك output
- *According to Instrumental Society of America (ISA), Controller output signal has the following standard ranges:* دايماً موجودين و اذا في error بصير كذا قيمة P(t) عم

  - ➢ *Pneumatic signal: 3 - 15 psi* ⟹ *Zero = 3 psi ; Span=12 psi* (15 - 3)
  - ➢ *Electrical Signal: 4 - 20 mA* ⟹ *Zero = 4 mA ; Span=16 mA*
  - ➢ *Electrical Signal: 0-10 VDC* ⟹ *Zero = 0 VDC ; Span=10 VDC*

max — zero عادة تبع الـ controller — الـ 3 اشغلات اللي بطلعوا فيه الـ controller عادة — دايماً طالعة حتى لو ما في عنا error — output لـ شي معناه انو ما في

- *Error in controlled variable:* $e(t) = y_{sp}(t) - y_m(t)$ *(deviated error):* Watch units!

$$e(t) = y_{sp}(t) - y_m(t) = y_{sp}(t) - \bar{y}_{SP} + \bar{y}_{SP} - y_m(t) = Y_{SP}(t) - Y_m(t) = E(t)$$

$$\xrightarrow{L} E(s) = Y_{SP}(s) - Y_m(s)$$

error — set point — measured

لازم نحول كل شي لـ dev. var

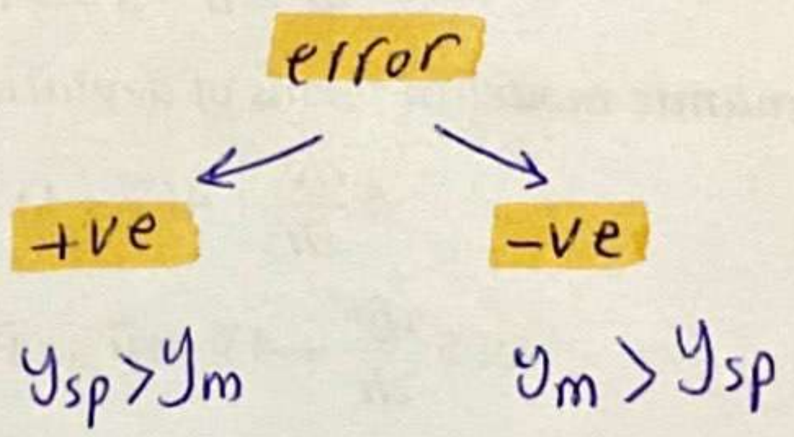
هاد اللي بدنا نشتغل عليه بالـ controller



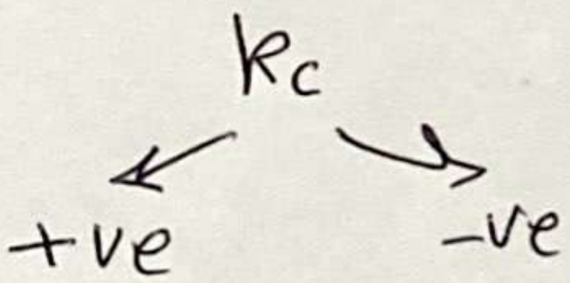
Scanned with CamScanner

Zero = 3 psi ← أقل قيمة بتطلع من الـ Controller ، لما يكون ما في اي اختلاف بين الـ set & measured point نفس هاي الـ 3 طالعة من الـ Controller

* عنا جهاز بقيس الفرق بين الـ set والـ measured اذا ما في Variation بكون الـ error بساوي zero ، بودي بعدها signal للـ controller انو ما عندي error فبرجع الـ cont. بعت اشارة للـ actuator قيمتها الـ bias لانو ما عنده error




* سواء كان الـ error عنا -ve او +ve دايمًا الـ controller راح يعطي اشارة increase




$$\underline{\underline{P(t)}} = \bar{P} + \underline{K_c e(t)}$$

- $P(t)$: اللي طالع من الـ cont. — دايماً +ve
- $\bar{P}$: الـ bias او الـ prop. cont.
- $K_c e(t)$: ممكن تكون +ve او -ve وبهاي الحالة لما $e(t)$ كمان $P(t)$ الـ -ve راح تضل +ve

⟹

- اذا $e(t) = 0$ راح يطلع $\bar{P}$ بس
- لما يكون الـ $e(t)$ عنا +ve راح يطلع $P(t)$ برضو +ve
- لما $e(t)$ يكون -ve برضو راح يطلع $P(t)$ اللي برضو +ve بس قيمة الـ $K_c$ هي اللي بتحدد

Scanned with CamScanner

- *Controller is the "brain" of the control loop. It decides "what to do" based on the error between the desired set point value (SP) of controlled variable and its measured value.*

- *Basic types of controllers:*
  - *On-Off controller.* → فتل كبسة الكهرباء، اشتغل او ما اشتغل
  - *Different modes of proportional (P), Integral (I) and derivative (D) Controllers:* يا اشتغل ع اد max يا ما اشتغل فتل الجهزة — الجهاز يا اشتغل او انطفاء كمانة
    - ✓ *Proportional (P) controller*
    - ✓ *Proportional Integral (PI) controller*
    - ✓ *Proportional Derivative (PD) controller*
    - ✓ *Ideal Proportional Integral Derivative (PID) controller*
    - ✓ *Actual (PID) controller with filter.*

يعرفوا عدهن كيف تشتغل الcontroller

اللي راح تغير هي $G_c$ فقط

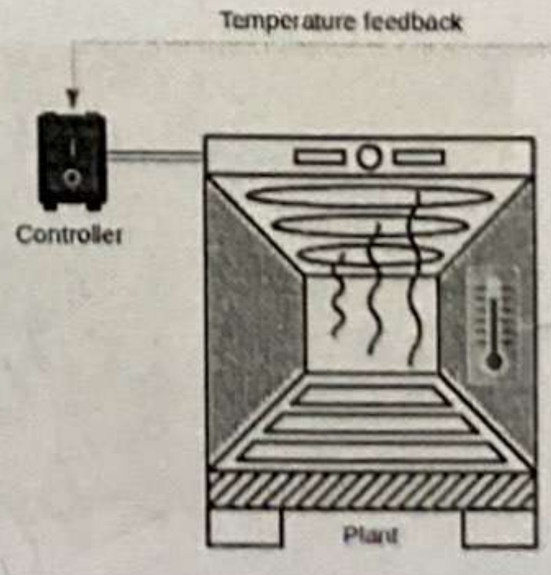


*On-Off controllers:*

في عنا tolerance وهيه تشتغل عليه الـ controller وما تشتغل ع اد set point ، ازود لشوي وهاد اد set point و اقل لشوي منها

* +ve يعني لـ $y_m < y_{sp}$ معناها هو لسه ما وصل لـ set اذا لازم يفتح بالكامل وهاد تغير -ve الـ controller بده يسكر

- *The on-off control is the simplest form of a controller, which switches ON when the error is positive and switches OFF when the error is zero or negative.* ما تتغير الا اذا اشتت غيره
- *An on-off controller doesn't have intermediate states but only fully ON or fully OFF states.* ما عنده intermediate stage يا بفتح ع الاخر يا بسكر ع الاخر
- *Due to the switching logic, an on-off controller is often called a bang-bang controller or a two-step controller.* → اسم تاني له
- *Regardless of the size of the error, the output of the on-off controller can only be fully ON or fully OFF, it is not proportional with the error.*




error الـ بالـ other controllers الله علاقة قديش الـ response كبير الـ controller



Scanned with CamScanner

*Advantages of On-Off controllers:*

- *simple & easy to design*
- *inexpensive* Compared with other controller
- *easily accepted among operators* → chem. oper. باد op. العادية مش اد

عيوبه

*Pitfalls of On-Off controllers:* وما نقدر نحط فيه set point وثبت عليها

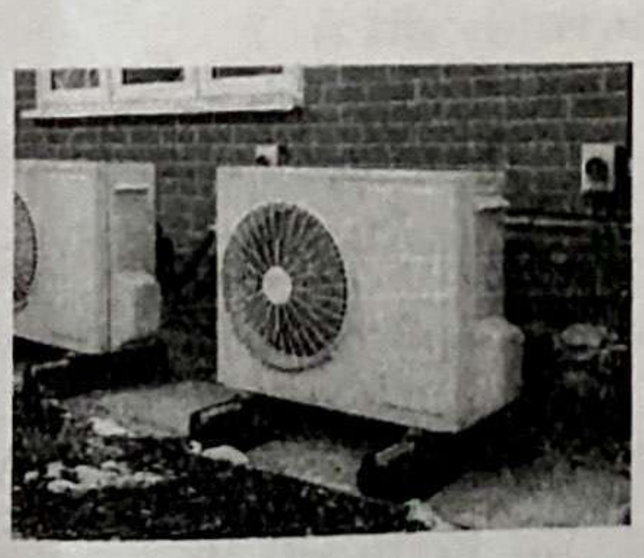
- *not effective for " good " set-point control (the controlled variable cycles)* لانو ما بعرف مقدار الـ error فقاعد نفتح ع الآخر سواء الـ error كبير او صغير بكل الاحوال قاعد نشغل ع اد max.
- *produce wear on the final control element (it can be attenuated by a large dead band, at the expense of a loss of performance)*

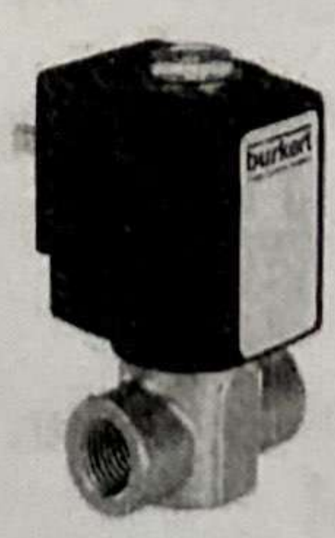


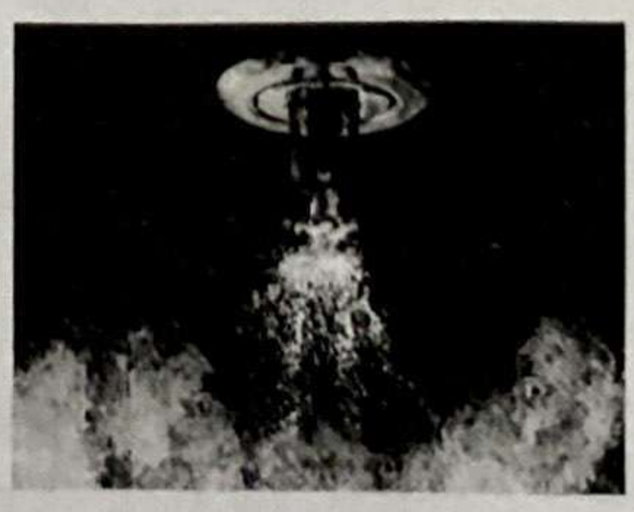
chem. Eng. processes باد مش كتير مستخدم

*Examples of On-Off controllers*

- ✓ *Batch process control.*
- ✓ *Residential heating and domestic refrigerators.*
- ✓ *Solenoid in home heating unit*
- ✓ *Sprinkler systems.*







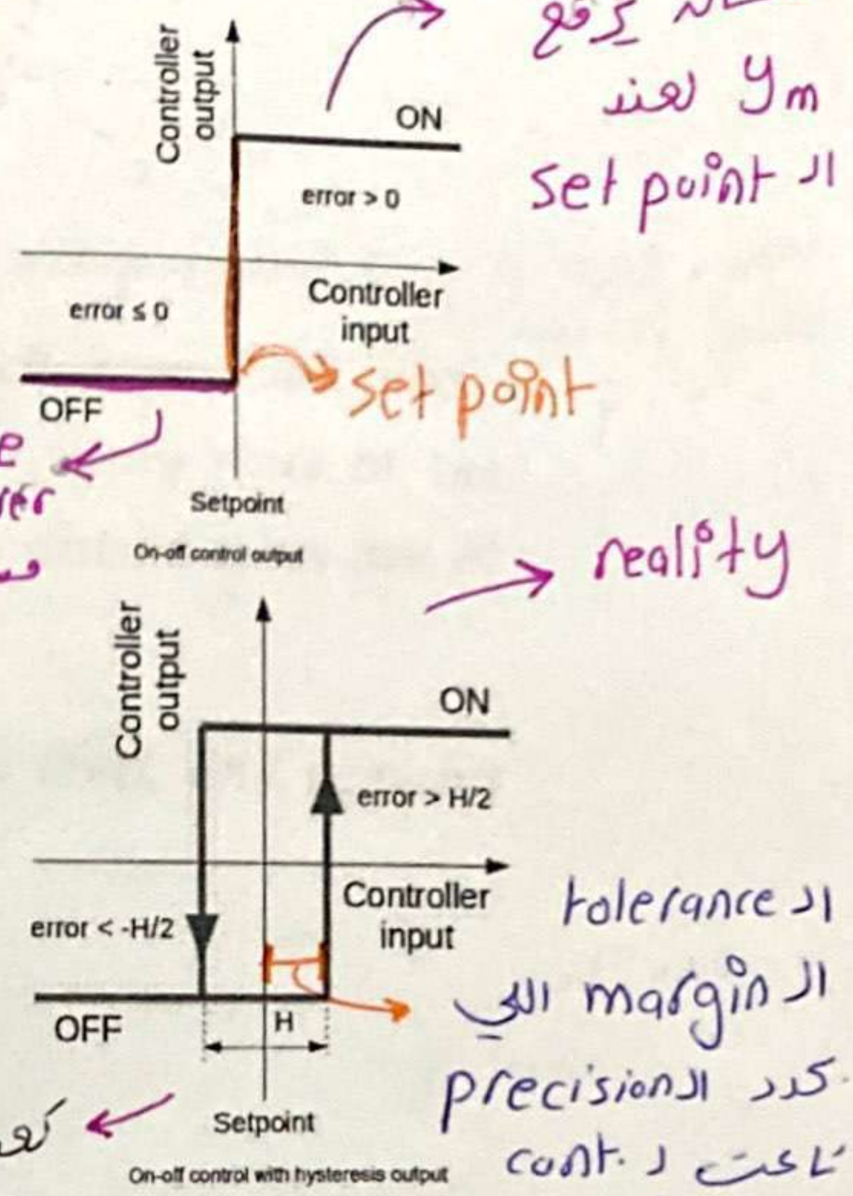
Scanned with CamScanner

- *On-Off controllers:*
  - *Synonyms: "two-position" or "bang-bang" controllers.*
  - *Controller output has two possible values.*
  - *Ideal case:*

$$p(t) = \begin{cases} p_{max} & if \quad e > 0 \\ p_{min} & if \quad e < 0 \end{cases}$$

$p_{max}$ *is the "on" value*

$p_{min}$ *is the "off" value.*




- *Practical case (dead band):*

$$p(t) = \begin{cases} P_{max} & if \quad e > \delta \\ P_{min} & if \quad e < -\delta \end{cases}$$

$\delta$ = *tolerance*



+ve Gain → direct
-ve Gain → reverse

no integration or dirivation

*Proportional (P) Controller*

only one parameter → $K_c$

*The control variable is manipulated according to:*

$$p(t) = \bar{p} + K_c e(t)$$

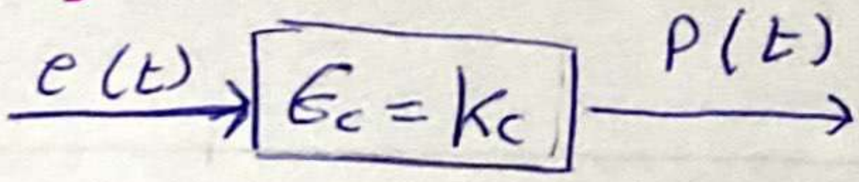
Gain * error

*where:* $\bar{p}$ *is the controller bias*

$K_c$ *is the controller gain*

- *The controller gain can be adjusted ("tuned") to make the manipulated variable changes as sensitive as desired to the deviations between set-point and controlled variable*
- *The sign of $K_c$ can be chosen to make the controller output u increase or decrease as the error increases*

e(t) : error الى جاى من
operator ده ال




$$P(t) = K_c\, e(t) + Bias$$

كل ال controller
بطلعلك P(t)
وبدخل عليه e(t)

Scanned with CamScanner

*Proportional (P) Controller*

$$p(t) = \bar{p} + K_c e(t)$$

- *The bias $\bar{p}$ is the value of the controller output which, in manual mode, causes the measured process variable to maintain steady state at the design level of operation [e(t) = o] when the process disturbances are at their expected values*
- *The bias value is assigned at the controller design level, and remains fixed once the controller is put in automatic*
- *$\bar{p}$ is constant at the nominal steady state*

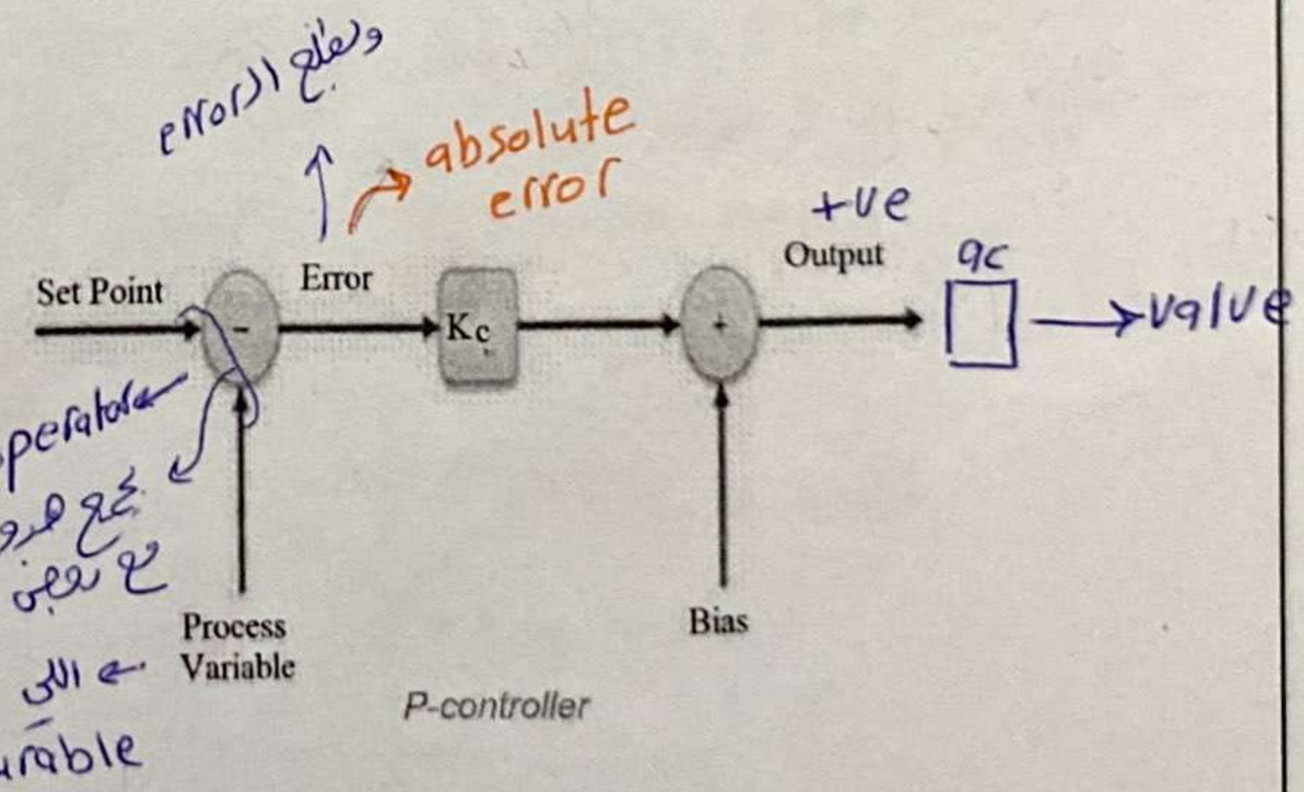


1. *Proportional (P) controller*

- *In P controller, the controller output signal p(t) varies linearly with error e(t)*

$$p(t) = \bar{p} + K_c e(t)$$

*where $\mathcal{K}_c$ is called controller proportional gain.*




- *When error (offset) has zero value, the controller output signal reaches its steady state Bias value ($\bar{p}$)*
- *Action of controller: as absolute error increases, the controller output signal must increase to give large change in manipulated variable, X(t).*



Scanned with CamScanner

1. *Proportional (P) controller:*

- *Reverse or Direct action controller:*

$$p(t) = \bar{p} + K_c e(t) = \bar{p} + K_c[y_{sp}(t) - y_m(t)]$$

- *Direct acting controller ($K_c < 0$): choose negative $K_c$ value to increase the controller output signal as the measured controlled variables increases above the set point.*
- *Reverse acting controller ($K_c > 0$): choose positive $K_c$ value to increase the controller output signal as the measured controlled variables decreases below the set point.*

*Advantages of Proportional (P) controller:*

- *There conceptually simple easy to tune (a single parameter is needed, $K_c$; the bias is determined from steady state information).*

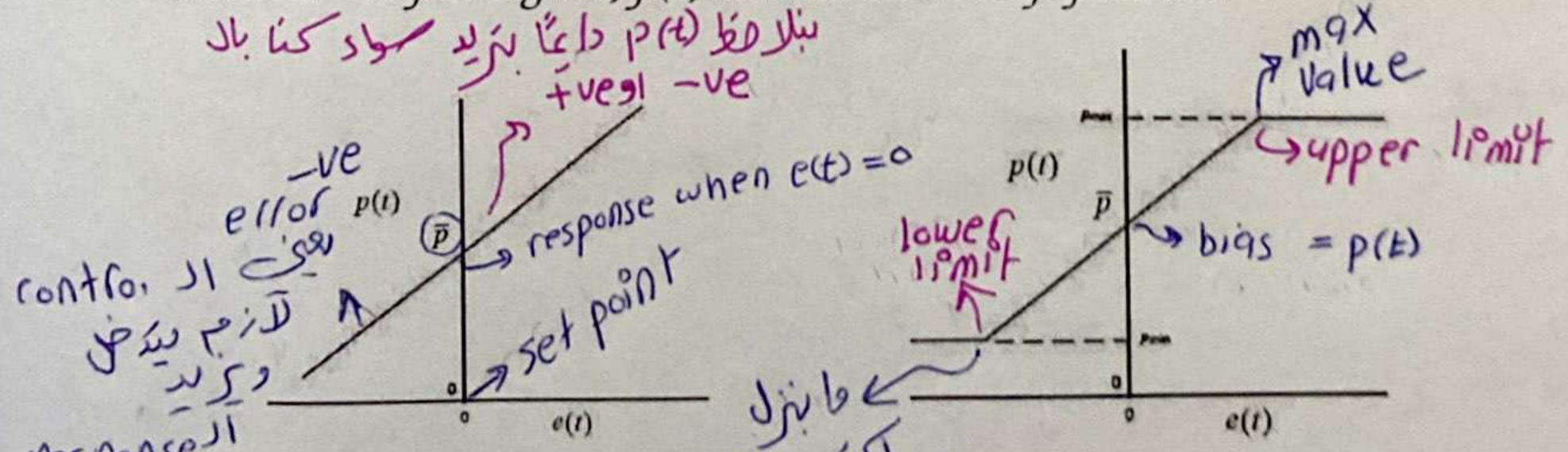
*Pitfalls of Proportional (P) controller:*

- *Pitfalls cannot remove offset (offset is enforced by the controlled)*



1- *Proportional (P) controller:*

- *Therefore, regardless of possible negative or positive errors, controller output signal, p(t) should be always positive.*




"ideal behavior" "actual behavior"

*As error changes, p(t) will change immediately (fast corrective action in very simple form).*



Scanned with CamScanner

Final value الـ deviation هو الـ offset يعني ما بين الـ set point والـ response يرجع ع الـ SS value يضل في فرق سمي prop. cont. بالـ bias هاد الفرق شو الـ bias

هاد لا يعني انو الـ cont. راح يكون stable اذا زدنا الـ Gain عنا حد limit فعنية الـ Gain بتسرع الـ response بعمل الـ offset يصير اقل، بس كل ما زدنا للارقام عالية بارتفع بصير عنا oscillation.

1. *Proportional (P) controller:*

- *Proportional band (PB):*

كل ما زاد الـ Gain تصير اقل

$$PB \equiv \frac{100}{K_c}(\%)$$ ← unitless

- *Proportional band is defined only for dimensionless $K_c$.* موجودة بسبب الـ bias
- *As will be shown later, the final error "offset" can be reduced by increasing the absolute value of $K_c$ (reducing PB%).* → بس فارغ توصل لـ zero
- *Introducing very high values of $K_c$ will lead to oscillatory response or even unstable situation.*

- *Proportional Controller Transfer Function:*

* دائماً الـ offset موجود بالـ prop. cont بغض النظر عن قيمة $K_c$

$$p(t) - \bar{p} = K_c e(t) \rightarrow P(t) = K_c E(t) \xrightarrow{L} P(s) = K_c E(s)$$

↳ dev. var

بسبب الـ bias عشانه هيك طوروا الـ other controller عشانه نصيروا نلغوا تأثير الـ bias، صاروا يضيفوا other term عشان نلغي تأثير الـ bias

# الـ cond = zero عند $t=0$

$$G_c(s) = \frac{P(s)}{E(s)} = K_c$$

Tf

Process Control

عنا diff error

zero = error في حال كان الـ

* عشان نلغي تأثير الـ bias لازم نضيف integration step للـ controller

الـ derivative ما بتلغي تأثير الـ bias بس الـ integral cont اللي بتلغي تأثيرها



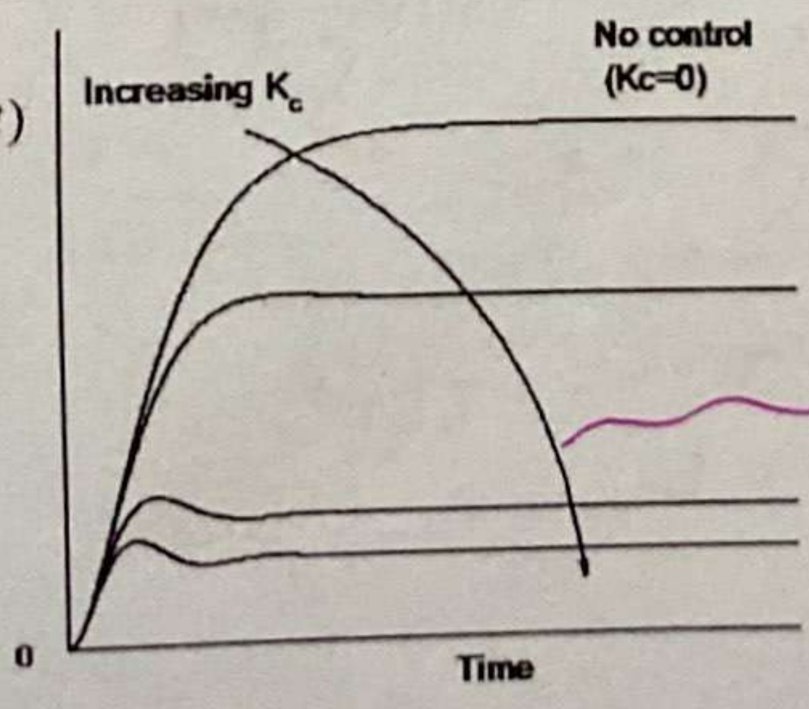
كل ما خفنا $K_c$ الـ response بصير ابطأ وبصير عنا osci.

1. *Proportional (P) controller:*

- *Effect of $K_c$ on the controlled variable response under step change in disturbance variable*

الـ $K_c$ موجودة فقط بالـ $G_c$

رسمنا الـ Y حيث Y هي خرج الـ total transfer function $Y(t)$




بصير ابطأ ما نزيد الـ $K_c$

الـ response اسرع بس بصير في oscillation



Scanned with CamScanner

بدنا نفرب الـ $K_c$ بـ Laplace بدل الـ change اللي فيه، لـ error

1. *Proportional (P) controller:*

- *Example: How is the response of proportional controller to unit step change in e(t)?*

error ← ثابت لحد ما تغير قيمة

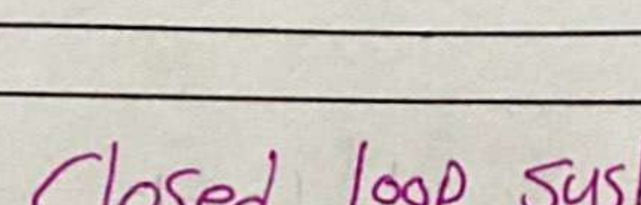
الـ $K_c$ مرة ثانية

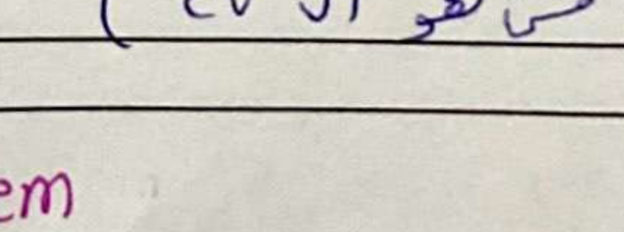
$$e(t) = 1; \quad E(s) = \frac{1}{s}$$

$$P(S) = G_c(s)E(s) = \frac{K_c}{s}$$

$$\xrightarrow{L^{-1}} P(t) = K_c$$

شو ما كانت قيمتها بتضل ثابتة ع نفس الـ values




- *Exercise 1: How is the P controller response to ramp change in e(t)?*

عشانه نشوف بالربط شو بساوي الـ error لازم ناخد كل الـ G's ونشوف الـ final transfer fun وبعديه نطلع الـ Y اللي هو الـ CV تاعتنا ( الـ P(t) من هو الـ CV )



# Closed loop system

input → controller → output

Amplification

prop gain ← → prop Band

$$\text{prop Gain} = \frac{out}{in}$$

↳ شدِّ نسبي

قدّيش طلع عندك out

ع قدّيش بدك تدخل input؟

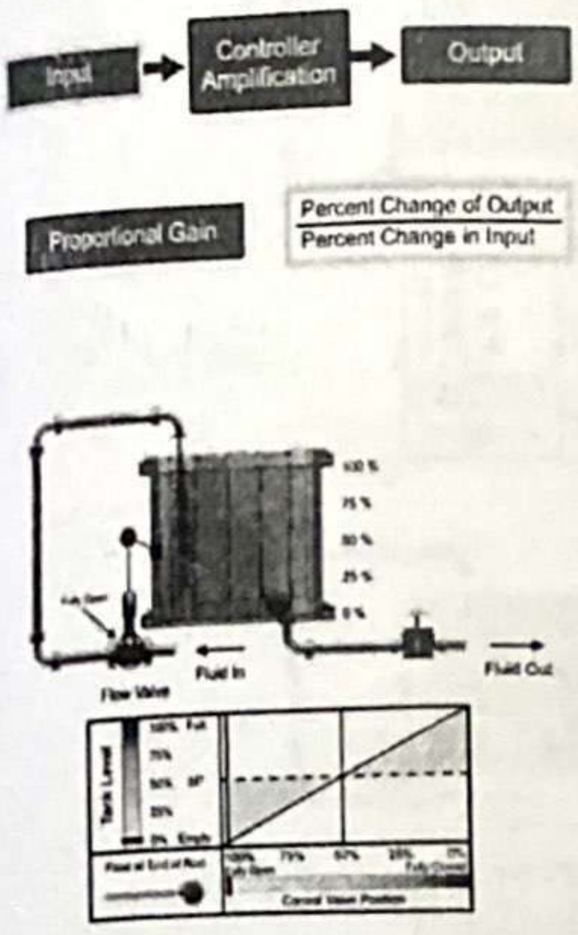
عشانه تحافظ ع نفس النسبة

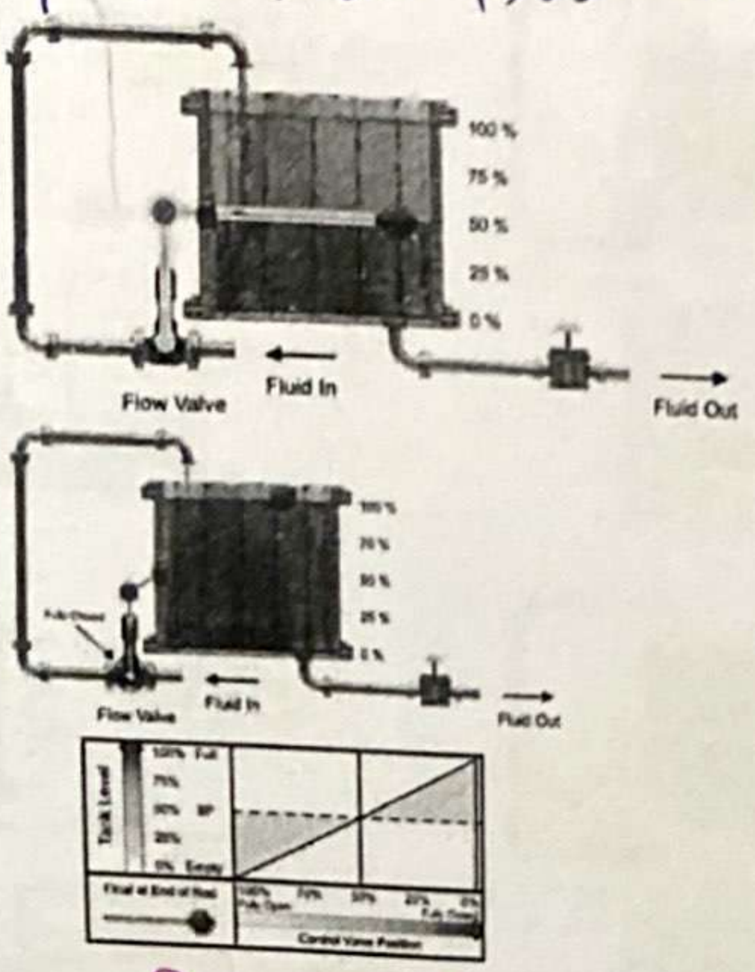

Scanned with CamScanner

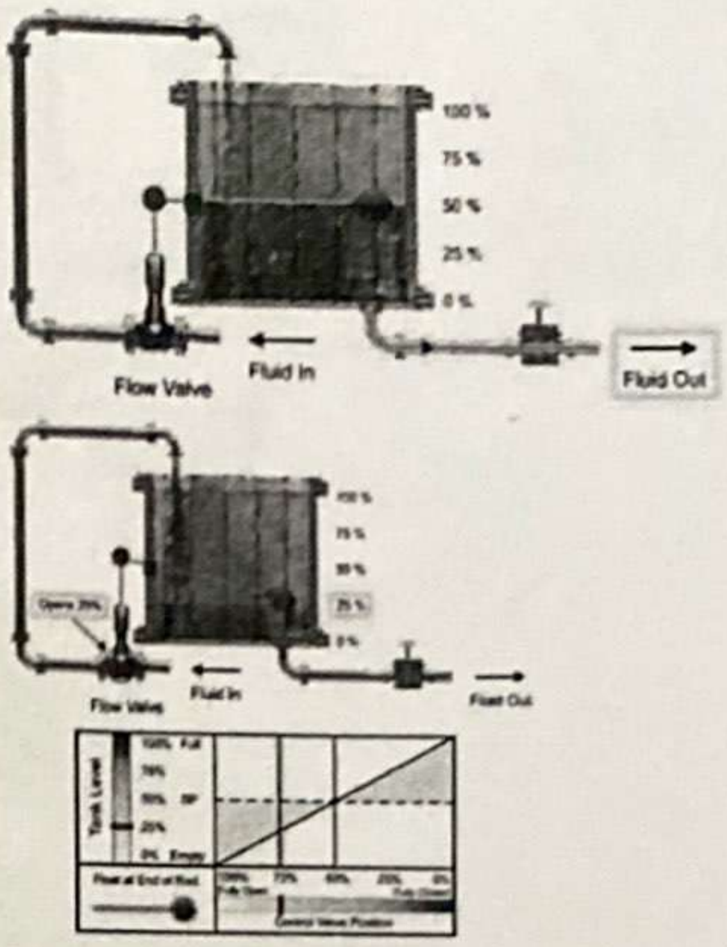
بدك تحاول تصير ل prop ← Gain
↓
Band

فدرجة الـresponse بال valve بناءً ع ال change بال output (اذا بدي اغير ال out شو لازم اعمل بال pn)

ال valve ال stem ع
بتفتح وبتسكر بناءً
ع ال level حوا ال
tank







Fully open

ال tank كلا
فاضي فتح ع
الآخر عشانه
يعبي باسرع وقت



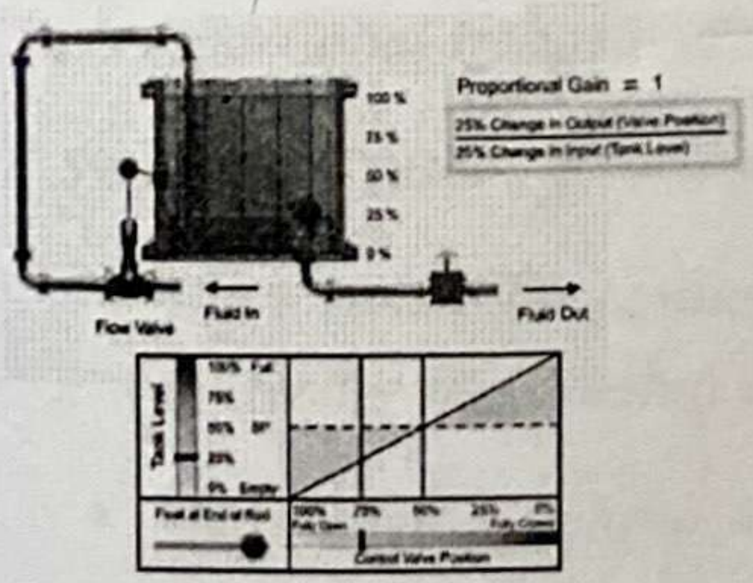

Fully closed

لما يكون ال tank
Full معبي



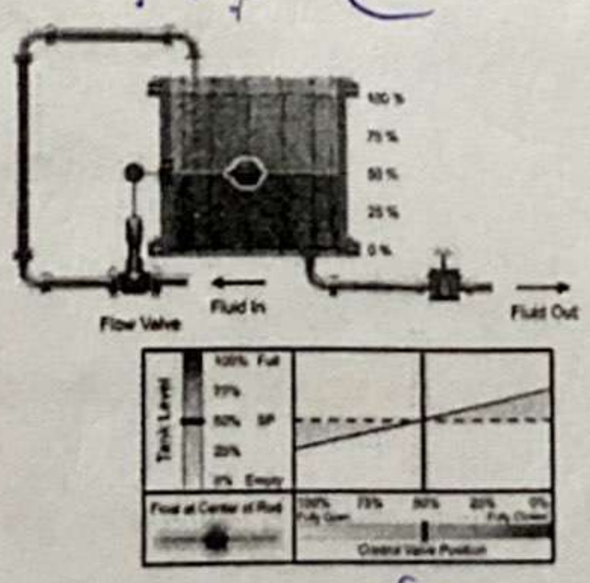

ال valve مربوط مع ال stem ، اذا
نزل ال level مثلاً 20٪ راح يفتح
ال valve يعطي 20٪
لانو هاد prop. cont.

الذراع موجود ع الاخير
وال out = pn
prop Gain = 1

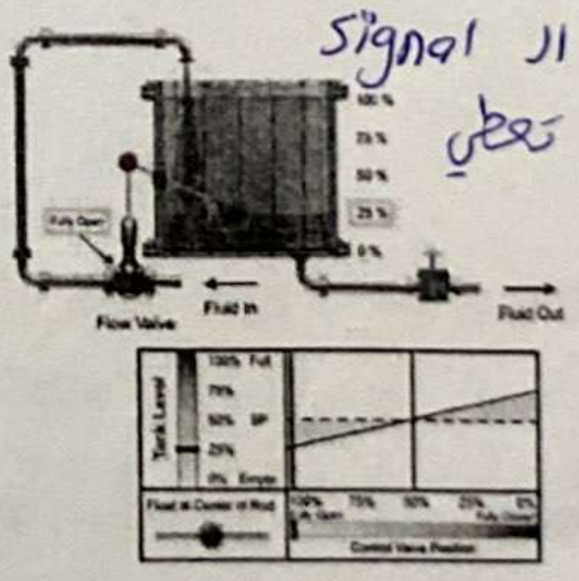



it will never
opproch the max or
min capacity

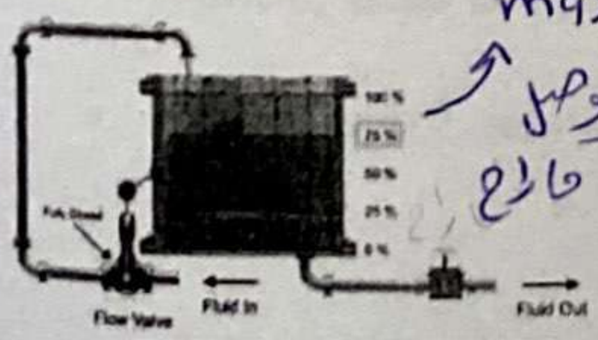
لانو الذراع موجود بالوسط



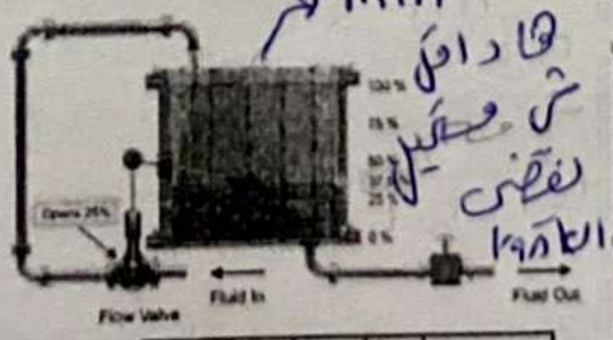

لشتغل ع 25٪ و 75٪ بنلاحظ
ال valve بكون شغال active و
فوقها ال 75 وتحت ال 25 راح
يشتغل لانو ال signal
اللي جاي من راح تعطي
order بفتح
ولا بسكر
بالتالي بنزل
ال prop. Gain
لـ 2 بنلاحظ انو

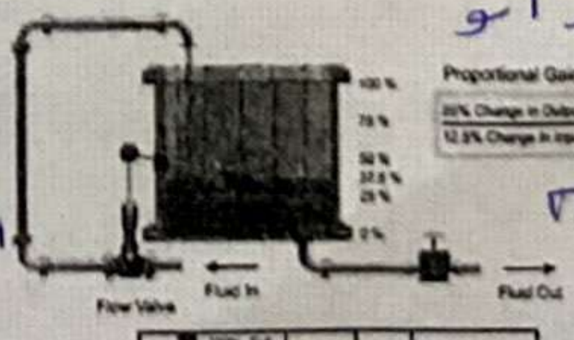



ال max
راح يوصل
هون فاتح
كتير




ال min
هون
فاتح
شي مسكين
بنقص
الطلعة

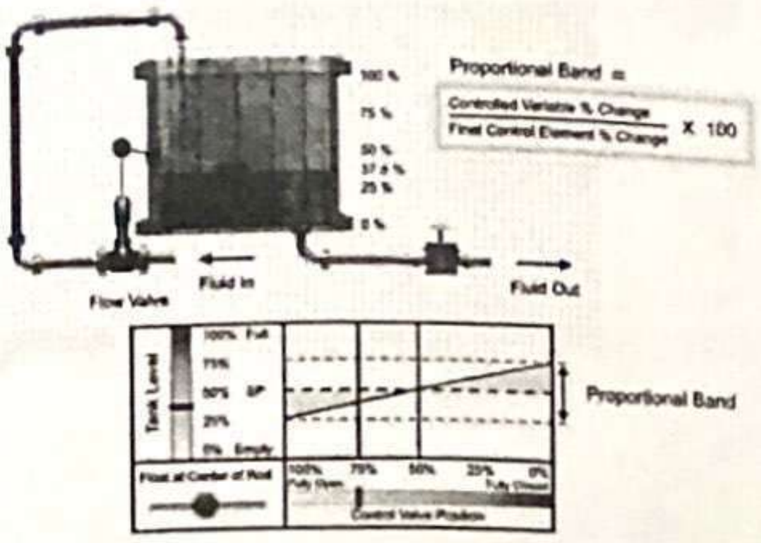


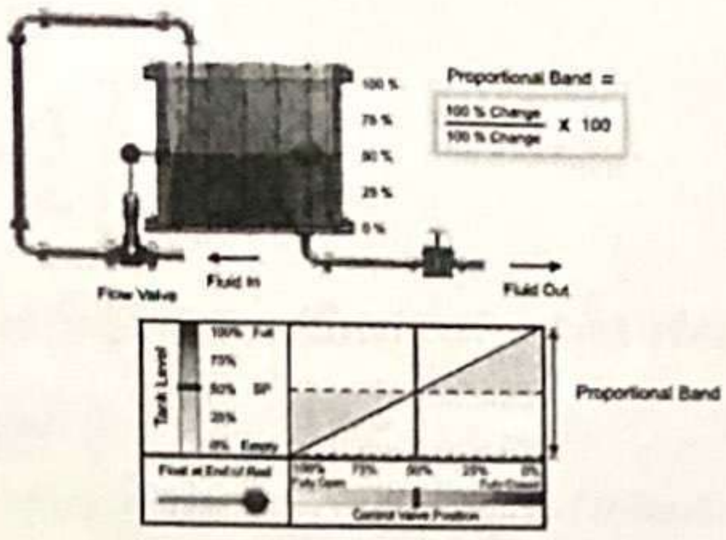



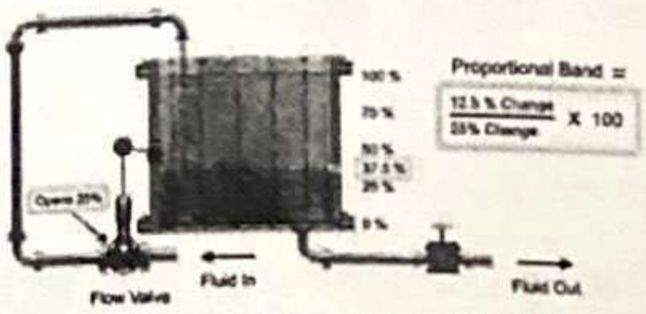

هيك
الضعف لازم
نفتح
25٪
عشانه نعوض
نقص
ال 12.5٪

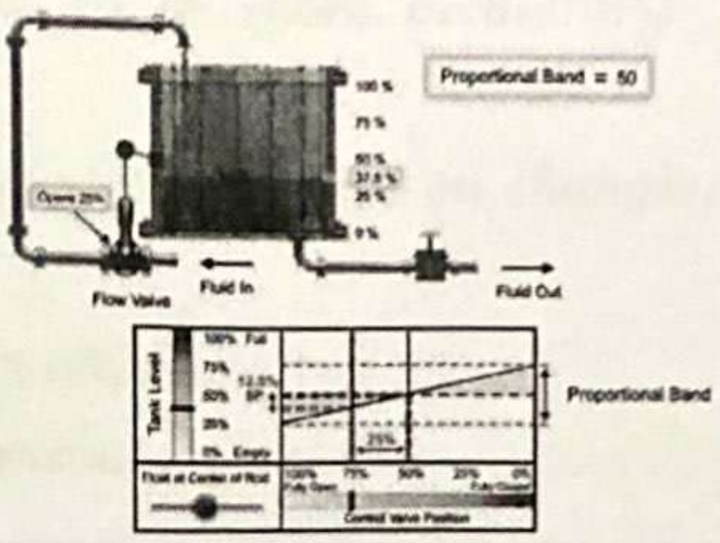


Scanned with CamScanner




23

signal يعطي ما الـ Controller بالمفروض الـ zero تكون error لا ←
Integral cont. لهيك بدي احاول الغي قيمة الـ bias باضافة

كل ما ضفنا parameter اكتر كل ما صارت العملية اصعب

we have two parameter
$\tau_i$ ← → $K_c$

*2. Proportional Integral (PI) controller:*

*Synonyms: "reset", "floating control"*

- *The P controller cannot remove offset because the only way to change the controller bias during non-nominal operations is to cause e(t) = 0.*
- *The rationale behind a PI controller is to set the " actual " bias different from $\bar{p}$, thus letting the error be zero.*
- *The control variable is manipulated according to (PI Controller signal output):*

هاد الـ term بده يصير بالعمل حتى الـ error يصير معناها بالعمل في steady stat وصار الفرق بينه $y_m$ و $y_{sp}$ = zero

$$p(t) = \bar{p} + \frac{K_c}{\tau_I}\int_0 e(t^*)\,dt^* + K_c e(t)$$

موجود بكل انواع الـ Cont. ←

$\tau_I \equiv$ *reset time or integral time (adjustable parameter)*



Scanned with CamScanner

ثبت $K_c$ وهيرعيز تاخ وشوف متى بلتغي تأثير الـ bias

لا بلتغي بنكي هاد الـ space time لازم نشبع هاي الـ value

2. *Proportional Integral (PI) controller:*

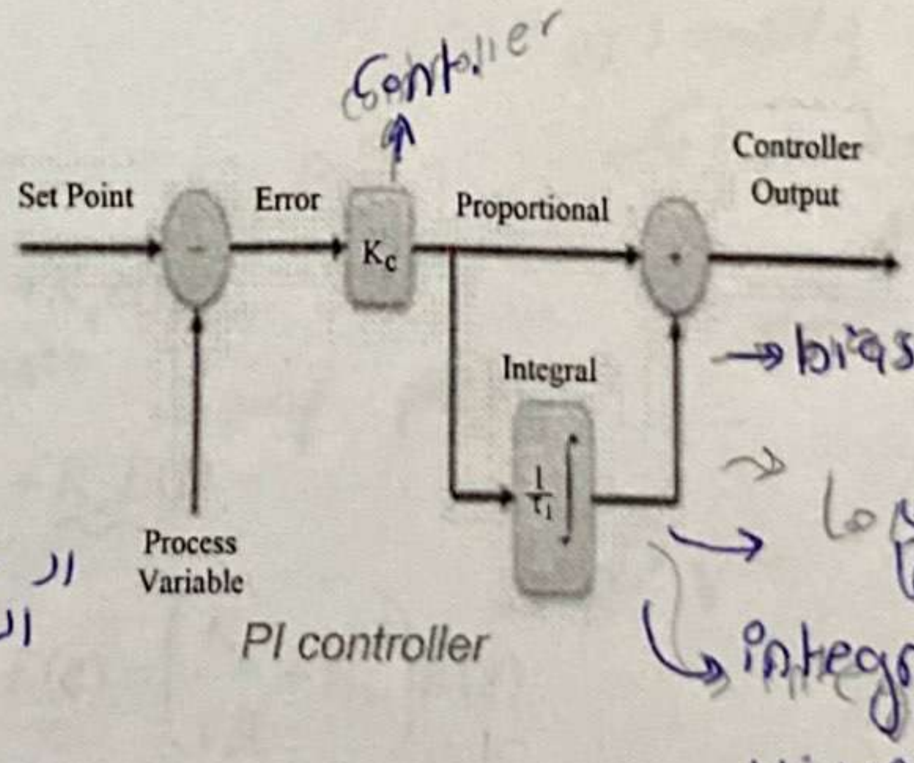
$$p(t) = \bar{p} + K_c\left[e(t) + \frac{1}{\tau_I}\int_0^t e(t^*)\,dt^*\right]$$

- *The integral mode will change the bias value to eliminate the steady state error (offset).* → بتعدل الـ cont. شوي شوي بدي تاخ كل ما يوصل لقيمة تلغي → بتلغي → بتلغي تأثير الـ bias
- *The action is not immediate until the integral becomes significant.*
- *The integral mode tends the system to be more oscillatory or even unstable.*
- *Note that until e(t) = 0, the manipulated input keeps on changing because of the presence of the integral term.*
- *The change in p(t) will stop only when e(t) = 0*
- *Net result: the integral action can eliminate offset.*



2. *Proportional integral (PI) controller:*

- *Reset rate:* $\tau_R = {}^1/_{\tau_I}$
- *Infinite integral time or zero reset rate* ⟹ *P controller*




- *Advantages (Combined benefits)*
  - ✓ *Fast action* → الـ P بيوصل أسرع من الـ prop.
  - ✓ *Eliminate the offset*
- *Disadvantages*
  - *Oscillatory or unstable with integral control* → ما بتلغي بس بعكس تغير تاخ حتى توصل لقيمة مقبولة
  - *Two parameters to tune ($K_c$ and $\tau_I$)*

→ bias

→ الـ loop اللي ما بتلغيها

→ integral loop بضفناها عشان تلغي تأثير الـ bias ما بتكون في error



Scanned with CamScanner

عنا عدة oscillation لل parameters

① period of oscillation

② peak of oscillation

③ متى يوصل الـ 95% من الـ Final value بوجود الـ oscillation

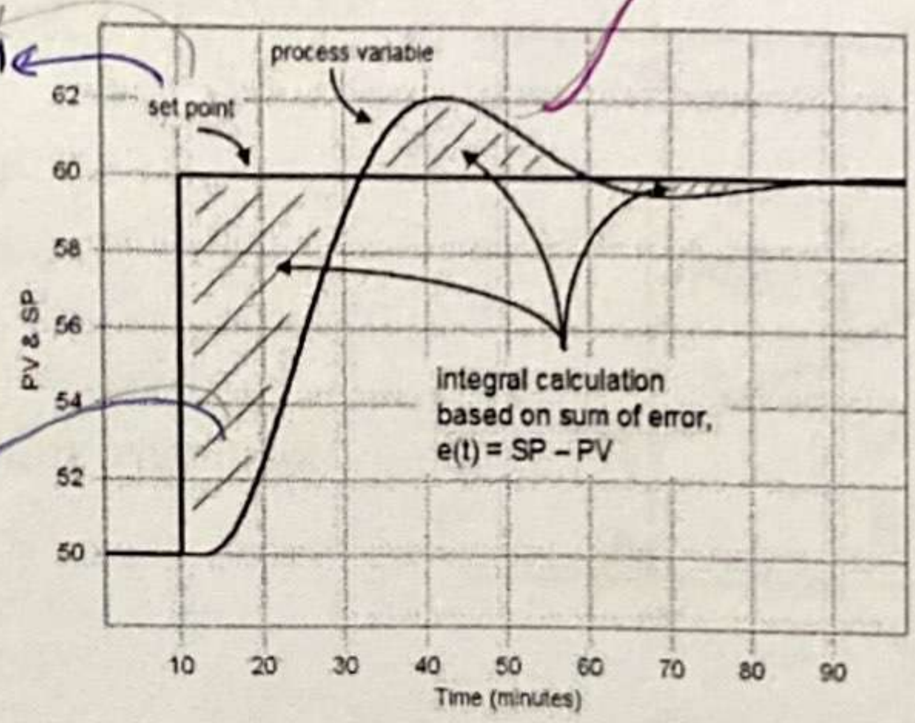
2. *Proportional integral (PI) controller:*

*Reset Time:*

- *The bias value will be reset every $\tau_1$ by the amount of action taken by the P control. This is called "reset time"*

عنا oscillation يعقد التحكم

الى المفروض يوصلها الـ cont.




- *The integral mode eliminates the steady state error (offset)*

هو كان في dev عالي

set والـ output صار بعيد



assume $\{ \text{int}_{\text{Gain}} = \text{prop}_{\text{Gain}} \}$

اذا بدك تعقد الـ system اكتر بتغير انو الـ $\text{int.gain} \neq \text{prop}_{\text{Gain}}$

بصير عندي هيك 3 parameter

2. *Proportional integral (PI) controller:*

- *PI controller Transfer Function :*

وهاد هو الـ reality اذا هو متساويات لكنه خلينا فرضناهم متساويات عشانه نسهل الحل

dev var — int. gain — prop Gain

$$p(t) - \bar{p} = \frac{K_c}{\tau_I}\int_0^t e(t^*)dt^* + K_c e(t)$$

عشانه صفرناها مع P(t) عشانه نتخلص منها

int. part — prop. part

$$\Rightarrow P(t) = \frac{K_c}{\tau_I}\int_0^t E(t^*)dt^* + K_c E(t)$$

$$\xrightarrow{L} P(s) = \frac{K_c}{\tau_I}\frac{E(s)}{s} + K_c E(s) = \left(\frac{K_c}{\tau_I s} + K_c\right)E(s)$$

عامل مشترك

$$\boxed{\Rightarrow G_c(s) = \frac{P(s)}{E(s)} = \frac{K_c}{\tau_I s} + K_c = K_c\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s}}$$

اذا بدك تعرف الـ error عشان اطلع P(s) الـ




Scanned with CamScanner

## 2. Proportional integral (PI) controller:

- *Example: How is the response of PI controller to unit step change in e(t)?*

step change in error

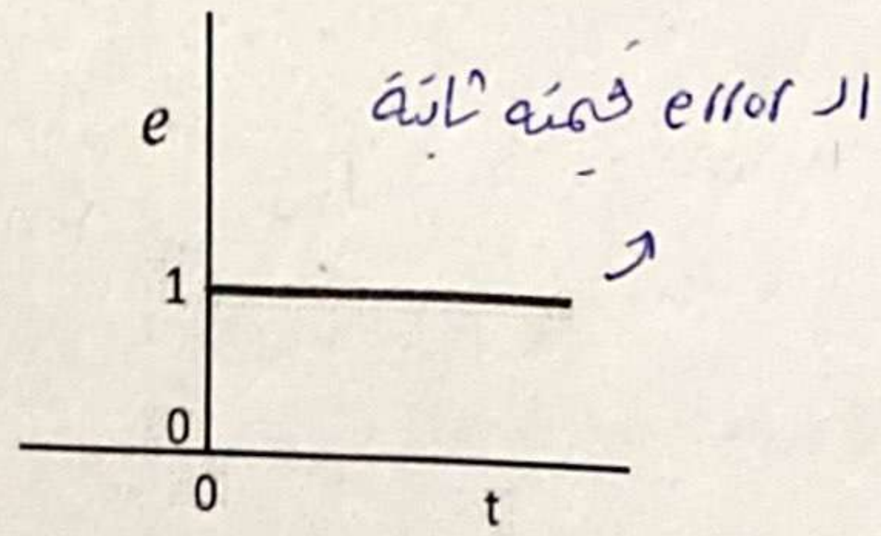
$$e(t)=1;\ E(s)=1/s$$

$$\Rightarrow P(s)=G_c(s)E(s)=\frac{K_c}{s}\left(1+\frac{1}{\tau_I s}\right)=K_c\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{\tau_I s^2}\right)$$

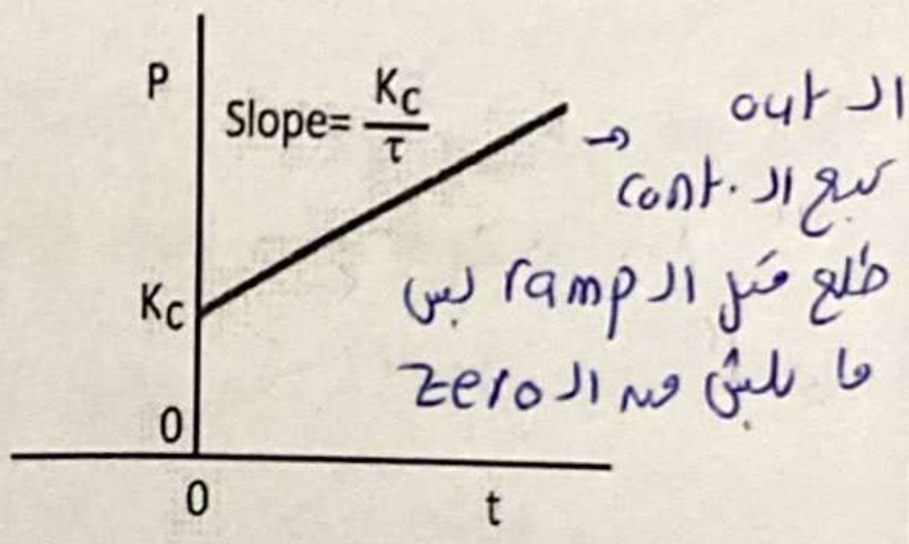
A B

partial Fraction

$$\xrightarrow{L^{-1}} P(t)=K_c\left(1+\frac{t}{\tau_I}\right)$$




الـ error ثابتة




الـ out بتبع الـ cont. طلع ميل الـ ramp بس ما بلش من الـ zero

كل ما زاد الزمن الـ out راح يزيد

- *Integral action* $\equiv K_c/\tau_I$
- *Exercise 2: How is the PI controller response to ramp change in e(t)?*

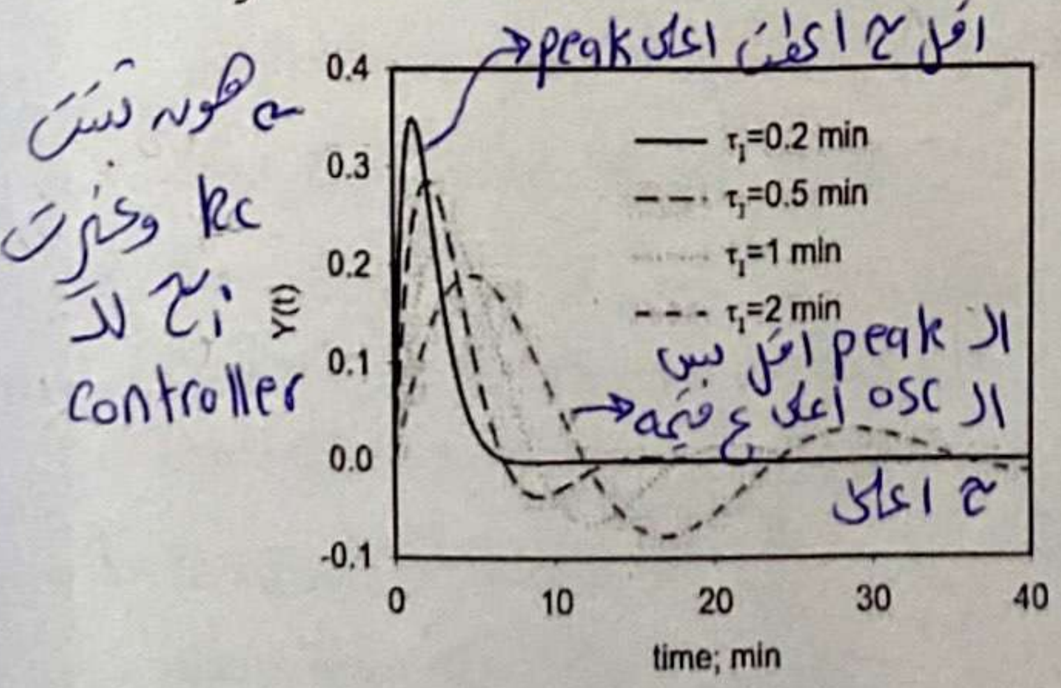


بعتمد ع الـ total تابعت الـ process وكيف بتأثر ع الـ pro. عشانه خذ فيه نبذة وفيه نغير

الـ I بتبع الـ cont. فاعد بأثر ع الـ response كيف انو كل ما ازيده الـ oscillation بزيد والـ resp. بتأخر عشانه اوصل لل ss بدي ا ستنى اكتر والـ peak اوطى

## 2. Proportional integral (PI) controller:

- *Effect of integral time* $\tau_I$ *and gain* $K_c$ *of PI controller on the response of controlled deviated variable* $Y(t)$:

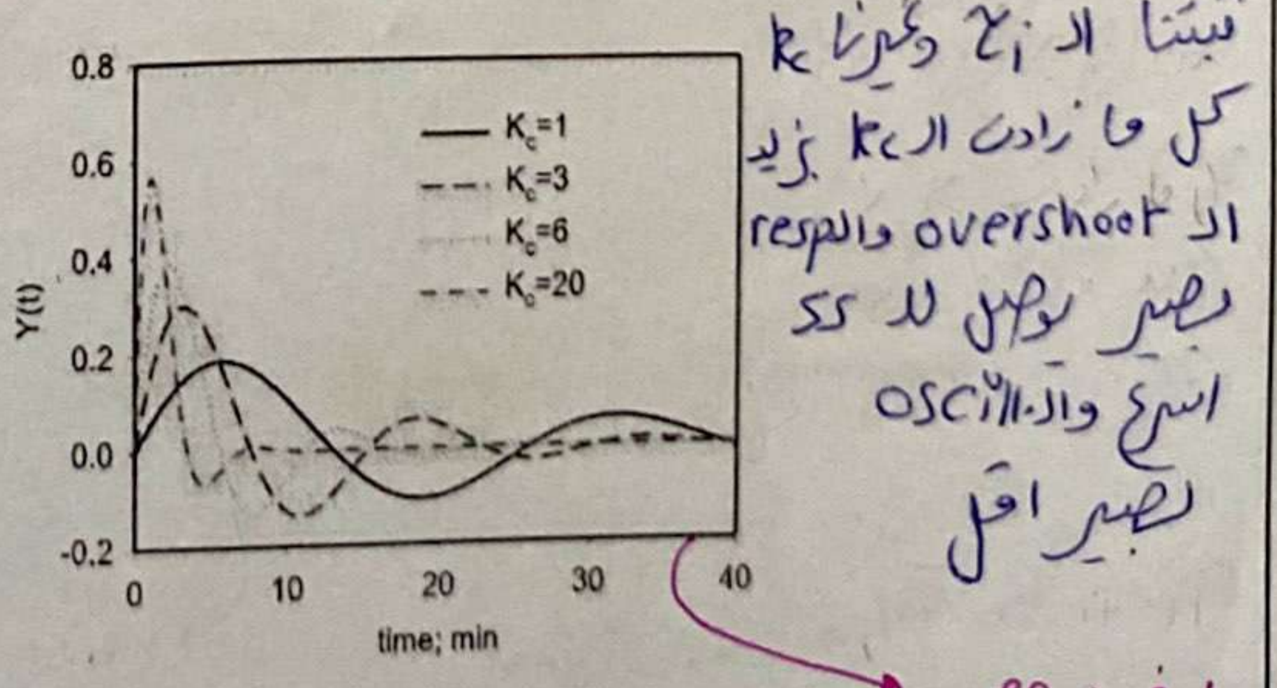



peak اعلى اقل بس اكفئ

الـ peak اقل بس الـ osc اعلى ع فيه

تخ اعلى

هو نبذة ص وغيرت Kc وغيرت الـ I لـ controller




هو نبذة ثبتنا الـ I وغيرنا الـ K كل ما زادت الـ Kc بزيد الـ overshoot والـ resp. بصير يوصل لل ss اسرع والـ osc بصير اقل

- *As* $K_c$ *increases or* $\tau_I$ *decreases: less offset, the response will be faster, more overshooting, less oscillation.*

offset ما في بالاخير




Scanned with CamScanner

*Summary for PI control*

*Advantages:*

- *Steady state offset can be eliminated*
- *Steady state offset can be eliminated the process response can be considerably speeded up with respect to open-loop*

*Pitfalls:*

- *Tuning is harder (two parameters must be specified, $K_c$ and $\tau_I$)*
- *The process response becomes oscillatory; bad tuning may even lead to instability*
- *The integral action may " saturate "* →



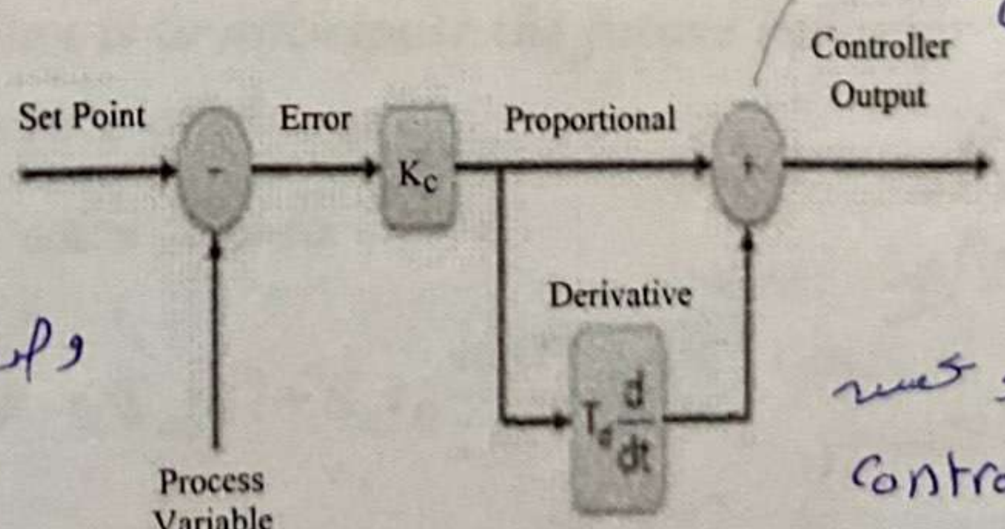
3. *Proportional Derivative (PD) controller:*

- *PD Controller signal output:*

$$p(t) = \bar{p} + K_c\tau_D\frac{de(t)}{dt} + K_c e(t)$$

*derivative or preact time (adjustable parameter)*

- *Zero derivative time* ⟹ *P controller*
- *Derivative mode is used to improve dynamic response of the controlled variable.*
- *Derivative mode it does NOT eliminate the offset.*
- *Two parameters to tune (Kc and $\tau_D$)*



### 3. Proportional Derivative (PD) controller:

- *PD controller Transfer Function :*

$$p(t)-\bar{p}=K_c\tau_D\frac{de(t)}{dt}+K_c e(t)\Rightarrow P(t)=K_c\tau_D\frac{dE(t)}{dt}+K_c E(t)$$

$$\xrightarrow{L} P(s)=K_c\tau_D sE(s)+K_c E(s)\Rightarrow \boxed{G_c(s)=\frac{P(s)}{E(s)}=K_c\tau_D s+K_c}$$

- *Example: How is the response of PD controller to unit step change in e(t)?*

$$e(t)=1\Rightarrow\frac{de(t)}{dt}=0\rightarrow \text{ (Same as P controller)}$$

- *Exercise 3: How is the PD controller response to ramp change in e(t)?*



### 4. Proportional Integral Derivative (PID) controller:

i. *If the error if increasing very rapidly, a large deviation from the set-point may arise in a short time.*

ii. *Sluggish processes tend to cycle →*

- *The rationale behind derivative action is to anticipate the future behavior of the error signal by considering its rate of change*
- *The control variable is manipulated according to:*

$$p(t)=\bar{p}+\frac{K_c}{\tau_I}\int_0^t e(t^*)dt^*+K_c e(t)+K_c\tau_D\frac{de(t)}{dt}$$



Scanned with CamScanner

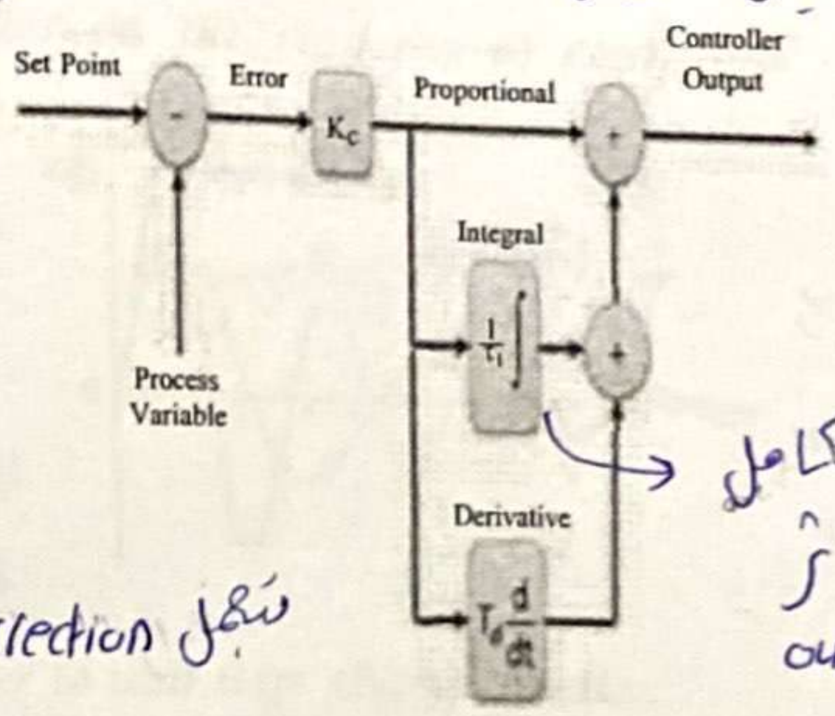
عشان

عكسه بكون 4 انواع فيه cont. بعتمد عليه راح نعطل واشو اللي راح نعمل شغال

4. *Proportional Integral Derivative (PID) controller:*

- *PID controller signal output:*

$$p(t) = \bar{p} + \frac{K_c}{\tau_I}\int_0^t e(t^*)dt^* + K_c e(t) + K_c\tau_D\frac{de(t)}{dt}$$




فتحة التكامل راح تأثر ع الـ out

- *Infinite integral time and zero derivative time ⟹ P controller*
- *zero derivative time ⟹ PI controller*
- *Infinite integral time ⟹ PD controller*
- *Advantages (Combined benefits)*
  - *Fast action* → effect الـ قبل ما يصير correction بتعمل
  - *Integral mode will eliminate the offset.*
  - *Derivative mode will make the process output to land on set point smoothly.*
  - *D mode tends to reduce the oscillation and enhance the stability.* ما بصير oscillation عالي وما بطول، بصير بصغر الـ oscillation حتى يصل لـ ss



وجودها بقلل oscillations اذا عمليات
اللي بتصير بالـ output وبتسرع الوصول لـ final steady stat بوقت قصير

عشان نغير الـ Controller نغير الـ

Function الـ realiz.. step ممكن بالاخير نصير error اذا كان الـ
الفاكت بين الـ TF نفسه مش realiz.
الـ impulse بطلع nonrealiz.. لانو الـ laplace 1 as

4. *Proportional Integral Derivative (PID) controller:*

- *Disadvantages*

(1) ✓ *If there is noise in the process variable, noise will be amplified by the derivative. If the measurement is noisy, use the measurement after smoothing out (filtering).*

(2) ✓ *The derivative requires information on error in the future: impossible ⟹ use approximation of derivative*

(3) ✓ *Three parameters to tune ($K_c$, $\tau_I$, and $\tau_D$). It is quite complicated for three tuning parameters.*

اصلياً بصير في signal بالـ noise يعني الـ output بطلع noisy عشان الـ noise وتأثير على الـ control
لهيك رضيفوله filter
بدك تعرف كيف تغير الـ parameters

- *PID controller Transfer Function :* parallel

$$G_c(s) = \frac{P(s)}{E(s)} = K_c + \frac{K_c}{\tau_I s} + K_c\tau_D s = K_c\frac{\tau_I\tau_D s^2 + \tau_I s + 1}{\tau_I s}$$

عشان مشكلة هاد الـ TF انو not realiz.
older للانو الـ بالبسيط اعلى من المقام

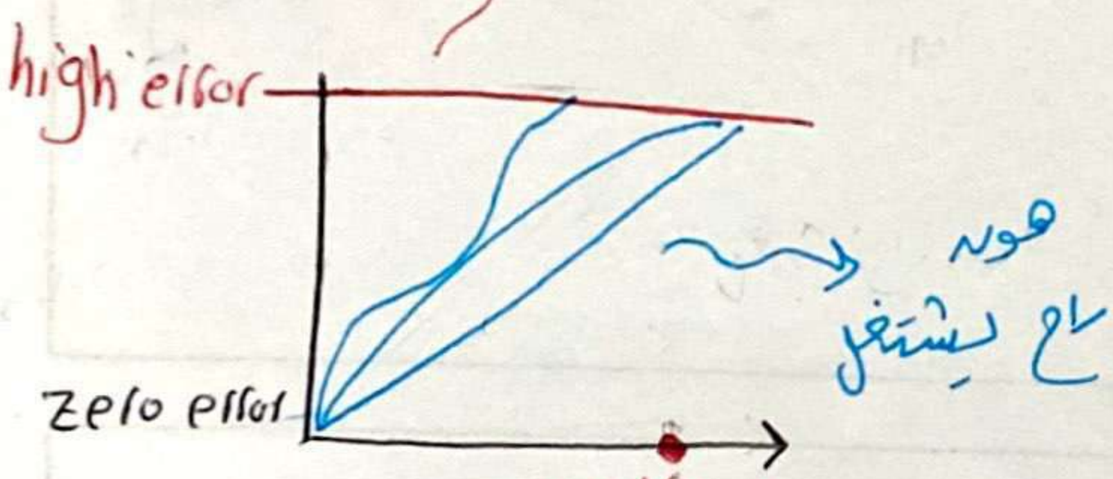


عشان نعرف شو طبيعة الـ out اللي بده يطلع لازم نعرف شو الـ error

عشان هيك realiz بكلوه بضيفوا LP filter حتى نغير الـ TF هاد الـ filter معظم الوقت الو تأثير ع المقام


Scanned with CamScanner

هوه ماراح يكونه في response
للنو معدل التغير ثابت ع الرغم
انو في big error




هوه error راح $\frac{dE}{dt} = 0$ ← Zero

③ غير واحد ← الـ resp كله تغير
غير كتير ← تغير كله بشكل dramatically
غير الـ 3 ← يطير out of control

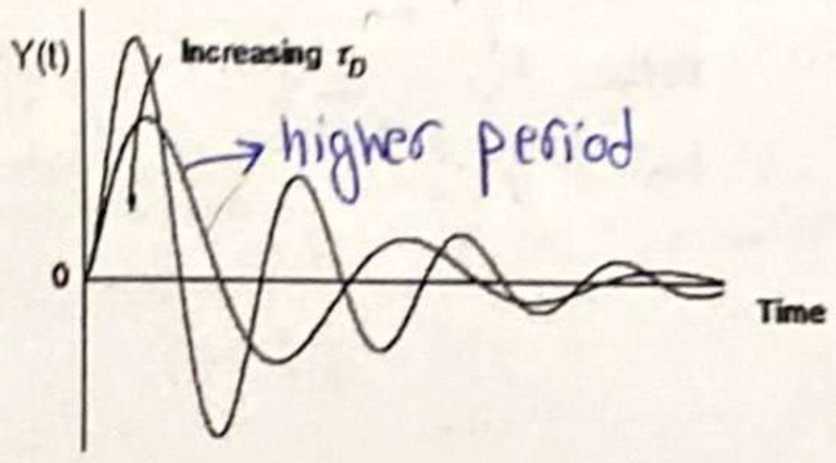
② حتى لو في error اذا ما طار change
بار error الـ der ما راح يشتغل حتى لو كان الـ error عالي
للنو $\frac{dE(t)}{dt}$ مش قاعده بتتغير - عشانه تتغير

Scanned with CamScanner

بدي اشوف تأثير حد der term
ع ال output لل process

## 4. Proportional Integral Derivative (PID) controller:

- *Effect of derivative time $\tau_D$ of PID controller on the response of controlled deviated variable Y(t):* هاي ال resp. اللي بالآخير مش الي طالعة عند ال controller




  - ✓ *As $\tau_D$ increases: the response will be slower, less oscillatory, less overshooting (when there is no noise).* ال resp واد بطيء اطلع / اذا بتحب filter وبتلغي ال noise كرمال هيك

- *Example: How is the response of PID controller to unit step change in e(t)*

$$e(t)=1 \Rightarrow \frac{de(t)}{dt}=0 \rightarrow \quad \textit{(Same as PI controller)}$$

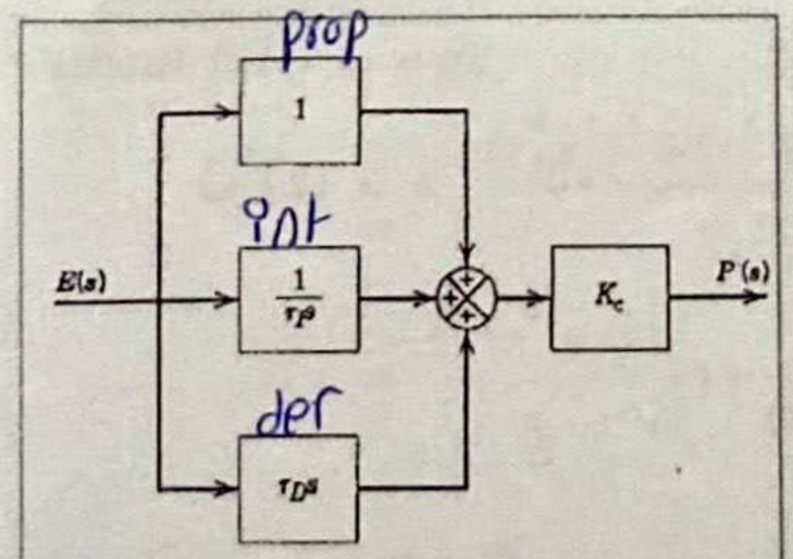
- *Exercise 4: How is the PID controller response to ramp change in e(t)?* نطلع ... realiz



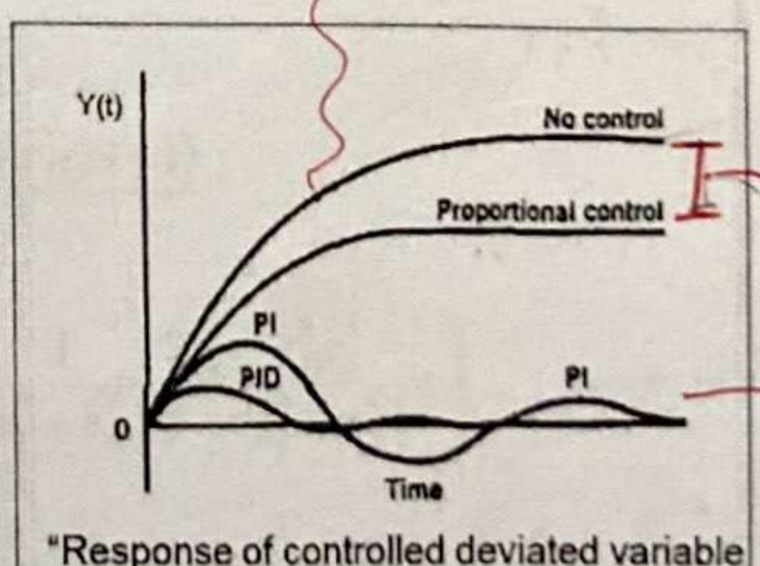
ال loop كلها مش موجودة
ال resp بطيء جدًا وبطول ليوصل لل ss

## 4. Proportional Integral Derivative (PID) controller:

*Parallel form of PID controller*




"Block diagram of ideal PID controller"




"Response of controlled deviated variable Y(t) using different controllers"

صار في offset
وجود هم عمل osci.

لي ما عليه للانفلاتر ولا عكس

- *This PID controller is ideal nointeracting. In many cases it is physically unrealizable.*
- *Integral time must be equal or greater than the derivative time: $\tau_I \geq \tau_D$. Typically $\tau_I \approx 4\tau_D$.* الاضعاف ال $\tau_D$



كل ما زاد ال $\tau_I$ قل ال overshoot
وكل ما زاد ال overshoot يصير عندي oscillation اكتر يعني كل ما ناقص $\tau_I$ الاضعاف $\tau_D$ معناها انت بتكبر $\tau_I$


Scanned with CamScanner

بدنا نلغي الإشارة
↗ realiz... كيف الـ

## 5. Actual Interacting PID controller:

- *Transfer function:*

$$G_c(s)=\frac{P(s)}{E(s)}=K_c+\frac{K_c}{\tau_I s}+K_c\tau_D s=K_c\frac{\tau_I\tau_D s^2+\tau_I s+1}{\tau_I s}$$

→ ideal without Filter

$$G_c^*(s)=K_c^*\frac{(\tau_I^* s+1)}{\tau_I^* s}\frac{(\tau_D^* s+1)}{(\alpha\tau_D^* s+1)}\quad (0<\alpha\ll 1)$$

Filtering effect

حوالين الـ zero وبعيدة عنه بواحد بس مش zero

اذا كانت بتروح zero لـ non realiz...

اعلى الحالات تكون 0.1 $\tau_D$

Where α is derivative filter parameter

- *This controller is physically realizable.*
- *Any transfer function which has only zeros is not realizable, realizability requires less zeros than poles*



انت بالواقع لما تغير $k_c$ الـ $\tau_I$ و $\tau_D$ انت فعلياً قاعد تغير هم

➢ *Comparison between ideal and actual PID without filter:*

- *Actual PID without filter (α = 0):*

$$G_c^*(s)=K_c^*\frac{(\tau_D^*\tau_I^* s^2+(\tau_I^*+\tau_D^*)s+1)}{\tau_I^* s}$$

$$=\underbrace{\frac{K_c^*(\tau_I^*+\tau_D^*)}{\tau_I^*}}_{K_c}\left(1+\frac{1}{(\tau_I^*+\tau_D^*)}\frac{1}{s}+\frac{\tau_D^*\tau_I^*}{(\tau_I^*+\tau_D^*)}s\right)$$

→ actual

- *Ideal PID controller:* $G_c(s)=K_c(1+\frac{1}{\tau_I s}+\tau_D s)$ ← نشتغل ع هاد لانو اسهل بس هو موجود ع ارض الواقع

⟶ *Compare:*

$$K_c=\frac{K_c^*(\tau_I^*+\tau_D^*)}{\tau_I^*},\quad \tau_I=\tau_I^*+\tau_D^*,\quad \tau_D=\frac{\tau_D^*\tau_I^*}{(\tau_I^*+\tau_D^*)}$$

- *In this form, $\tau_1 \geq \tau_D$, is satisfied automatically.*



Scanned with CamScanner

➢ *Key characteristics of commercial PID controllers:*

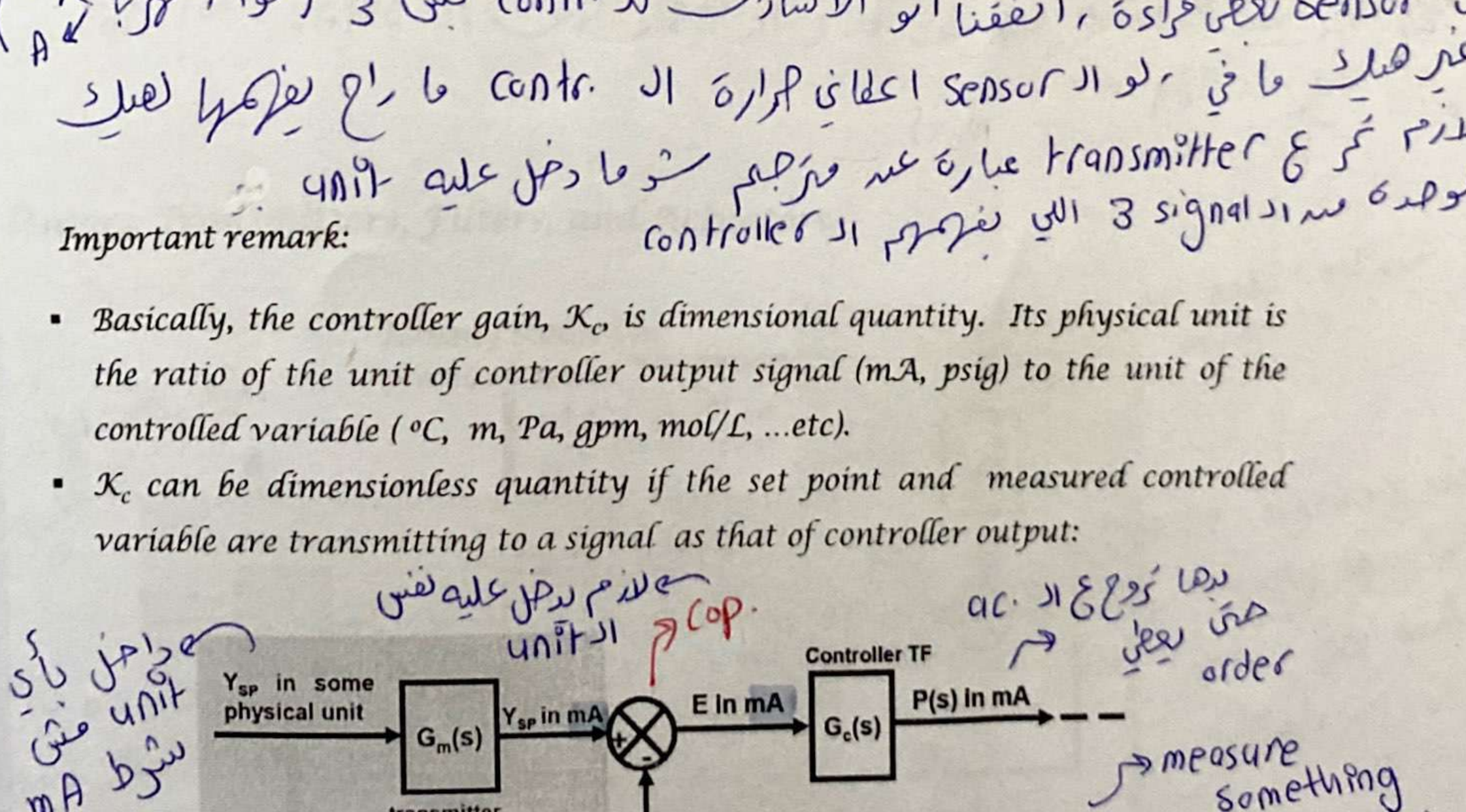
| Controller Feature | Controller Parameter | Symbol | Units | Typical Range* |
|---|---|---|---|---|
| **Proportional mode** | *Controller gain* | $K_c$ | Dimensionless [%/%, mA/mA] | 0.1–100 |
| | *Proportional band* | $PB = 100\%/K_c$ | % | 1–1000% |
| **Integral mode** | *Integral time (or reset time)* | $\tau_I$ | Time [min, s] | 0.02–20 min<br>1–1000 s |
| | *Reset rate* | $1/\tau_I$ | Repeats/time [$min^{-1}$, $s^{-1}$] | 0.001–1 repeats/s<br>0.06–60 repeats/min |
| | *Integral mode "gain"* | $K_I$ | Time$^{-1}$ [$min^{-1}$, $s^{-1}$] | 0.1–100 |
| **Derivative mode** | *Derivative time* | $\tau_D$ | Time [min, s] | 0.1–10 min.<br>5–500 s |
| | *Derivative mode "gain"* | $K_D$ | Time [min, s] | 0.1–100 |
| | *Derivative filter parameter* | $\alpha$ | Dimensionless | 0.05–0.2 |
| **Control interval (Digital controllers)** | | $\Delta t$ | Time [s, min] | 0.1 s–10 min |



ال sensor بعطي قراءة ، اتفقنا انو الاشارات لل contr. بس 3 (هوا، كهربا) غير هيك ما في ، لو ال sensor اعطاني قراءة ال contr. ما راح يفهمها لهيك لازم نحكي عن transmitter عبارة عن مترجم شو ما دخل عليه يطلع لوحده سيجنال 3 اللي بيفهمهم ال controller

*Important remark:*

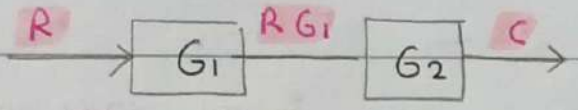
- *Basically, the controller gain, $K_c$, is dimensional quantity. Its physical unit is the ratio of the unit of controller output signal (mA, psig) to the unit of the controlled variable ( °C, m, Pa, gpm, mol/L, ...etc).*
- *$K_c$ can be dimensionless quantity if the set point and measured controlled variable are transmitting to a signal as that of controller output:*



Subject Control Date 27/5/2023 No.

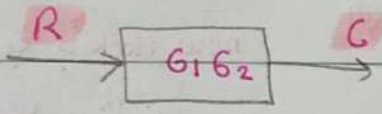
# Rules for block Diagram reduction :- راح نستخدم جزء منهم

1 Block in cascade → هاي بتكون هنا أو series Parallel



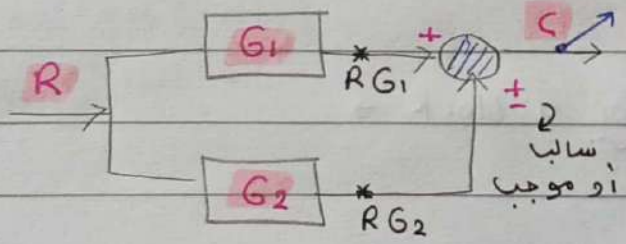

↳ $C = R G_1 G_2$

$\frac{C}{R} = G_1 G_2$




→ هاي الـ Rule استخدمناها من حتى

2 Blocks in Parallel →

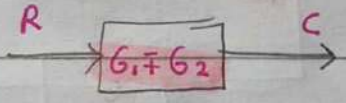



حسب الاشارة

اذا التنبيه (+) او out → $RG_1 \mp RG_2$

$C = R G_1 \mp R G_2$

$\frac{RC}{R} = (G_1 + G_2)$

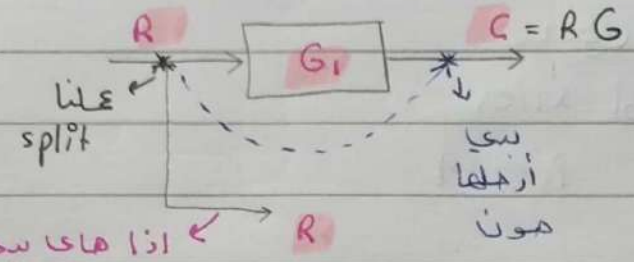



* جدول التنبيه بعز منهم

ask believe & recieve
NOTEBOOK

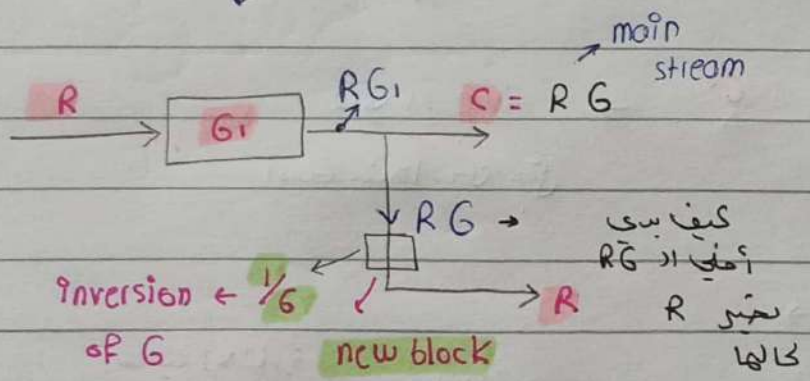
Subject Control Date 27/5/2023 No.

[3] shifting take off point after a block → cases بعض الـ shifting بنعمل نقل من مكان لآخر

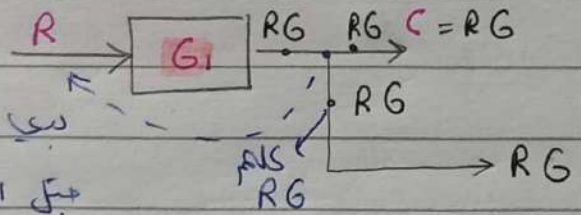


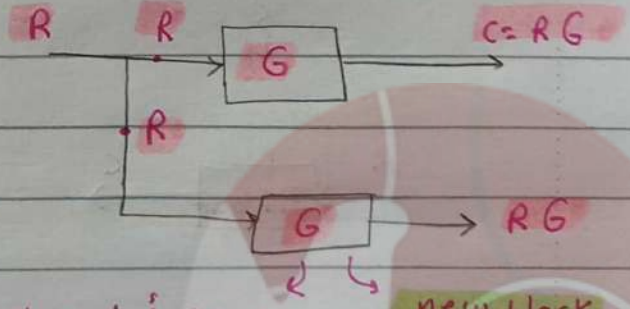

in all cases we have to do shifting after block

بدي أجرب بـ new block بدي هو 1/G عشان يطلع الـ out (R) .




[4] shifting take off point befor a block →



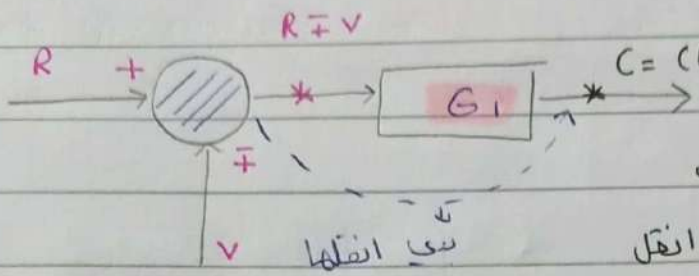




from بدي أجرب بالـ function نفسه

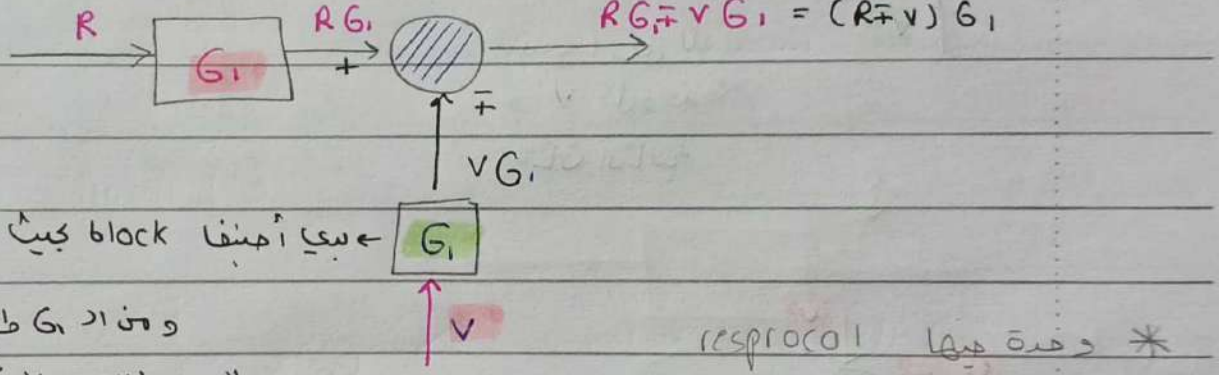
ask learn & recieve
NOTEBOOK

Subject Control Date 27/5/2023 No.

5 Moving summing point after a blocks → بدك تنقل الـ sum. point برمتونا befor , after



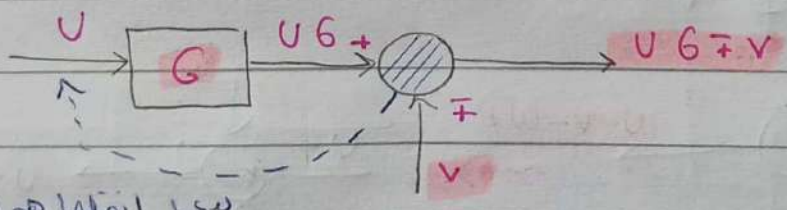

هاد لي معروض بطلع اذا ما بدي انقل الـ sum. هون بدي انقلها هون




بدي أضيف block بحيث الـ out منو VG وهي الـ G1 طالع RG1 بحيث الـ out النهائي (R ∓ V) G1

* وحدة فيها reprocol وحدة ما فيها 😊.

6 Moving summing point befor a block →

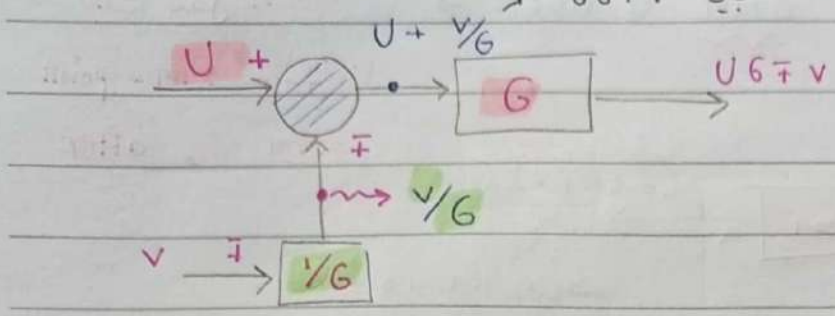



بدي انقلها هون 😊 وأضيف على الـ out مثل ما هو.

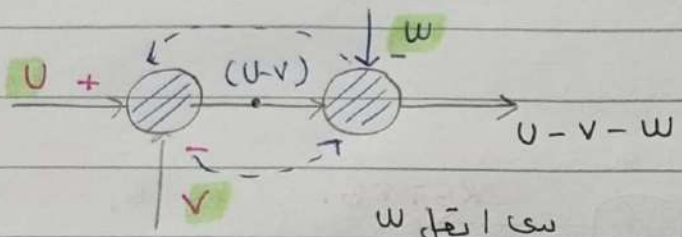
ask recieve
NOTEBOOK

Subject Control Date 27/5/2023 No.

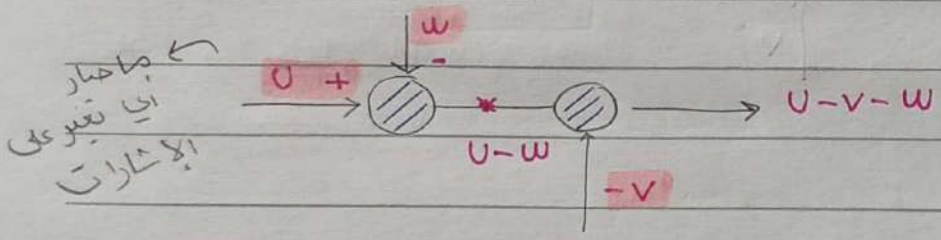
عا أضرب هدول بـ G
بعطي UG ∓ V



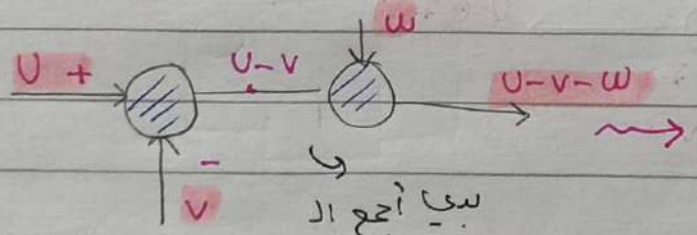

7 Rearranging summing point →



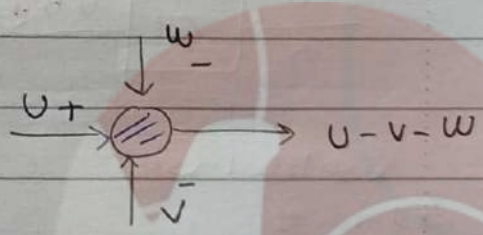

بدي انقل W
و V كل وحدة
مكان الثانية




8 Adding the summing point (cascade) → inserw ::



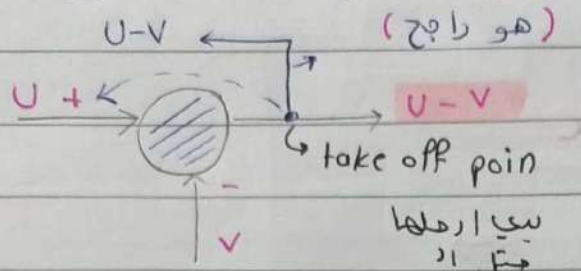

بدي أجمع الـ 2 sum point بوحدة
و بدي أحافظ الـ in و الـ out ما بغير عليهم تغيير



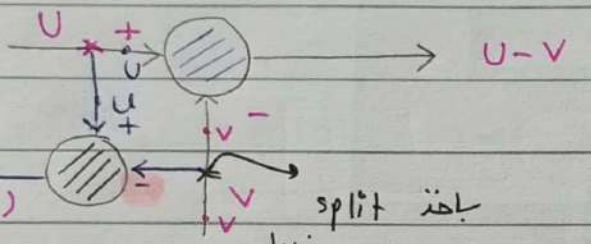

U & V & W → input
U - V - W → out

9 shifting take off point before summing point →

(هو راجع) ↳ ما أرجل لعتل الاشارة بتتغل نفسها - ← -




بيي ارجلها مثل اد sum ويطيني نفس اد out و اد in



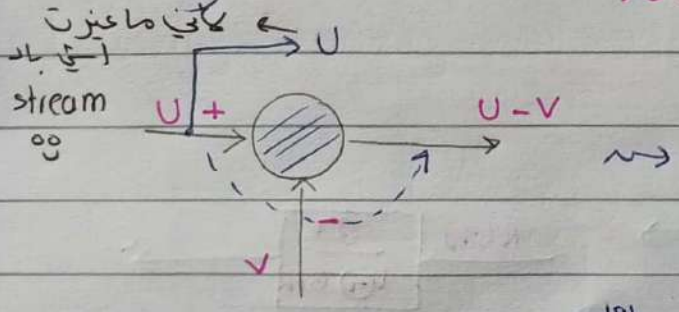

بيي تعطيني نفس اد out

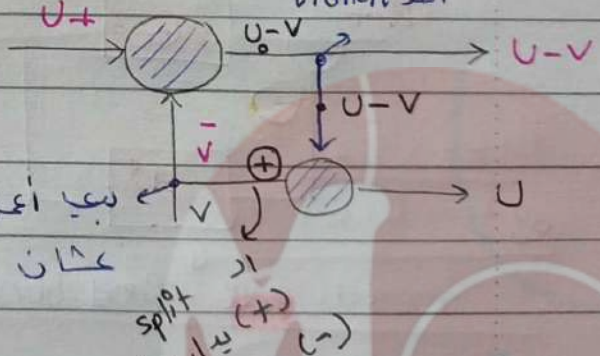
باخذ split من اد V و يدخلها بـ ( - )

shifting عكس اد take off لعتل اد split بعمل sum point وبجنيف

10 shifting take of point after summing point →

عا أرجل بعد الإشارة بيتغير - ← +



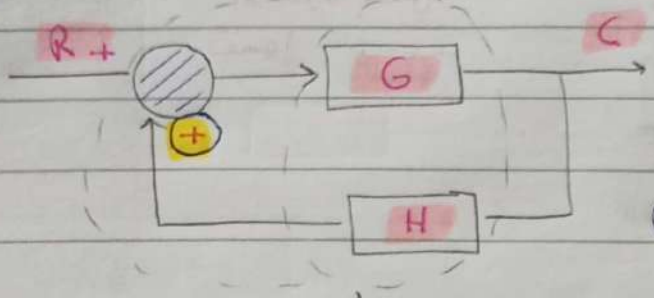

split بيي أعمل فيها عشان أطلع منها حتة د U

اد split (+) بدل ما هو (-)

NOTEBOOK

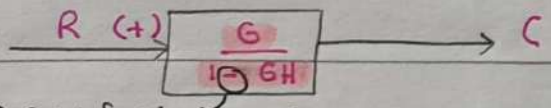
Subject Control Date 27/5/2023 No.

## 11 Feed back ( + or - ) →



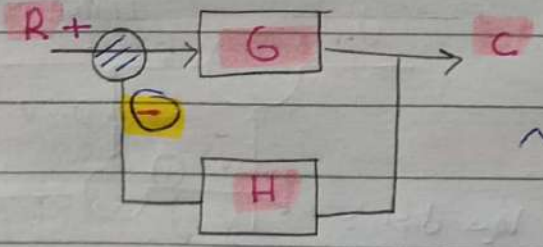

⇝ ( +ve feed back )

لـ شو بدي أعوض مكان هدول ٢ بدي اكتبهم بـ one block و شو حيه ؟! ٢ one block مع ال summ ^^



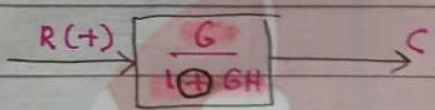

لـ ماينكون (+) هاي بدي (-) ^^

block عوضنا بـ واحد




-ve feed back

⇝

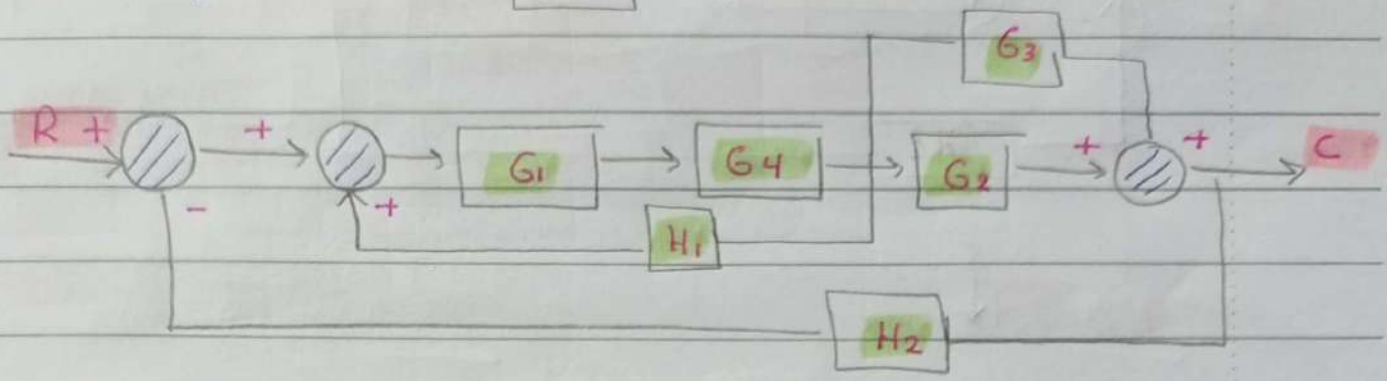



ask recieve
NOTEBOOK

# Example :-

بدنا نعرف حيقة الـ G
كيف هون

what is $C/R$ = ؟! R → ؟! → C



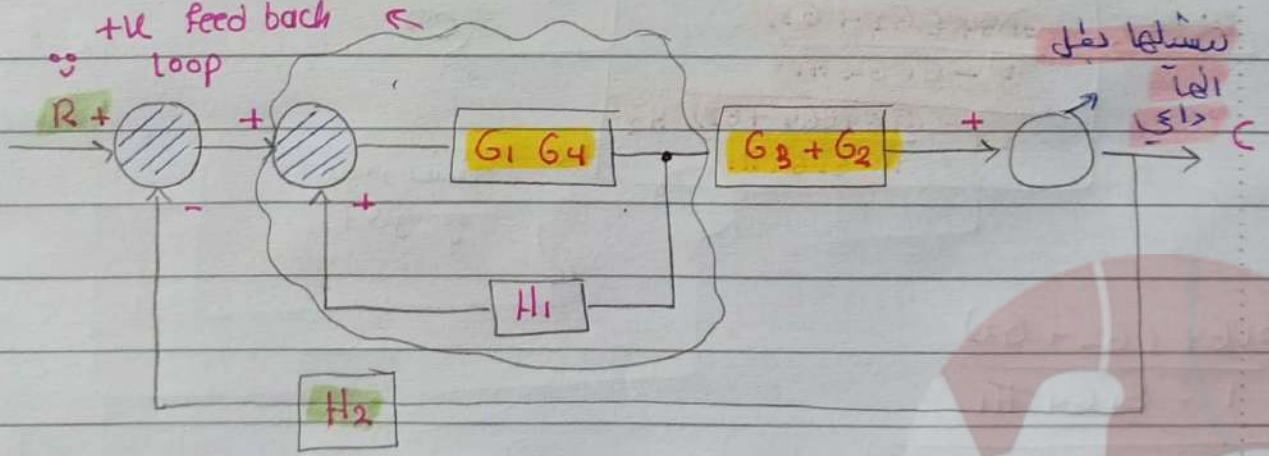

* $G_3$ & $G_2$ → Parallel → بقدر أسيلهم وأمط
block واحد حينه
$G_3 + G_2$

كل اثنين راح
يعمل مثل ماهو
بس هيدول راح أسيلهم
:)

* $G_1$ & $G_4$ → series → برضو بسيلهم
$G_1 G_4$ وبجما

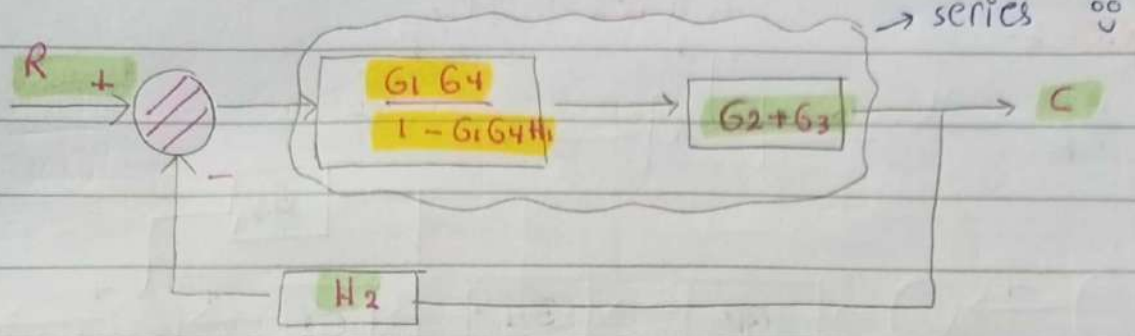
بقدر أسيلها وأمط
+ve feed back loop
:)

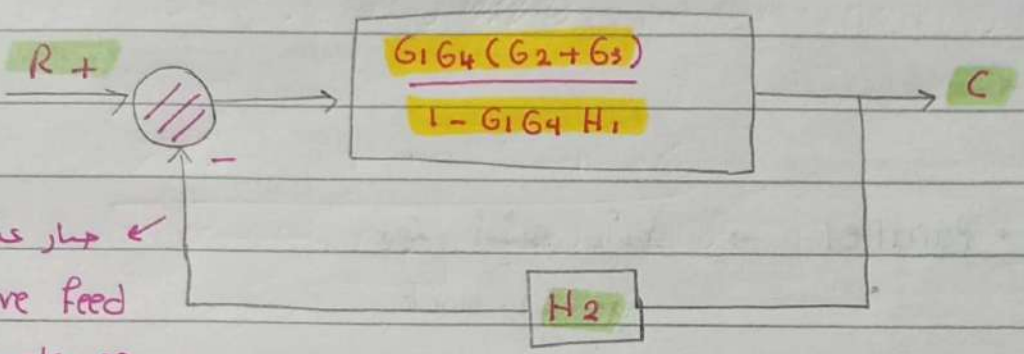
بسيلها بعد
الها
راح C



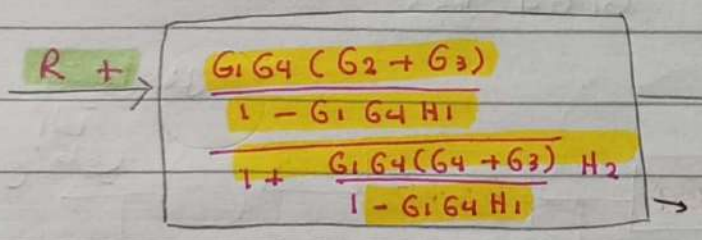

ask recieve
NOTEBOOK

Subject Control Date 27/5/2023 No.




حمار عندي
-ve feed back

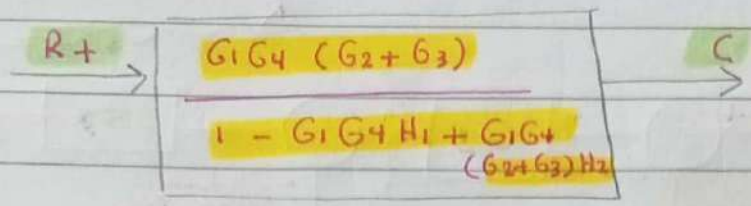



بتقدر تبسطه أكثر

$$\frac{\frac{G_1G_4(G_2+G_3)}{1-G_1G_4H_1}}{1-\frac{G_1G_4H_1+G_1G_4(G_2+G_3)H_2}{1-G_1G_4H_1}}$$

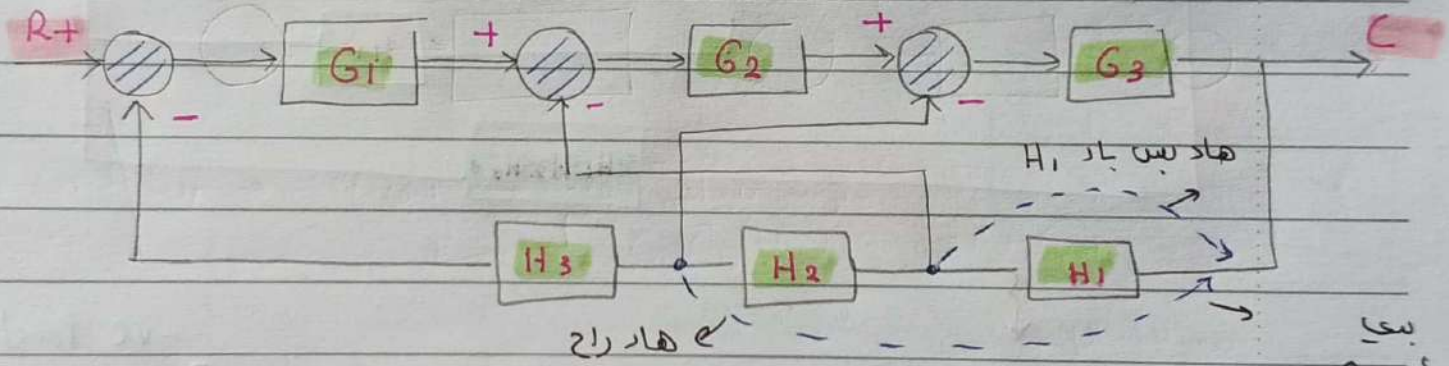
NOTEBOOK

Subject Control Date 27/5/2023 No.




$$\frac{C}{R} = \frac{G_1 G_4 (G_2 + G_3)}{1 - G_1 G_4 H_1 + G_1 G_4 (G_2 + G_3) H_2}$$ #

# Example :-



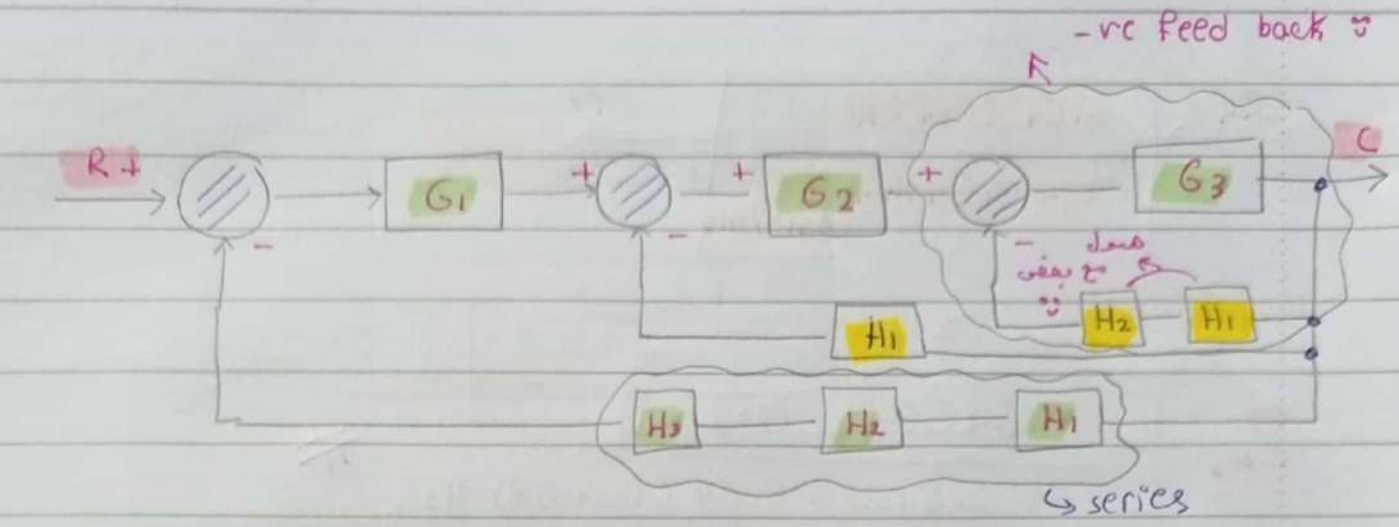

بعي أرجعلهم ؟؟

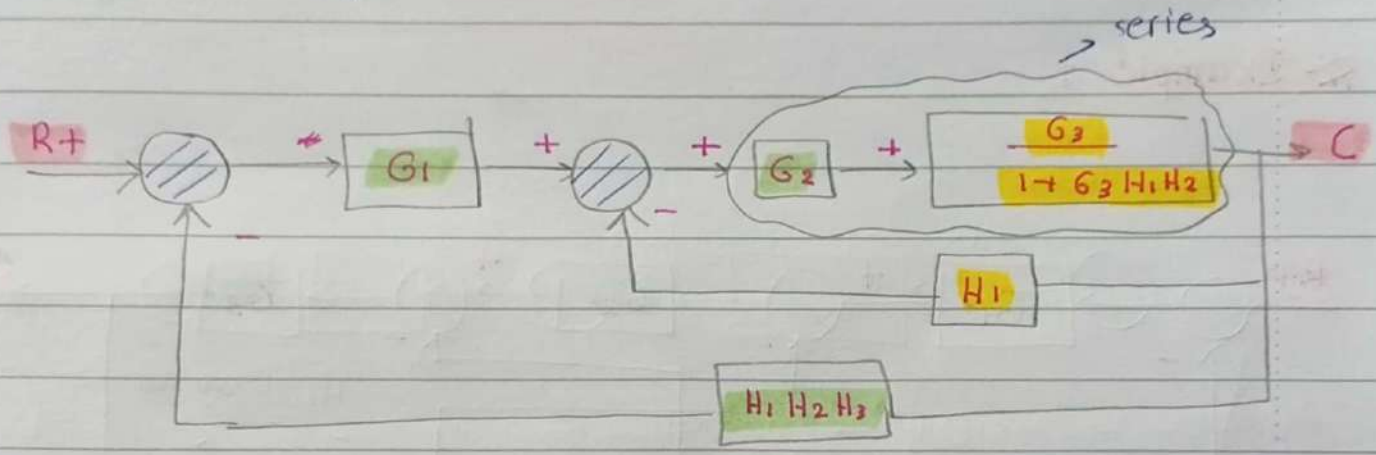
shifting بعي نعمل عشان أبسط

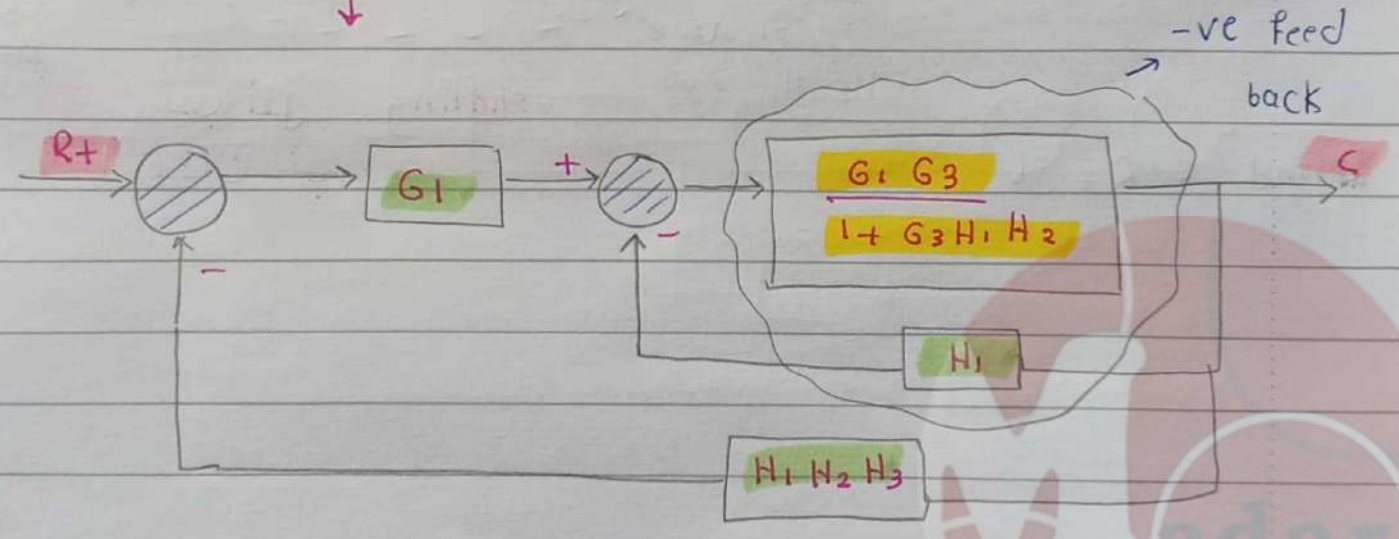
* Find C/R = ?!

ask recieve

Subject Control Date 27/5/2023 No.

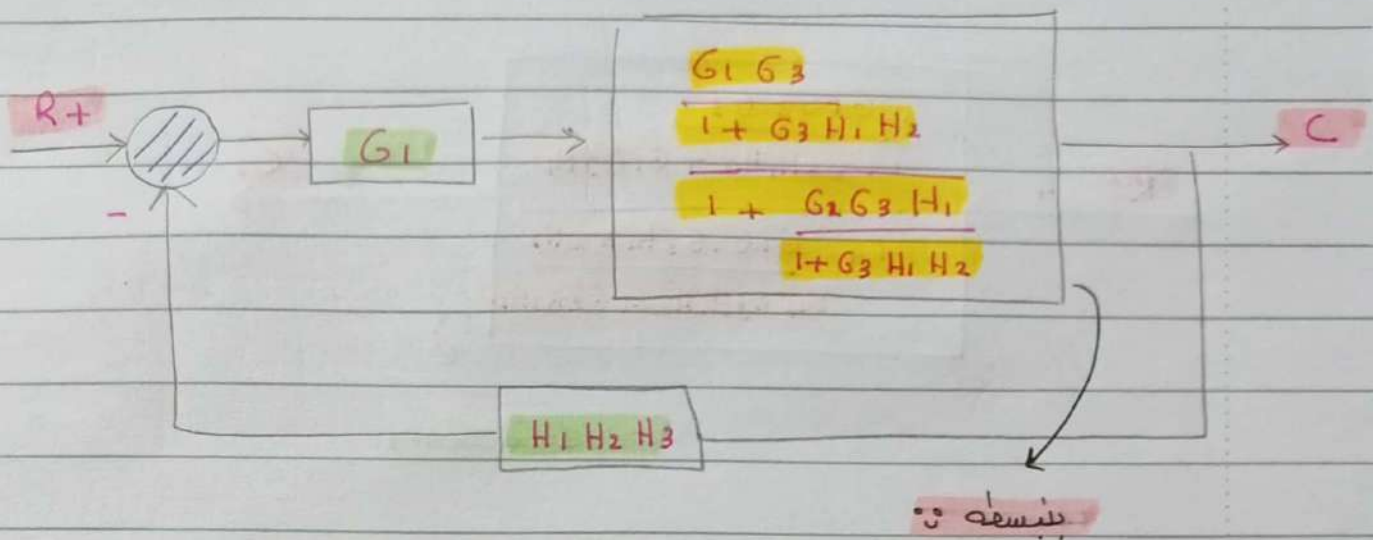


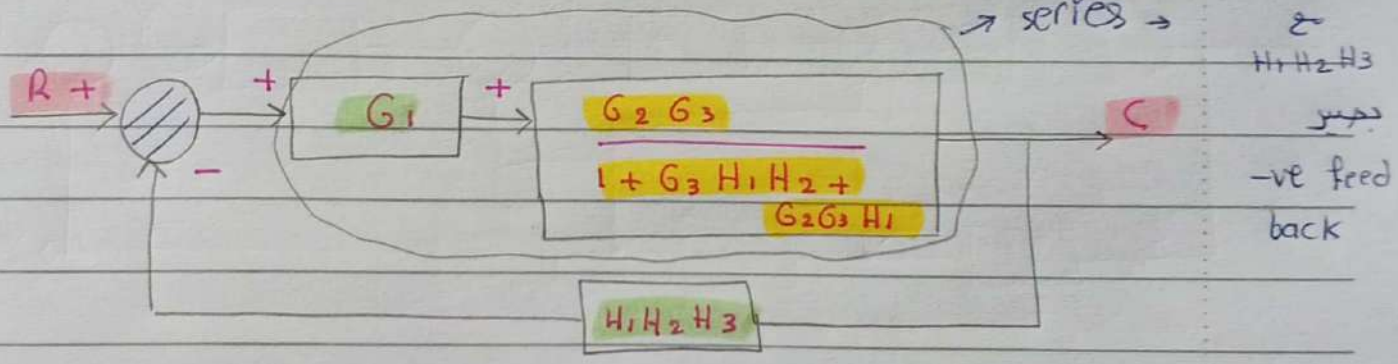

ask believe & recieve
NOTEBOOK

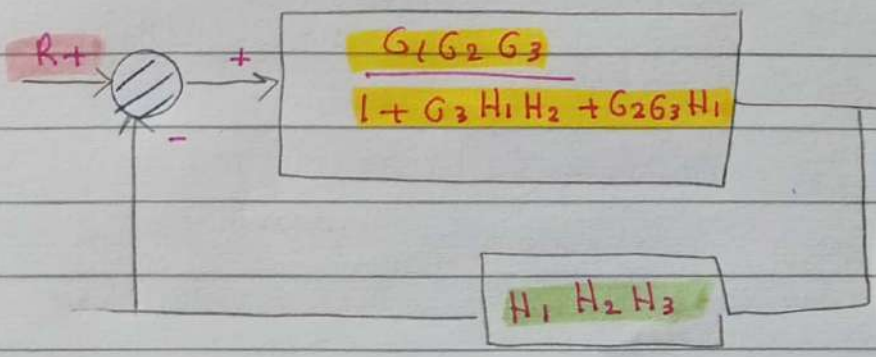
Subject Control Date 27/5/2023 No.




بنبسطه ::

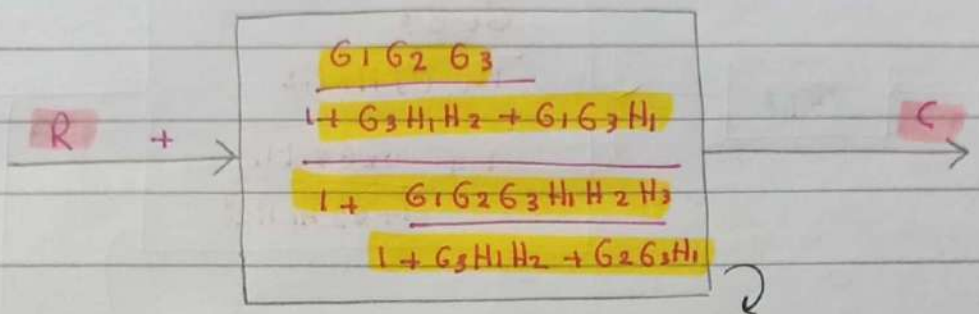
$$\frac{G_1 G_3}{1 + G_3 H_1 H_2 + G_2 G_3 H_1}$$




ask believe & recieve

Subject Control Date 27/5/2023 No.




بتبسيط شوية:

$$\frac{C}{R} = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_3 H_1 H_2 + G_2 G_3 H_1 + G_1 G_2 G_3 H_1 H_2 H_3}$$ #

# Process Control

## Sensors, Transmitters, Filters, and Actuators

*The University of Jordan*

*Chemical Engineering Department*

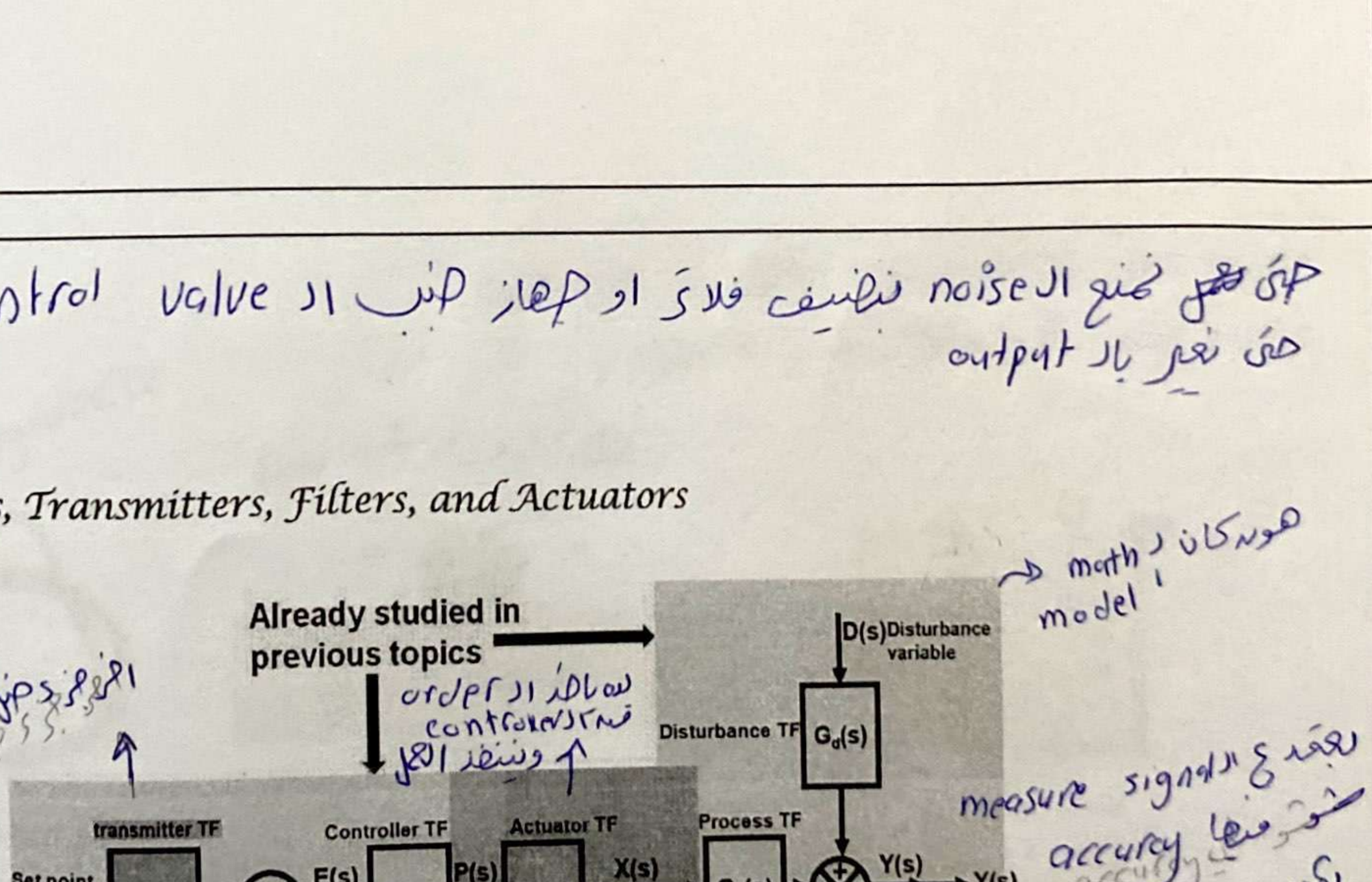
*Fall 2022*

*Prof. Yousef Mubarak*



حتى نعمل تحنع الnoise تنظيف فلاتر او جهاز ضبط او control valve
حتى نغير بال output






"Standard block diagram of feedback controller with one disturbance"



Scanned with CamScanner

ال sensor هي اجهزة تستخدم للقياسات وهي عبارة عن اجهزة حساسة

اجهزة/مستخدم للقياسات

## Sensors/Transmitters

- What is sensor? A device which produces physical/chemical phenomenon to measure process variable (T, P, q, L, pH,...etc). → liq level
- There are different types of sensors to measure:
  - Temperature: Thermocouple, Resistance Temperature Detector (RTD), and Thermistor, Infrared (IR), ..etc. (مزاله الحرارة العادي)
  - Pressure: Bourdon gage, Piezoelectric Pressure Transducer, Strain Gage Pressure Transducer , Magnehelic pressure gage,..etc.
  - Flow rate: Orifice, Venturi, magnetic, ultrasonic, ..etc.
  - Liquid level: Float level, differential pressure, ultrasonic
  - pH: pH electrode,..etc.
  - Composition: GC, IR, NIR, UV spectrophotometer, electrical conductivity,..etc.



ممكن الـ Conc. هنا اسمه Meas. Indirect لانه هنا اخذ العينة

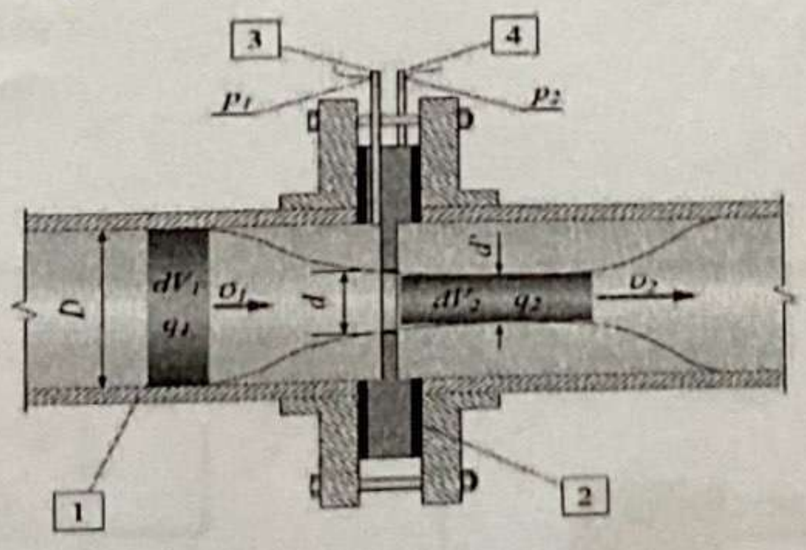
ع عادة GC وهو. كمثال تحديش الـ Conc.

sensing device

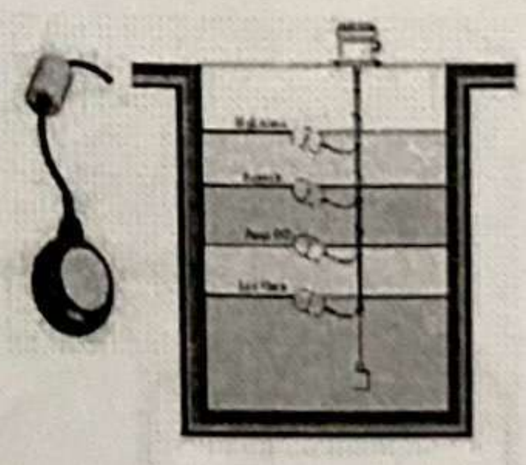
عشانه نشوف تحديدا الـ Flow



Thermocouple



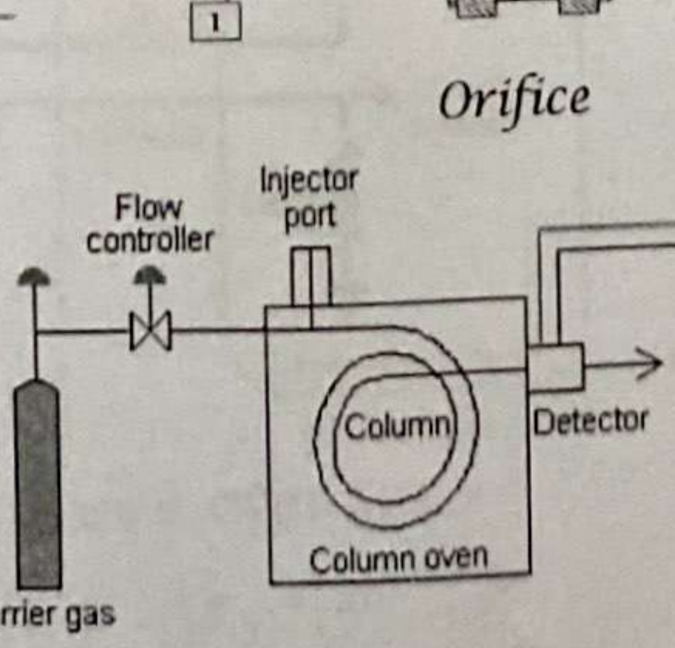

Orifice



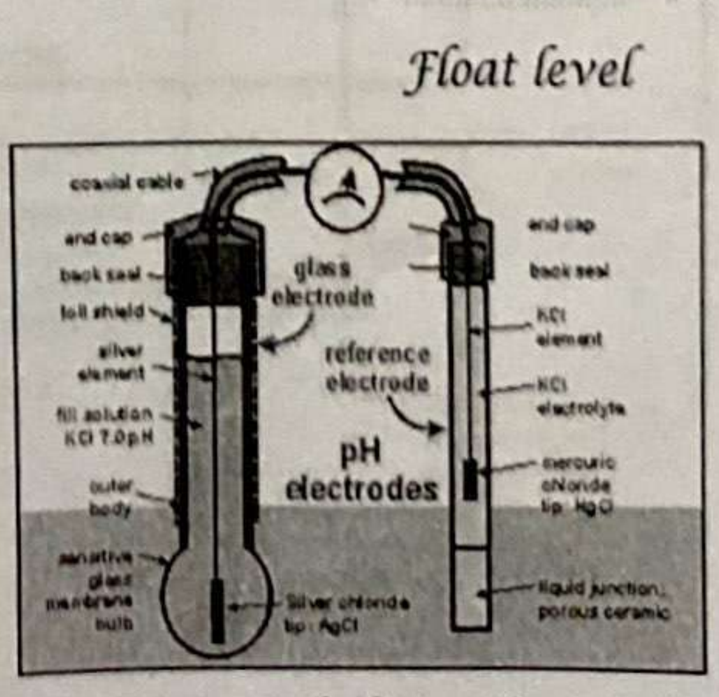
Float level



Bourdon gage




GC




pH electrode



كلها اجهزة قياسات تستخدم حتى نعرف قديش الـ variable موجود او طالع من الـ process

Scanned with CamScanner

ما بنقيس
direct reading
controlled

هو اللي بده يترجم الـ
Sensor output Sensor
وهو وسيلة التفاهم بينه
وبين الـ Sensor والـ Controller
او الـ Cont. اللي بالاجر بده يودي ع الـ Cont.

- ***Sensors/Transmitters***

- *What is transmitter? A device that generates an industrial standard signal from the sensor output.*

هو اللي بده يطلع الـ Signal ويودي ع الـ Controller

- *Standard instrumentation signal levels:*
  - *Voltage: 0~10 VDC, 0~5VDC, -10~+10VDC, ..etc.*
  - *Current: 4~20 mA*
  - *Pneumatic: 3-15 psig*

لازم الـ Input يكون واحد من هدول

حسب الـ Sensitivity للـ Controller اللي بدنا اياها

لشغل ع الهوا يا بنعطيه هوا زيادة او بنزل الهوا

- *Signal Transmitter:*
  - *I/P or P/I converter: current-to-pressure or vice versa.*
  - *I/V (I/E) or V/I converter: current-to-voltage or vice versa.*
  - *P/E or E/P converter: pressure-to-voltage or vice versa.*
  - *A/D or D/A converter: Analog-to-Digital or vice versa.*

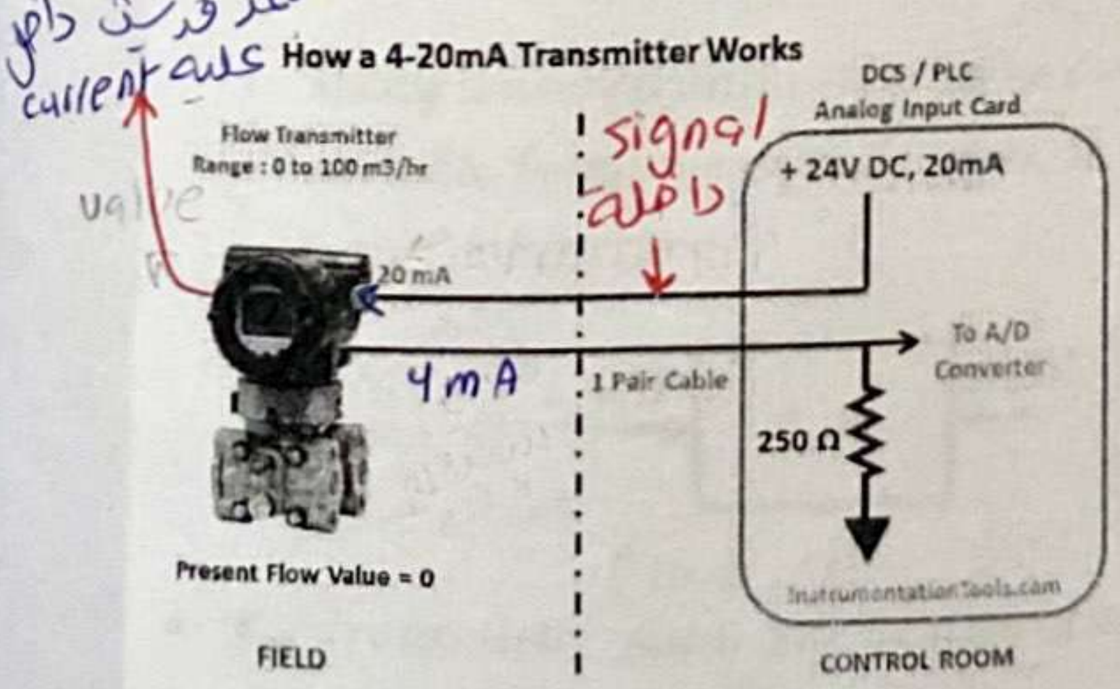
بده يطلع signal عشان نقرأها الـ Cont

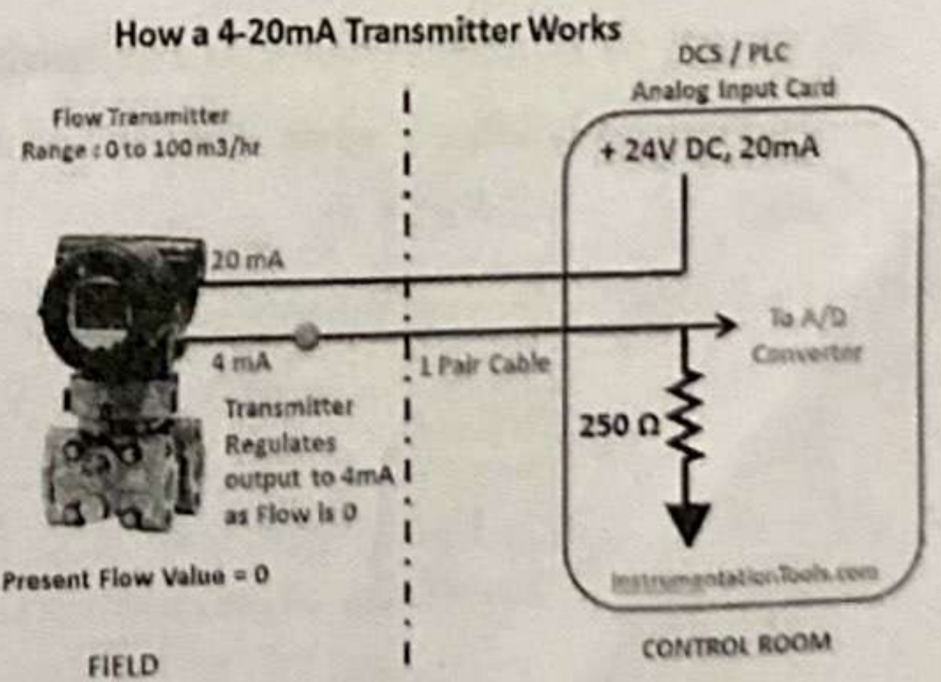
حسب الـ signal اللي عندك اياها
واللي بدك ترجعها ع الـ Controller



- *Sensors/Transmitters*

valve
بعمد فتح دافع current على




لما الـ open بده يسوى
شو اللي دخل ع الـ valve
وشو الـ response



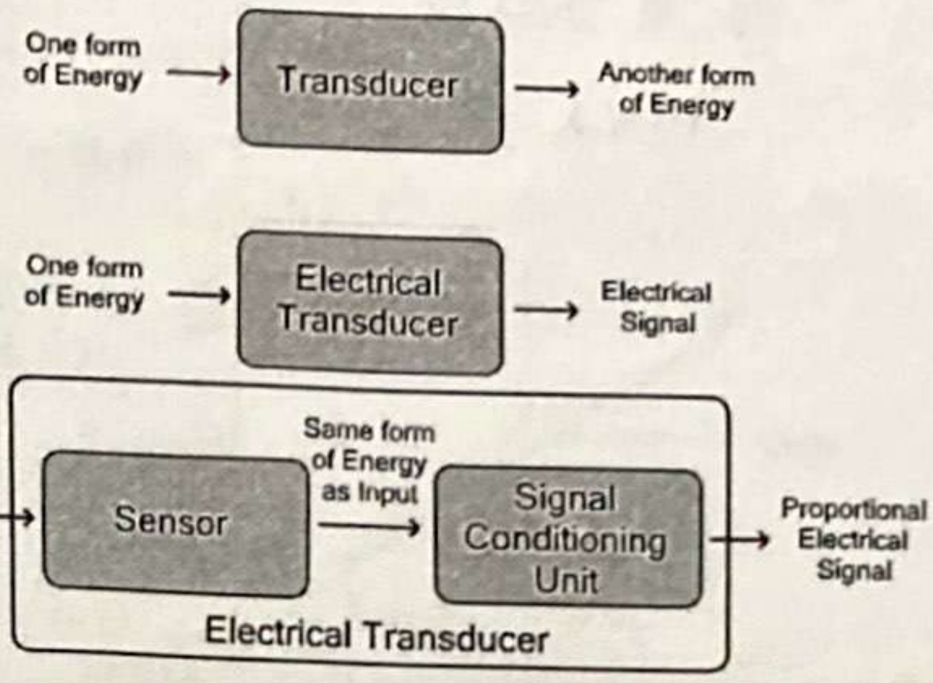
Scanned with CamScanner

في tools بتشتغل على الـ current مش الـ heating element الـ heater بشتغل لانو جهد الـ volt ثابت هون الـ current انو زيد او قل .

- *Sensors/Transmitters*

متكاملين مع بعض

- *Transducer: consists of a sensing element (sensor) combined with a driving element (transmitter).*
- *Most commercial transducers and transmitters have an adjustable input range (or span).*
- *For example, a temperature transmitter might be adjusted so that the input range of a platinum resistance element (the sensor) is 50 to 150 °C.*




اذا درجة الحرارة اعلى من 150 او اقل من 50 فا رح يشتغل الـ thermocouple

انا بختار الـ range اللي بدي اشتغل فيه based ع الـ material of construct.

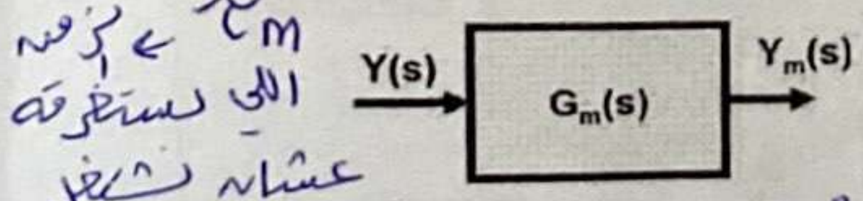


- *Sensors/Transmitters*

we have a gain TF for trans. & sensor & filter & noise filter

very simple 1st order → مش الحقيقة بس نعتبر هيك للتبسيط

- *Sensor-transmitters Transfer Function:*
  - *Many sensor/transmitters have overdamped dynamic responses to step in the variable being measured. Thus, it is a reasonable to be modeled by first-order transfer function:*




$$G_m(s) = \frac{Y_m(s)}{Y(s)} = \frac{K_m}{\tau_m s + 1}$$

Gain of trans.

Gain مش دايمًا الـ unit الها عشان نطلع معرفة الـ output حسب ما انت بدك لازم ناخ القسمة بعطيك الـ signal الي طالعة من Gm بـ (Volt, Am, Psi)

- $K_m$: *transmitter gain. For temperature transmitter to electrical current signal the unit of* $K_m$ *is mA/°C.*
- $\tau_m$ : *the transmitter time constant. It is usually of few seconds and it can be neglected when the process space time is of order of minutes.*

لازم يوخذ action سريع بعطيه الترجمة



Scanned with CamScanner

* لا تكون قيمة الـ signal = 50 meas.
المقروض الـ mA التي داخلة ع الـ trans تكون
قيمتها 4 mA

ما نقيس تحت الـ 50 ولا فوق الـ 150

هون بنشتغل ع الـ current

## ➢ Sensors/Transmitters

$\frac{\Delta out}{\Delta in}$

*Example: Find the temperature transmitter gain in mA/°C if the input range is adjusted to be from 50 to 150 °C. What are zero and span of input?*

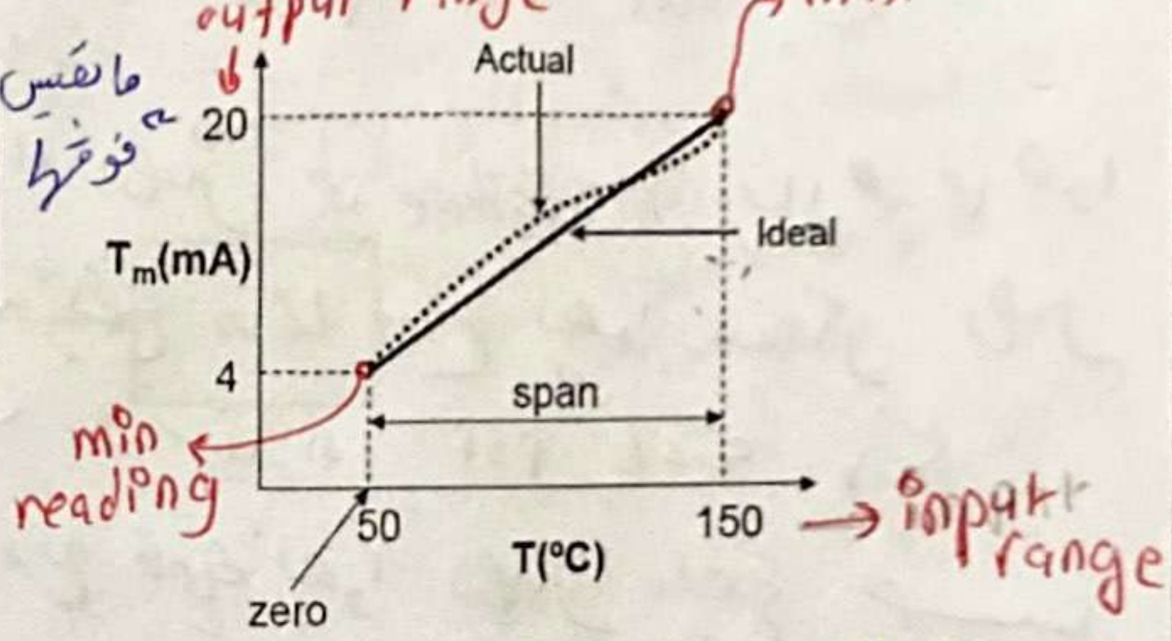
*By assuming linear variation between output and input:*

عبارة عن slope الـ

$$\text{Gain} = K_m = \frac{\Delta \text{output}}{\Delta \text{input}} = \frac{20-4}{150-50} = 0.16\ \text{mA/°C}$$

ما نقيس فوقها

unit الطبع الـ




- *The actual variation is NOT linear. However, it is closed to the linearity.*

معظم الحالات العلاقة بين الـ in والـ out مش linear بكبر كنا افترضنا انها خطية للتسهيل وهي بعيدة عن الـ ideality



## ➢ Sensors/Transmitters

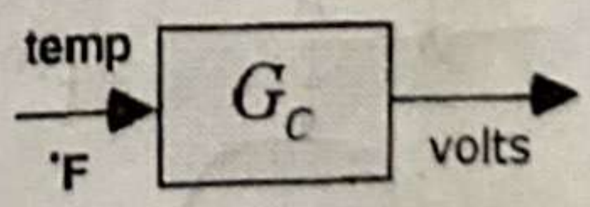
الـ controller بشتغل ع الـ volt، بدنا نحول الـ volt الناتج من الـ trans لـ volt عشان الـ controller يشتغل عليها

*Example: Suppose that a controller output signal has a range of 0-10 volts and it receives a temperature values with a range of 100-200 °F. Find the controller gain. How can you obtain a dimensionless $K_c$?*

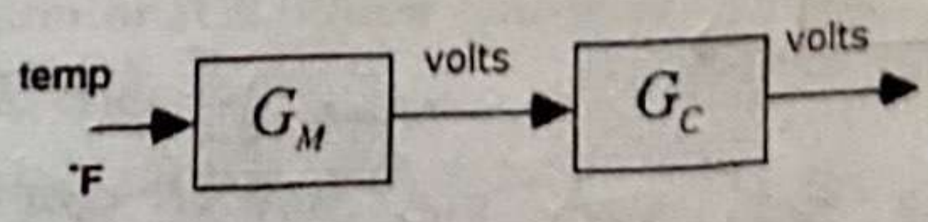
range of controller

input to trans

$$\text{Dimensional } K_c = \frac{\Delta \text{output}}{\Delta \text{input}} = \frac{10-0}{200-100} = 0.10\ \text{volt/°F}$$




- *To obtain dimensionless gain, transmitter must be installed before controller:*




اذا بدك تطلع gain بدا الـ prop cont. مثل الـ unit بلزم الـ trans كمان تطلع unit بدون gain

trans تضيف controller قبل الـ



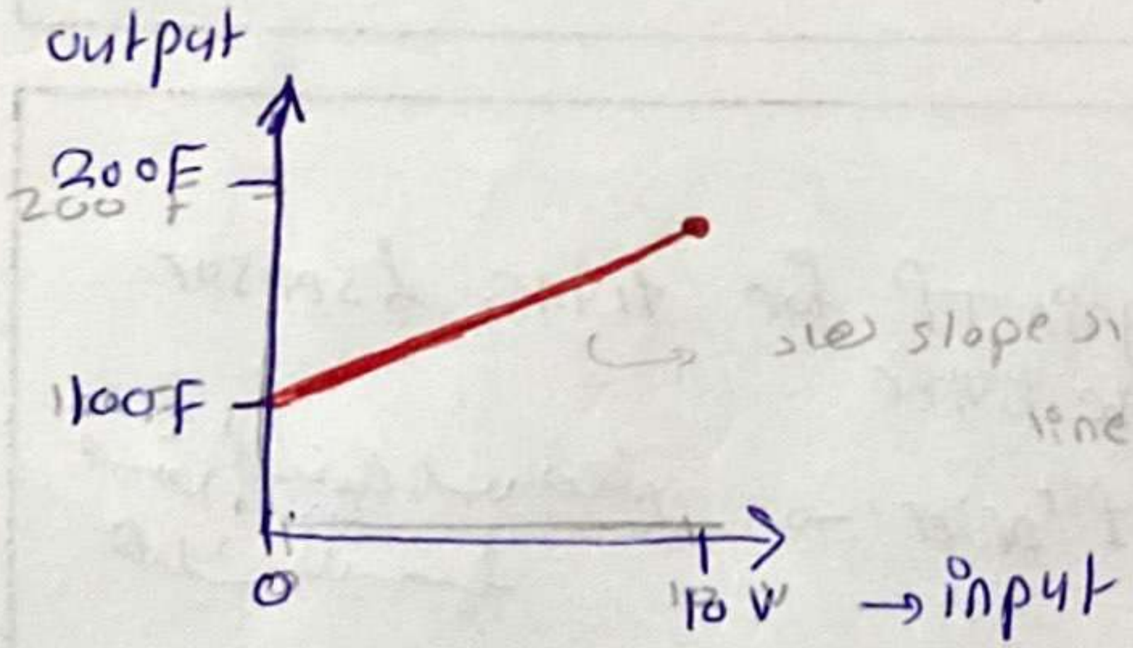

Scanned with CamScanner

لا تخط thermocaple لستوعب لـ 150

و تخطه بدرجة حرارة 200 الـ reading التي تطلع

150 لـ max

error
معظم الوقت

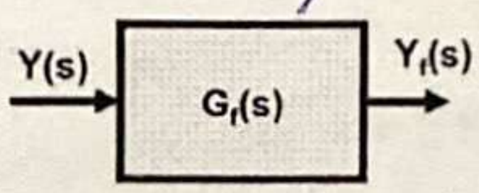



Scanned with CamScanner

➢ *Noise filters*

- *To reduce/remove noise in the measured signal.*
  - *Noise source: process nature (turbulence, vibration, oscillation ...), various noise source from environment, power line, electromagnetic force, etc.*
- *Noise filter Transfer Function:*

$$G_f(s) = \frac{Y_f(s)}{Y(s)} = \frac{1}{\tau_f s + 1}$$

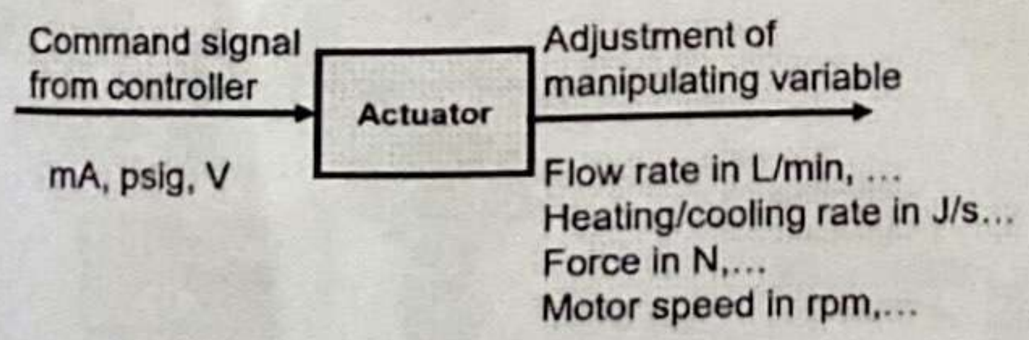


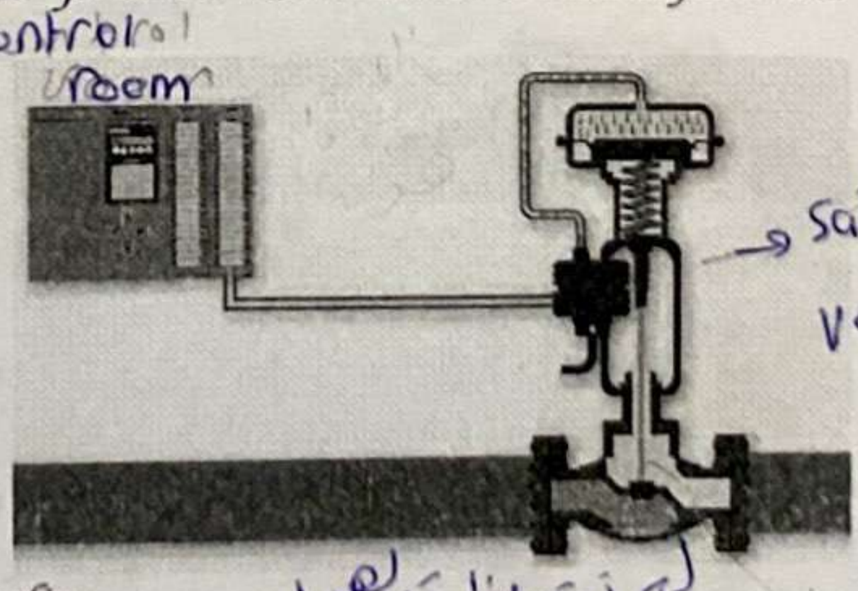

$\tau_f \equiv$ *the noise filter time constant.*



➢ *Actuators*

- *What is actuator? Device that converts the controller output signal to action such as valve opening in order to enable some process variable to be manipulated such as flow rate.*




- *Actuator types:*
  - ✓ *Control valve: pneumatic, electric, or hydraulic.*
  - ✓ *Electric heater: Thyristor or SCR (silicon controlled rectifiers)*
  - ✓ *Pump/Motor speed: Inverter*
  - ✓ *Displacement: pneumatic, electric, or hydraulic.*

لو بدنا نرفع الـ flow نبع الـ air عشان يتعدل الـ conc نبع الـ output
اذا رفعت الـ flow نبع الـ air معناها بدي ازيد كمية الـ air
الـ act. راح ياخد الـ order من الـ controller (اللي هي P(E))
بعديه بنفذ عن طريق الـ control valve

* the main two valve use in industry لشتغلوا ع اشارة الهوا

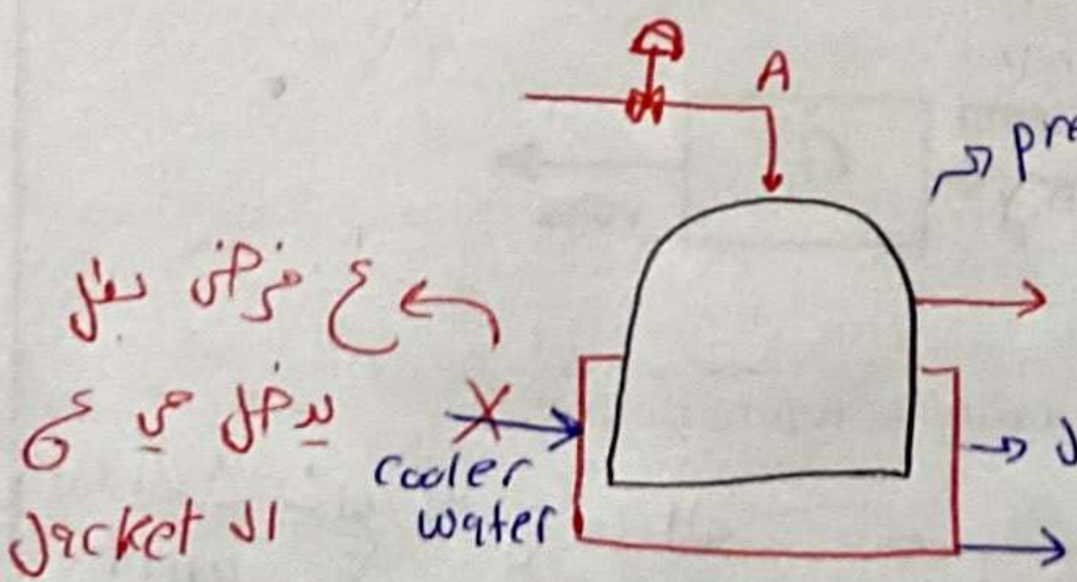
① air to open valve (close Fail)

الـ valve بكون مسكر لما يصير في air Failure فبطل هو في هوا
طالع بسكر، بده هوا عشان يفتح، لما يروح الهوا بسكر بالير
الـ act. بفتح الـ valve حسب قديش الـ psi لاعتة لبسكر
على 3 واقل - اذا صرت ارفع فيه الهوا بالير يفتح حسب
مقدار زيادة الهوا لغاية الـ 15 بكون فاتح كله

② air to close valve

عكسه - لما بالير Failure وبطل في هوا الـ valve بفتح وبالير بسكر
لما اصير ازيد الهوا عند 3 واقل بكون مفتوح وكل ما ازيد بالير بسكر
لغاية ما بسكر كامل
عند 15

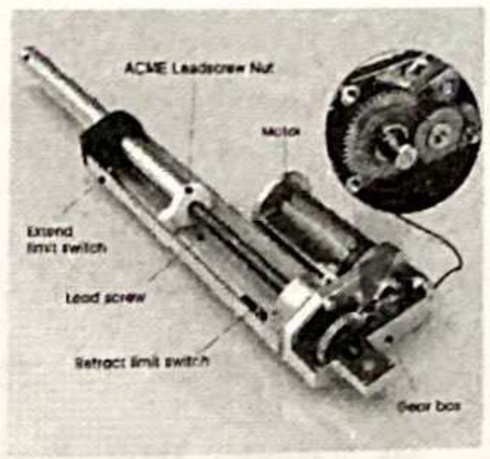
اختار نوع الـ valve حسب الـ safety of operation




حتى امنع الـ rxn انو يكمل عشان
ما يطلع rxn out of cont. وراح يتضغط اكثر وبالير في vapor كتير
وممكن يصل انفجار بهاي الحالة لازم امنع الـ flow اللي داخل
يعني الـ valve لازم يسكر بالكامل ← air to open valve
الا صار الـ Failure سكرنا الـ valve

## Actuators

- Standard instrumentation signal levels and signal conversion transmitters are used:




- Pneumatic: Simple; Low cost; Fast; Low torque; Hysteresis.
- Electric: Motor and Gear box; High torque; Slow.
- Hydraulic: High torque; Fast; Expensive →

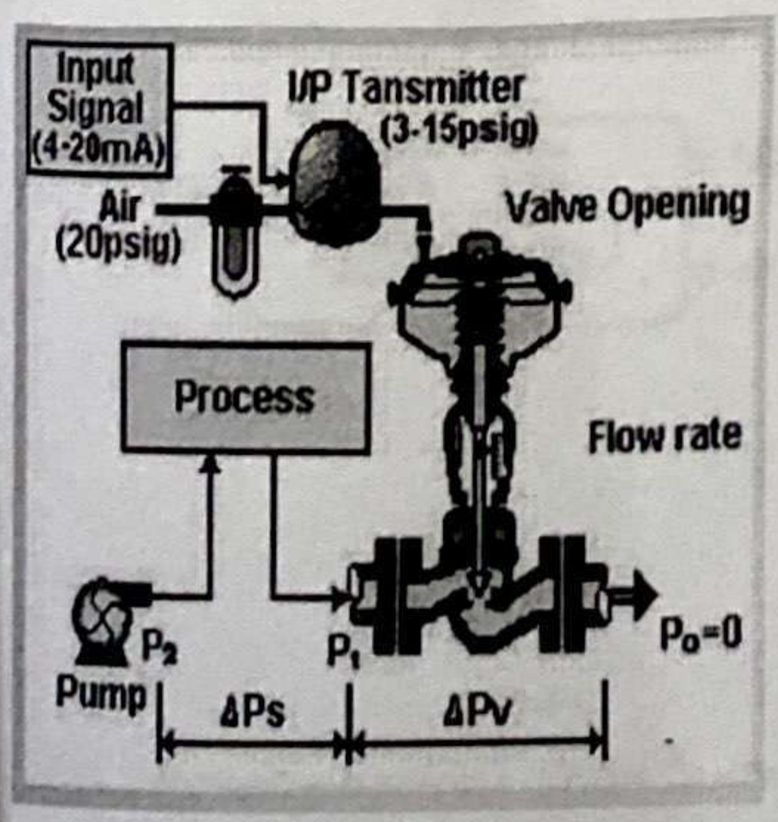


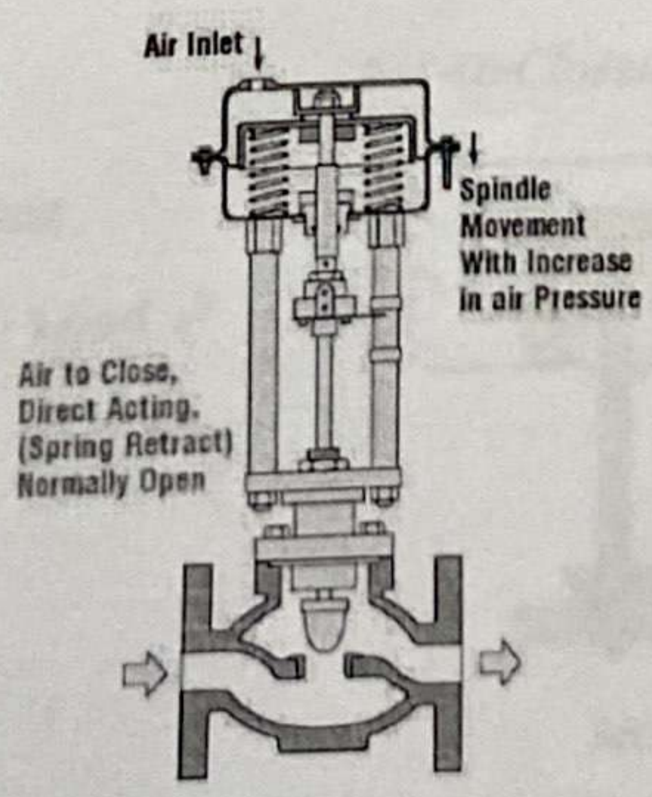

- Thus, it is recommended to use pneumatic control valve:
  - Usually 3~15 psig signal is provided.
  - I/P transmitter converts 4~20 mA signal to 3~15 psig
  - Pneumatic signal via 20 psig air supply.

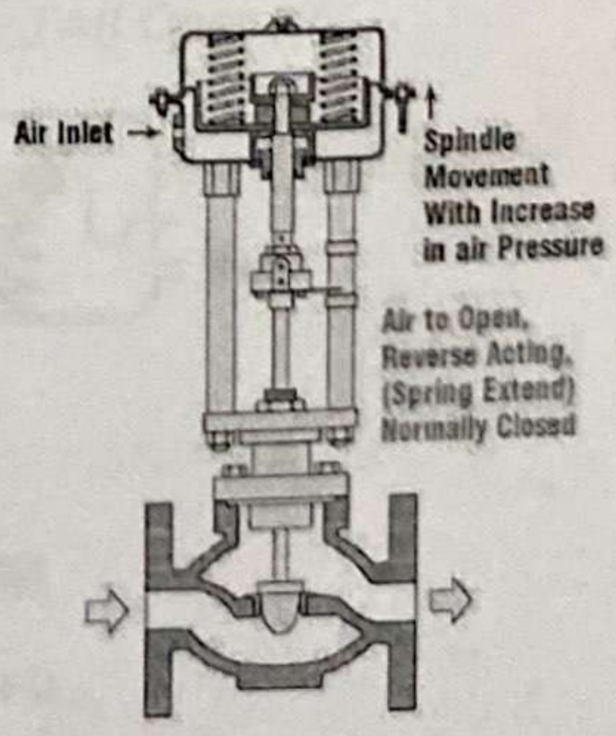


## Actuators

## Pneumatic Control Valve:







Scanned with CamScanner

# Process Control

## Sensors, Transmitters, Filters, and Actuators


The University of Jordan

Chemical Engineering Department

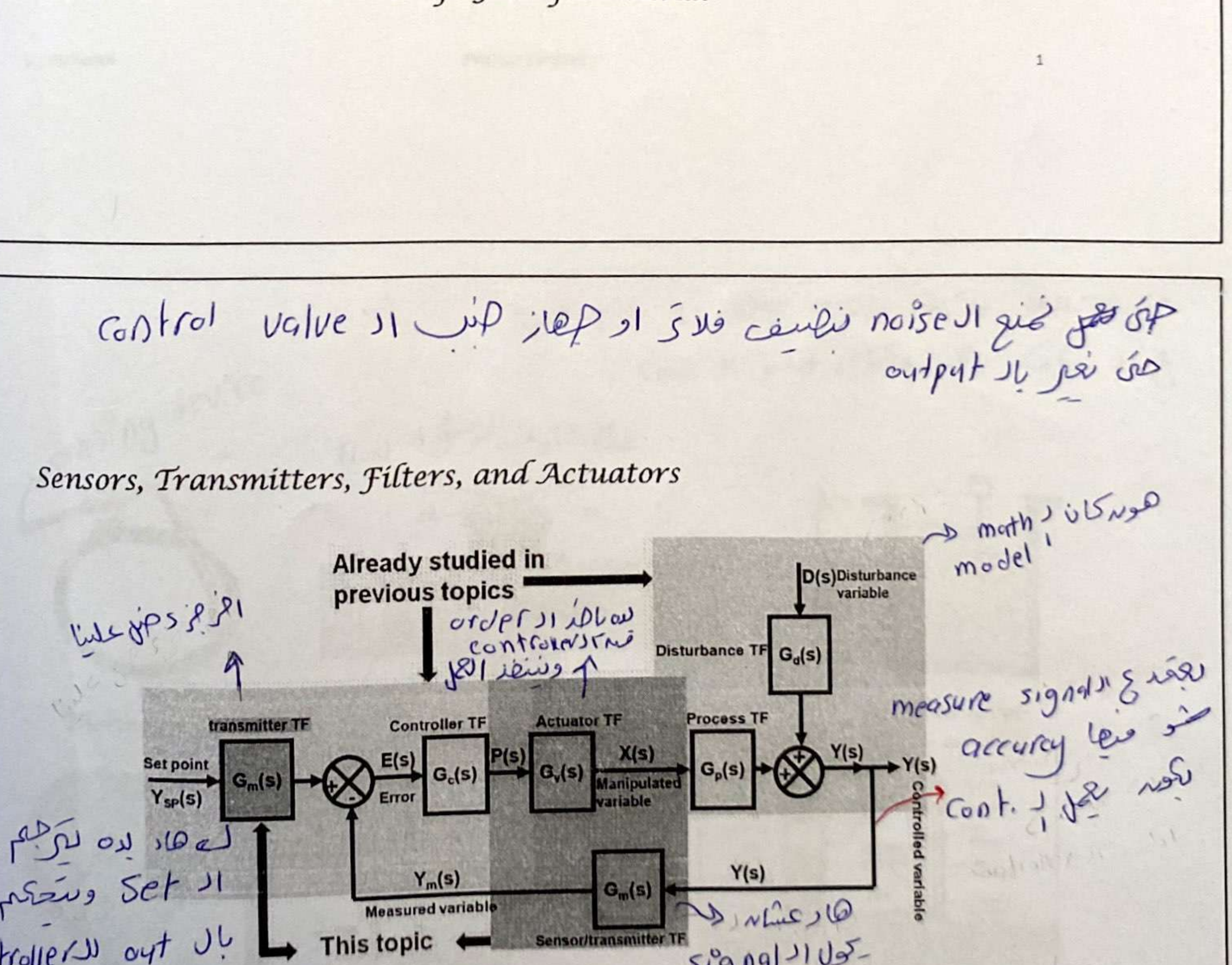

Fall 2022


Prof. Yousef Mubarak




حتى نعمل تنظيف noise الـ control valve او جهاز ضبط او
حتى نغير بال output






"Standard block diagram of feedback controller with one disturbance"




Scanned with CamScanner

ال sensor هي اجهزة تستخدم للقياسات وهي عبارة عن اجهزة حساسة

- Sensors/Transmitters

- What is sensor? A device which produces physical/chemical phenomenon to measure process variable (T, P, q, L, pH,...etc). → liq level
- There are different types of sensors to measure:
  - Temperature: Thermocouple, Resistance Temperature Detector (RTD), and Thermistor, Infrared (IR), ..etc. مزاوجة الحرارة العادي
  - Pressure: Bourdon gage, Piezoelectric Pressure Transducer, Strain Gage Pressure Transducer , Magnehelic pressure gage,..etc.
  - Flow rate: Orifice, Venturi, magnetic, ultrasonic, ..etc.
  - Liquid level: Float level, differential pressure, ultrasonic
  - pH: pH electrode,..etc.
  - Composition: GC, IR, NIR, UV spectrophotometer, electrical conductivity,..etc.



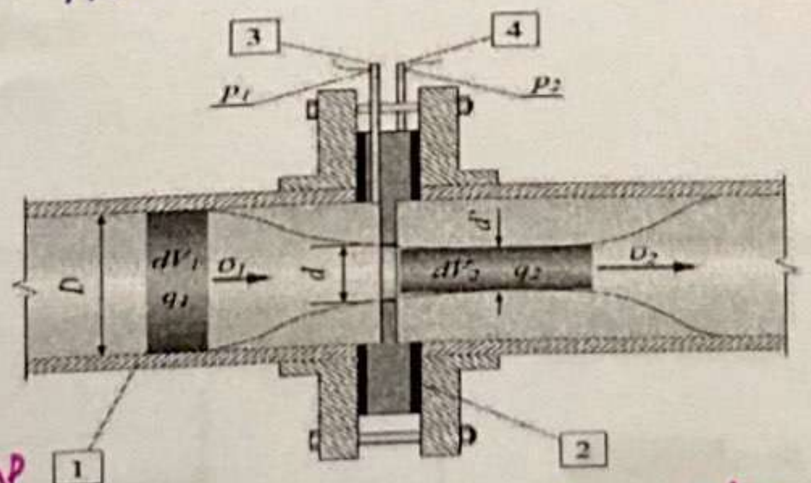
مثل الـ conc. ما اسلم من direc meas. بناخد عينة ع الـ GC وهو بكيك قدش الـ conc.

sensing device

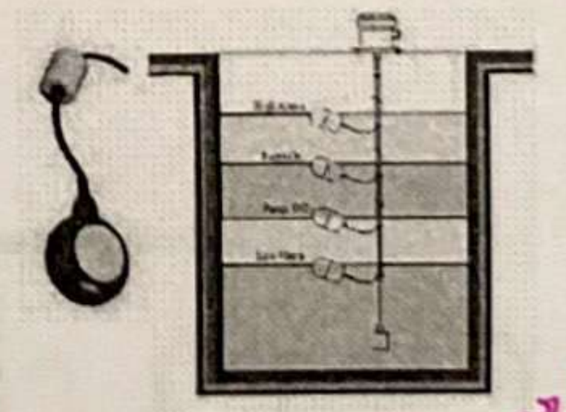


Thermocouple → temp

عشان نشوف قدش الـ Flow



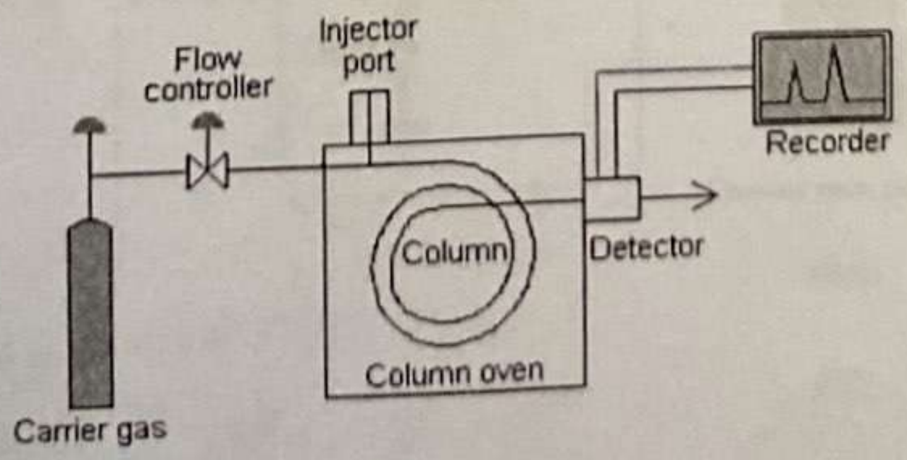

Orifice → Flow rate



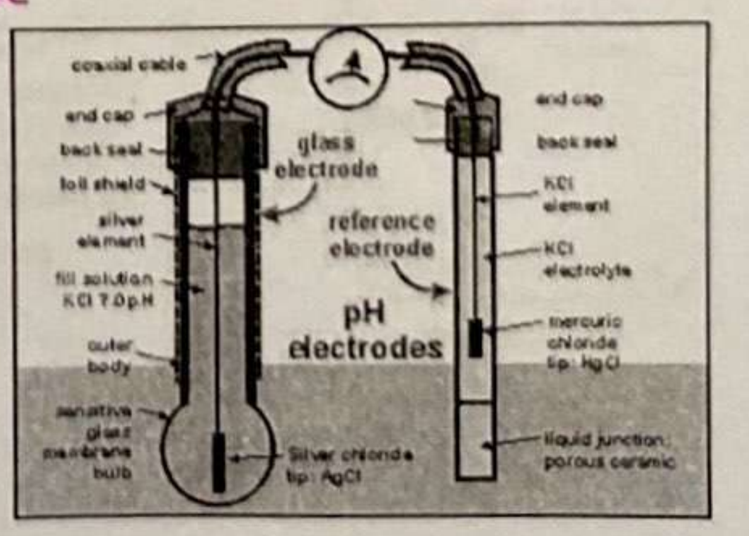
Float level → liq. level



Bourdon gage → pressue




GC → comp




pH electrode



كلها اجهزة قياسات تستخدم حتى نعرف قدش الـ variable موجود او طالع من الـ process

Scanned with CamScanner

ما تتعطى direct reading ← controlled

هو اللي بده يترجم الـ sensor output sensor وهو وسيلة التفاهم بينه وبين الـ Controller والـ sensor او الـ Coop. اللي بالاخير بده يودي ع الـ Cont.

➢ *Sensors/Transmitters*

- *What is transmitter? A device that generates an industrial standard signal from the sensor output.*

هو اللي بده يطلع الـ signal ويوديها ع الـ Controller

- *Standard instrumentation signal levels:*
  - *Voltage: 0~10 VDC, 0~5VDC, -10~+10VDC, ..etc.*
  - *Current: 4~20 mA*
  - *Pneumatic: 3-15 psig*

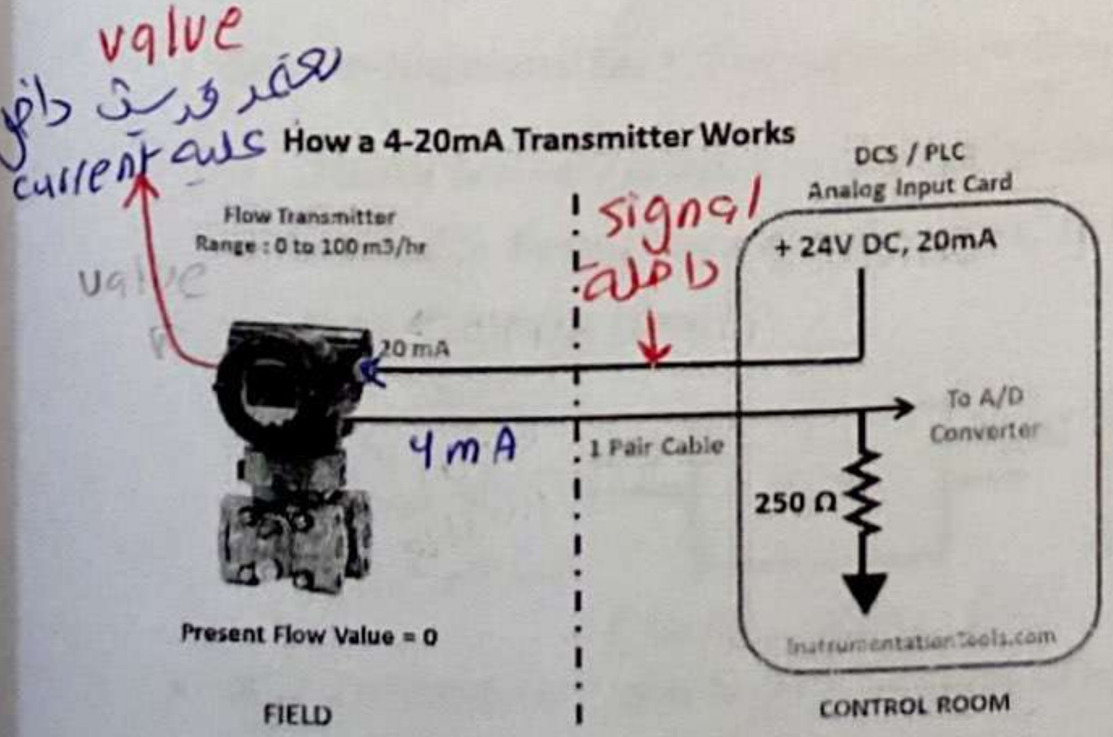
لازم الـ input ع الـ cont. يكون واحد من هدول — حسب الـ Sensitivity للـ Controller اللي بدنا اياها — لشغل ع الهوا يا تتعطيه هوا زيادة او بترك الهوا

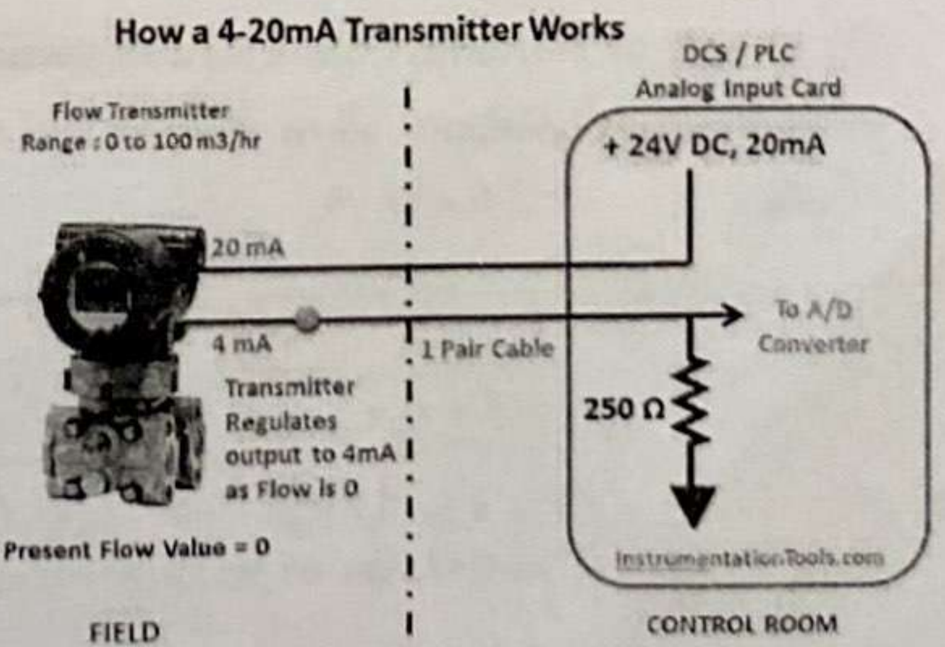
- *Signal Transmitter:*
  - *I/P or P/I converter: current-to-pressure or vice versa.*
  - *I/V (I/E) or V/I converter: current-to-voltage or vice versa.*
  - *P/E or E/P converter: pressure-to-voltage or vice versa.*
  - *A/D or D/A converter: Analog-to-Digital or vice versa.*

بده يطلع signal عشان نعرف الـ cont حسب الـ signal اللي عندك اياها واللي بدك ترجعها ع الـ Controller



➢ *Sensors/Transmitters*




لـ الـ operator بده يسوي شو اللي دخل ع الـ valve والـ response اللي بدو



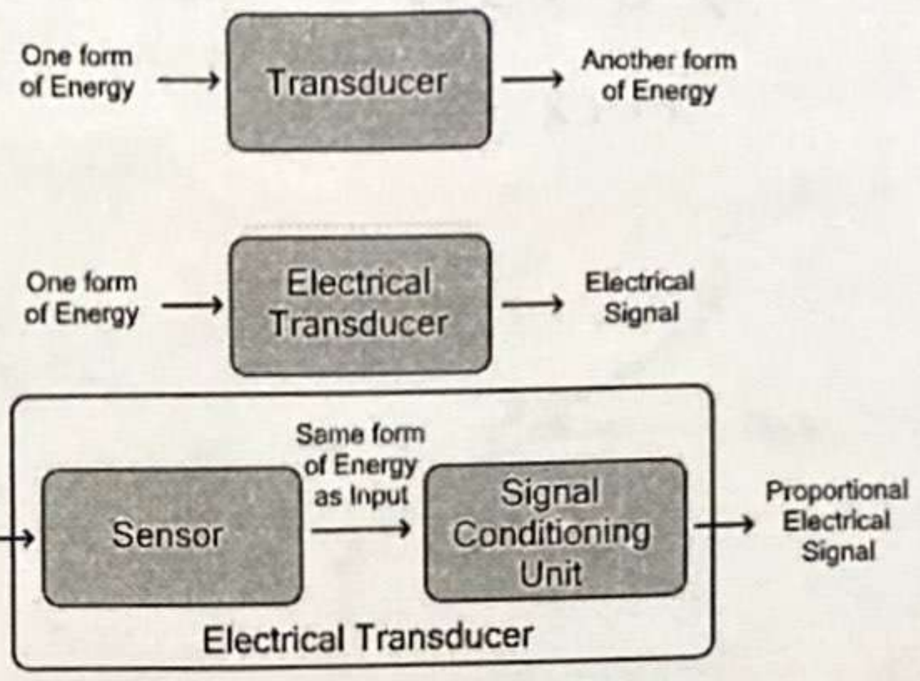
Scanned with CamScanner

في tools بتشتغل على heater او heating element من current بتشتغل لاقو جيبه
older انو زيد او قل الـ current . الـ volt ثابت هوه

➢ *Sensors/Transmitters*

- *Transducer: consists of a sensing element (sensor) combined with a driving element (transmitter).*
- *Most commercial transducers and transmitters have an adjustable input range (or span).*
- *For example, a temperature transmitter might be adjusted so that the input range of a platinum resistance element (the sensor) is 50 to 150 °C.*

متكاملين مع بعض




اذا درجة الحرارة اعلى من 150 او اقل من 50 فا رح يشتغل الـ thermocouple

انا بختار الـ range اللي بدي اشتغل فيه & based material of construct. الـ



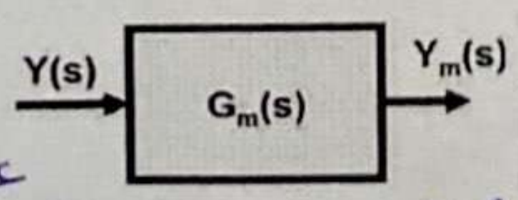
➢ *Sensors/Transmitters*

we have again TF for trans. & sensor
& Filter & noise filter
very simple 1st order →

مش الحقيقة لب نعتبر هيك للتبسيط

- *Sensor-transmitters Transfer Function:*
  - *Many sensor/transmitters have overdamped dynamic responses to step in the variable being measured. Thus, it is a reasonable to be modeled by first-order transfer function:*

$\tau_m$ بدها وقت عشان تستوفي الى بدها تشتغل عشان تشتغل




Gain of trans.

$$G_m(s) = \frac{Y_m(s)}{Y(s)} = \frac{K_m}{\tau_m s + 1}$$

(Volt, Am, psi) Gm بدها طالعة الى signal

Gain الـ مش دايمًا الـ unit الها عشان نطلع معادلة الـ output حسب ما انت بدك لازم ناخ القسمة بعطيك الـ

- $K_m$: *transmitter gain. For temperature transmitter to electrical current signal the unit of $K_m$ is mA/°C.*
- $\tau_m$ : *the transmitter time constant. It is usually of few seconds and it can be neglected when the process space time is of order of minutes.*

لازم يوخذ action سريع بعطيه الكمية



Scanned with CamScanner

50 = meas. signal الـ ← * لما تكون قيمة
المفروض الـ mA اللي داخلة ع الـ tran تكون
4 mA فعندها

ما نقيس تحت الـ 50 ولا فوق الـ 150

حولد بنشتغل ع current

## ➢ Sensors/Transmitters

$\frac{\Delta out}{\Delta in}$

*Example: Find the temperature transmitter gain in mA/°C if the input range is adjusted to be from 50 to 150 °C. What are zero and span of input?*

*By assuming linear variation between output and input:*

عبارة عن slope الـ

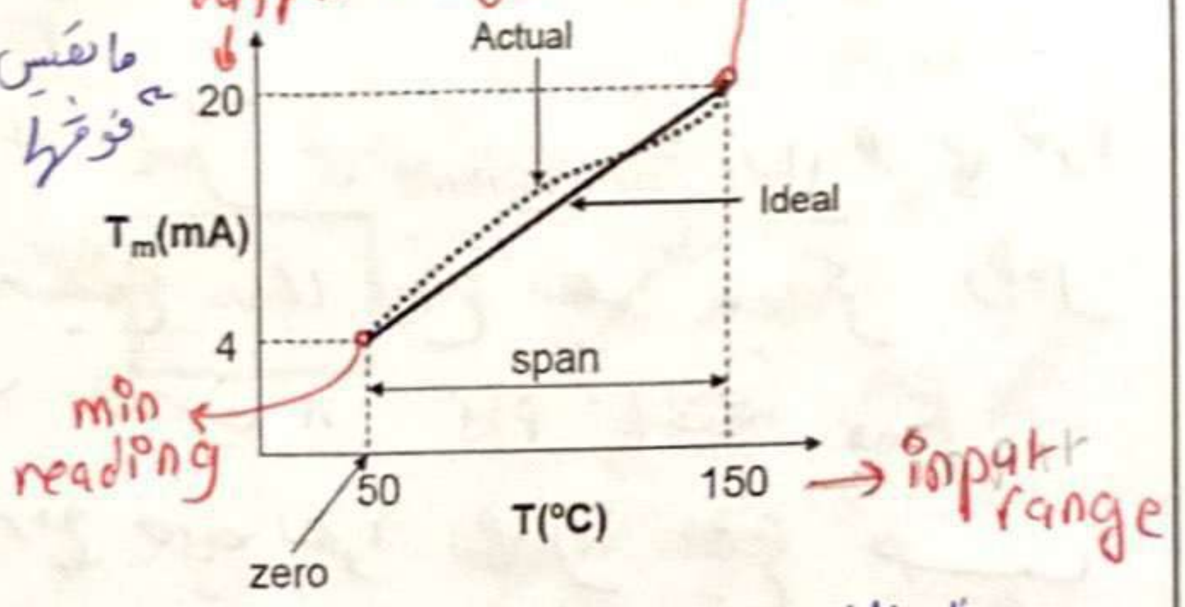
$$\text{Gain} = K_m = \frac{\Delta \text{output}}{\Delta \text{input}} = \frac{20-4}{150-50} = 0.16\ \text{mA/°C}$$

unit طلع لنا

ما نقيس فوقها

output range

max. value




- *The actual variation is NOT linear. However, it is closed to the linearity.*

معظم الحالات العلاقة بين الـ in والـ out مش linear بكبر كنا افترضنا انها خطية للتسهيل وهي بعيدة عن الـ ideality

4-20 ← current طالع

50-150 ← وداخل حرارة



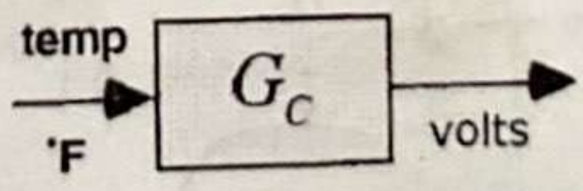
## ➢ Sensors/Transmitters

الـ controller هاد بشتغل ع الـ volt واذا بدنا نحول volt نعمل دعلوع منه

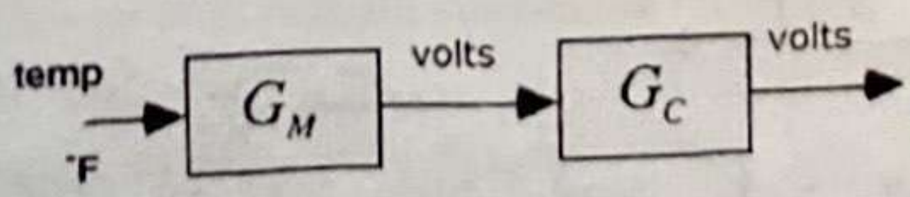
*Example: Suppose that a controller output signal has a range of 0-10 volts and it receives a temperature values with a range of 100-200 °F. Find the controller gain.* ← range of controller

*How can you obtain a dimensionless $K_c$?* ← Input to trans ← $K_c$

$$\text{Dimensional } K_c = \frac{\Delta \text{output}}{\Delta \text{input}} = \frac{10-0}{200-100} = 0.10\ \text{volt/°F}$$




- *To obtain dimensionless gain, transmitter must be installed before controller:*




اذا بدك تطلع gain ما الو unit مثل الـ prop cont. بلزم الـ trans تكون طالعة unit بدون gain

trans تضيف قبل الـ controlled



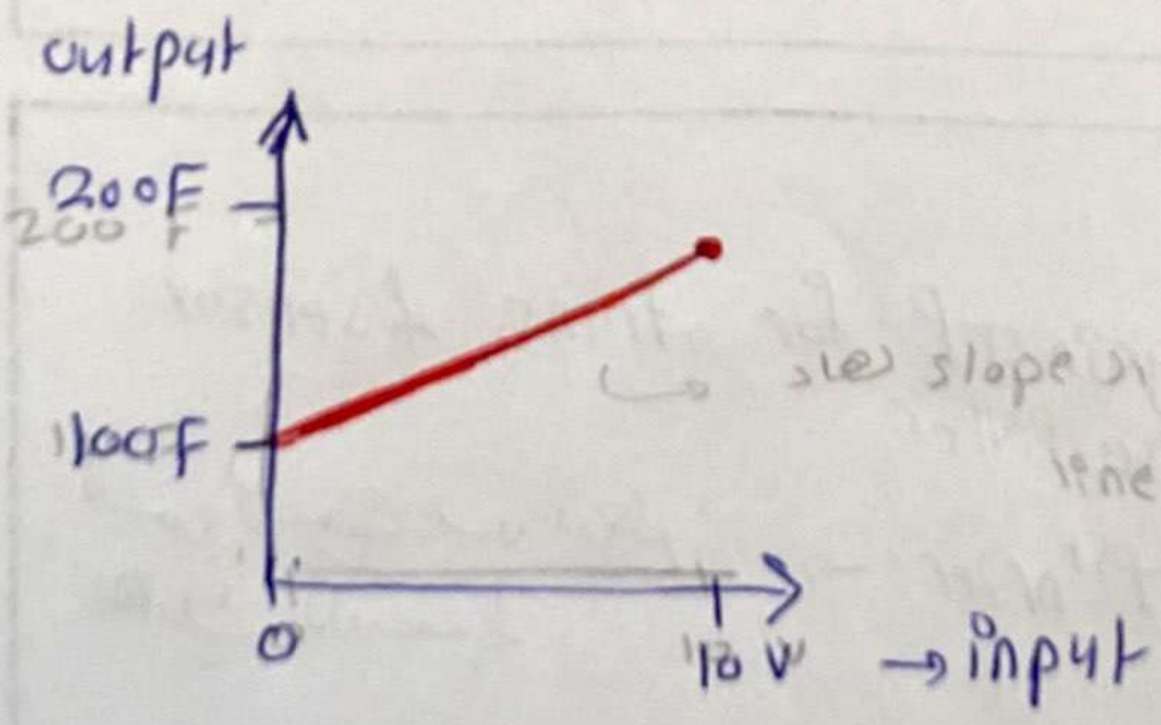

Scanned with CamScanner

لا تحط thermocouple لستوعب لـ 150

و تحطه بدرجة حرارة 200 لـ reading اللي بتطلع

error
معظم الوقت

150 لـ max




Scanned with CamScanner

اذا ال signal الي طلعت noisy
ال trans طارح مقدار معطى
one fixed value او output ثابت

يعني اي noise موجود
على signal

➢ *Noise filters*

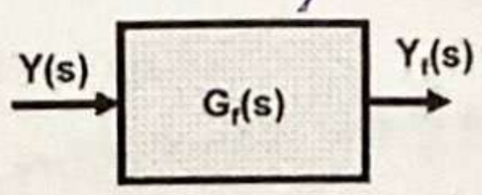
- *To reduce/remove noise in the measured signal.*
  - *Noise source: process nature (turbulence, vibration, oscillation ...), various noise source from environment, power line, electromagnetic force, etc.*

another tf

- *Noise filter Transfer Function:*

1st order without gain

$$G_f(s) = \frac{Y_f(s)}{Y(s)} = \frac{1}{\tau_f s + 1}$$




لانو فالله خلاقه بدّ هو مجرد انو ينضّي ويوضح الاشارة عشان يوطيها لل trans

constant

$\tau_f \equiv$ *the noise filter time constant.*



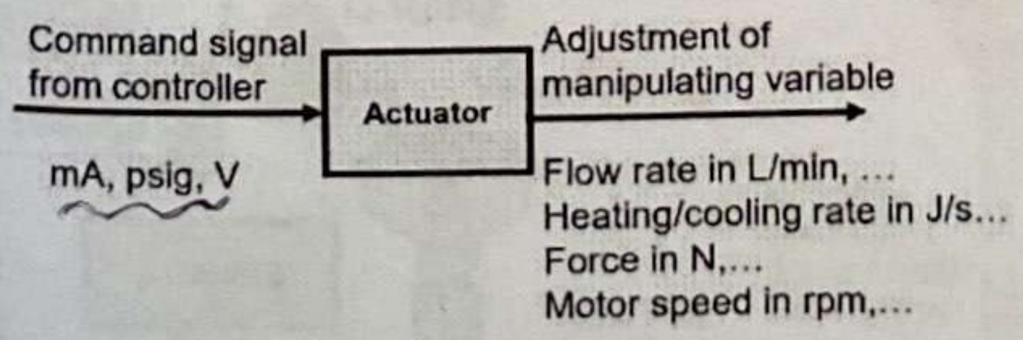
عشان ال P(t) اللي طالعة من ال controller
تروح ع ال process وتغير بال parameter
تعود ال process وسيلة التنفيذ هي
ال actuator

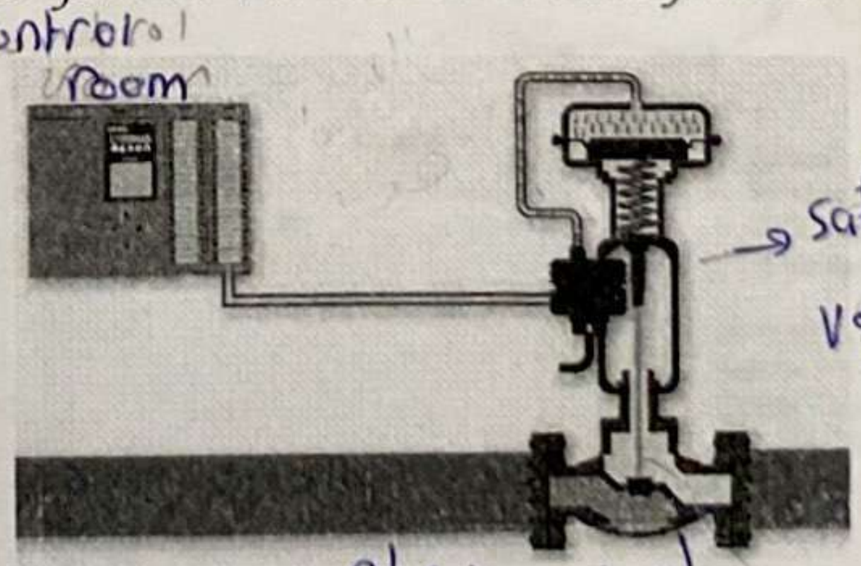
ذراع التنفيذ ←

➢ *Actuators*

- *What is actuator? Device that converts the controller output signal to action such as valve opening in order to enable some process variable to be manipulated such as flow rate.*

P(t) مو




لل تقع اذا قل الهوا
وسكر اذا زاد

- *Actuator types:*
  - ✓ *Control valve: pneumatic, electric, or hydraulic.*
  - ✓ *Electric heater: Thyristor or SCR (silicon controlled rectifiers)*
  - ✓ *Pump/Motor speed: Inverter*
  - ✓ *Displacement: pneumatic, electric, or hydraulic.*



ابسط مثال ع ال actuator
هو ال valve عندك Flow
بدك تزيده او تقلله
ال signal ع ال based
حاي صمّام


Scanned with CamScanner

لو بدنا نرفع الـ flow بيع الـ air عشانه يعدل الـ conc بيع الـ output
اذا رفعت الـ flow بيع الـ air معناها بدي ازيد كمية الـ air
الـ act. راح ياخد الـ order من الـ controller (اللي هي P(I)
بعديه بنفذ عمله لحركة الـ control valve

* the main two valve use in industry لشتغلوا ع اشارة الهوا

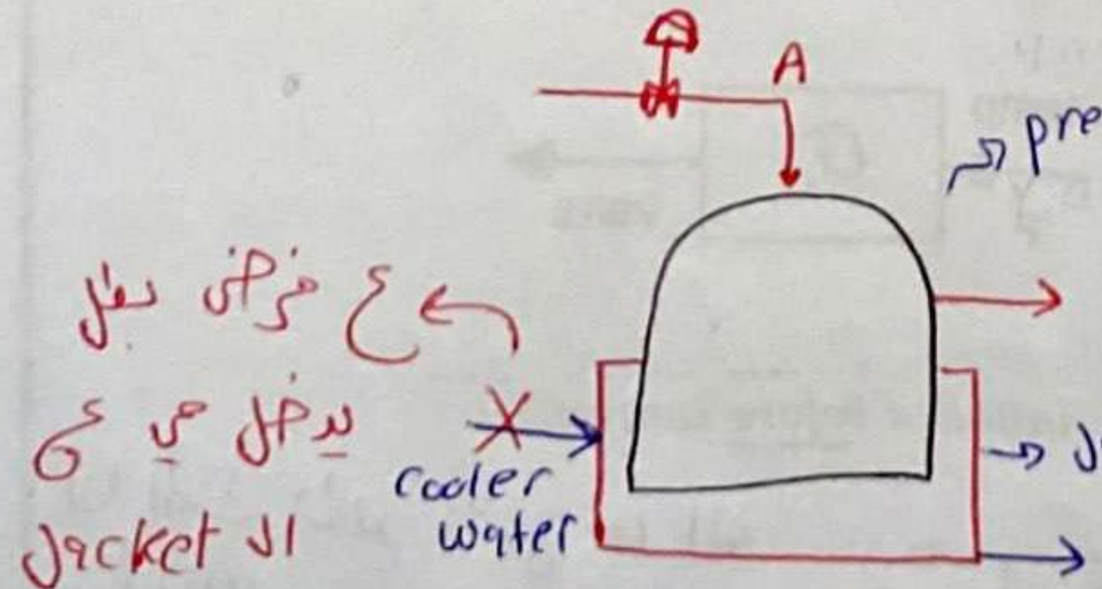
① air to open valve (close Fail)

الـ valve بكونه مسكر لما يصير في air failure بطل هو في هوا
راح يسكر، بدو هوا عشانه يفتح، كما يروح الهوا بسكر باير
الـ act. بفتح الـ valve حسب قديش الـ psi لاعبة لسكر
على 3 واقل - اذا صرت ارفع فيه الهوا باير يفتح حسب
مقدار زيادة الهوا لغاية الـ 15 بكونه فاتح كله

② air to close valve

عكسه - لما باير Failure وبطل في هوا الـ valve بفتح وباير بسكر
لما اصير ازيد الهوا عند 3 واقل بكونه مفتوح وكل ما ازيد باير بسكر
لغاية ما بسكر كامل
عند 15

اختار نوع الـ valve حسب الـ Safety of operation

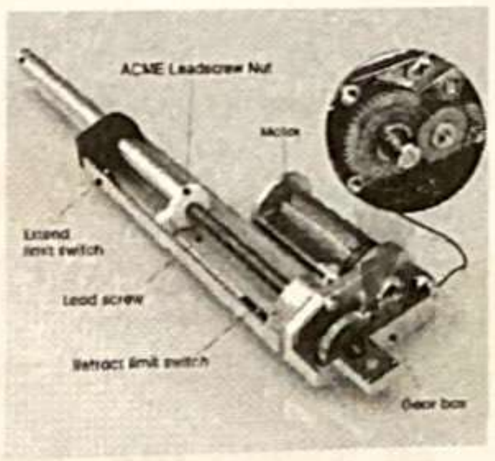



بدخل في الـ jacket

حتى امنع الـ rxn انو يكمل عشانه
ما يطلع out of cont. rxn وراح يتضغط اكثر وباير في vapor كتير
وممكن يصل انفجار بهاي الحالة لازم امنع الـ flow اللي داخل
يعني الـ valve لازم يسكر بالكامل ← air to open valve
الا صار الـ failure بسكرنا الـ valve

➢ *Actuators*

- *Standard instrumentation signal levels and signal conversion transmitters are used:*




- *Pneumatic: Simple; Low cost; Fast; Low torque; Hysteresis.*
- *Electric: Motor and Gear box; High torque; Slow.*
- *Hydraulic: High torque; Fast; Expensive →*

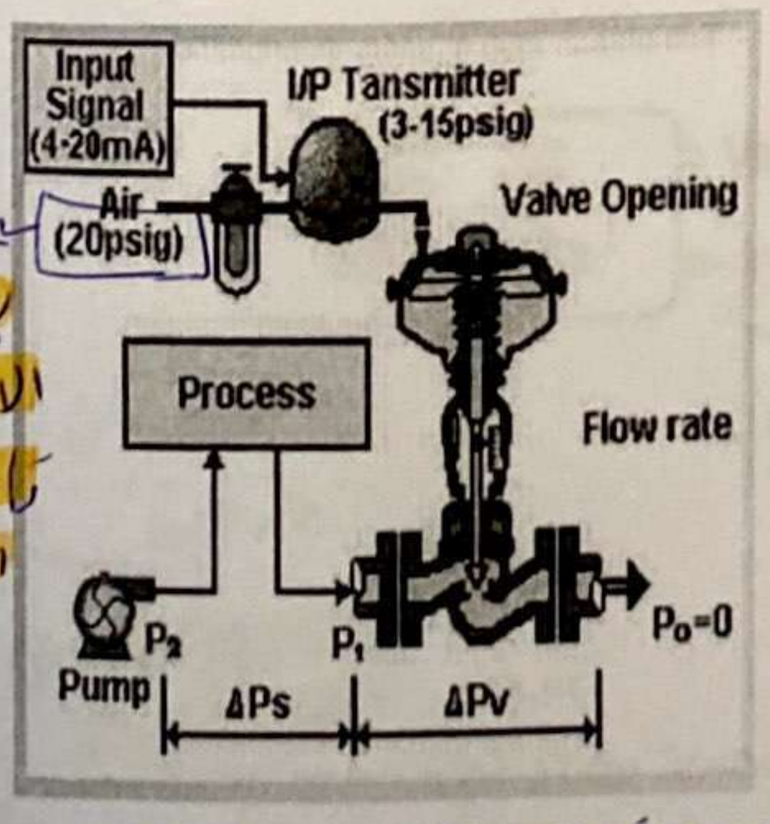


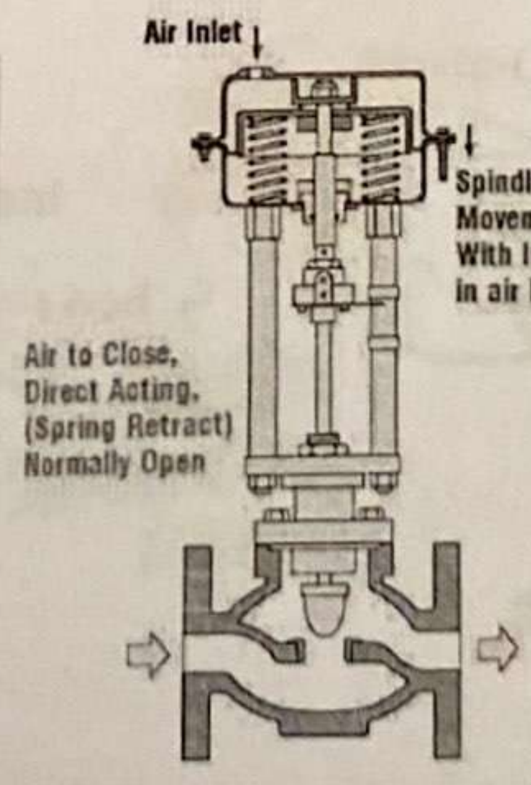

- *Thus, it is recommended to use pneumatic control valve:*
  - *Usually 3~15 psig signal is provided.*
  - *I/P transmitter converts 4~20 mA signal to 3~15 psig*
  - *Pneumatic signal via 20 psig air supply.*



➢ *Actuators*

➢ *Pneumatic Control Valve:*






➢ *Actuators*

*Action of pneumatic control valve:*

*As air pressure increases, the valve opening can become larger or smaller:*

1. *Air-to-open (A/O) or (A-O) valves; (normally closed; fail close): as the air pressure increases, the valve opening gets larger.*
2. *Air-to-close (A/C) or (A-O) valves; (normally opened, fail open): as the air pressure increases, the valve opening gets smaller.*

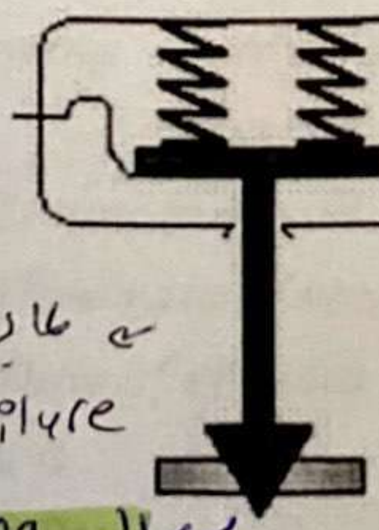
➢ *The selection of A/O or A/C should be made based on the safety consideration.*



➢ *Actuators*

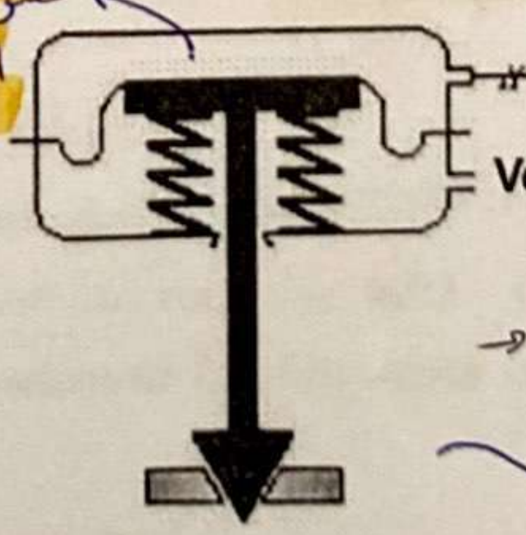
*Air-to-open and Air-to-Close valves:*

*Air-to-Open/Fail Closed*




*(Reverse action) Stem "extends on Loss of air pressure*

*Air-to-Closed/Fail Opened*




*(Direct action) Stem "retracts" on Loss of air pressure*



Scanned with CamScanner

* المشكلة كلها برفع وتنزيل الـ stem - فدرس الهوا اللي جاي لبده يرفع الـ stem او ينزله - اذا الـ stem بتجاوب مع معناها الـ comp. بدها تشتغل مع وعطيني الـ out اللي بدي اياه

اذا اجت الـ signal قلاء 5psi وبدي الـ valve يفتح تنفض، هو فعليا ما راح يفتح ↑

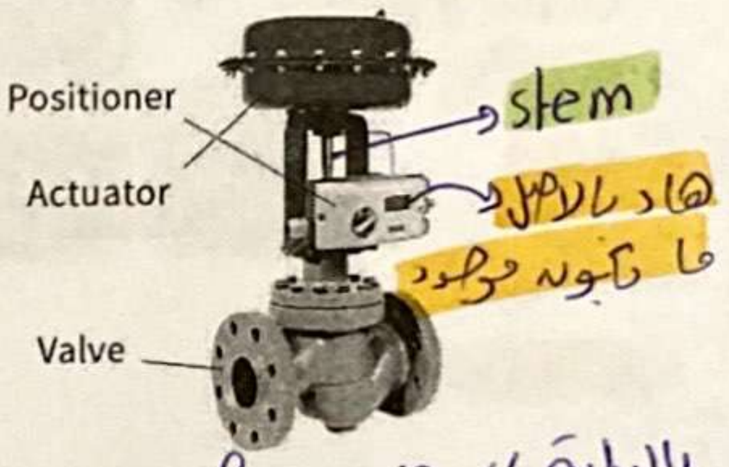
➢ *Actuators*

*Hysteresis in pneumatic control valve:*

- *Hysteresis: when the command signal (pneumatic signal) is going up and down, the flow rate will not be same even though the command signal is same depending on the direction of signal change.*
- *Hysteresis happens due to friction between the stem and packing, loose linkage, stiction (static friction), etc.*
- *Hysteresis remedy*
  - ✓ *Change the command signal by lowering or increasing it momentarily.*
    - ✓ *or use valve positioner: the valve positioner is a controller which can synchronize the command signal and its corresponding valve stem position.*

➢ *By using valve positioner, hysteresis can be overcome.*

➢ *A valve positioner is a device used to increase or decrease the air load pressure driving the actuator of a control valve until the valve's stem reaches a position balanced to the output signal from the process variable instrument controller.*






➢ *Actuators*

*Pneumatic Control Valve*

*Example: Pneumatic control valves are to be specified for the applications listed below. State whether an A/O or A/C valve should be specified for the following manipulated variables:*

(a) *Steam pressure in a reactor heating coil:* A/O
(b) *Flow rate of reactants into a polymerization reactor:* A/O
(c) *Flow of effluent from a wastewater treatment holding tank into a river:* A/O
(d) *Flow of cooling water to a distillation condenser:* A/C
(e) *Furnace fuel valve:* A/O
(f) *Coolant valve in exothermic reactor:* A/C



Scanned with CamScanner

loose linkage ← الـ signal حتى لو جاي من الـ cont. صح
الـ act. بنفذ ما بنفذها بيكون صح بسبب الـ linkage اللي
بكون موجود

stiction ( static friction )
← الـ (stem) بيظل متحرك

بعد
Valve positioner ← تعديل حركة الـ stem في حال صار اي نوع
من الاسباب اللي خلته ما يشتغل صح

* مثلاً عند الـ 3 المفروض ما يطلع شي اذا لقى انو في شي طالع
معناها في تعريب بروح الـ positioner يسكر الـ stem اكتر
ونفس الشي عند الـ 15 اذا كان A/O اذا ما فتح كامل بروح
الـ positioner يفتح الـ stem اكتر
اذًا وظيفته تعديل فتحة الـ stem بناءً ع الـ signal اللي جاي
من الـ controller
* مثال آخر :- اذا اجت الـ signal مثلاً 9 وكان بدي اياه يفتح
1 psi 50٪ لكن هو فتح 95٪ بروح الـ pos. يعطيه كما بدّع فرضاً
عشان يوصل 50٪ بالتالي بتصير الـ actual الموجودة بحجرة
الـ valve هي 10 مش 9 زي قراءة الـ controller

Coolant → A/C
heating → A/O

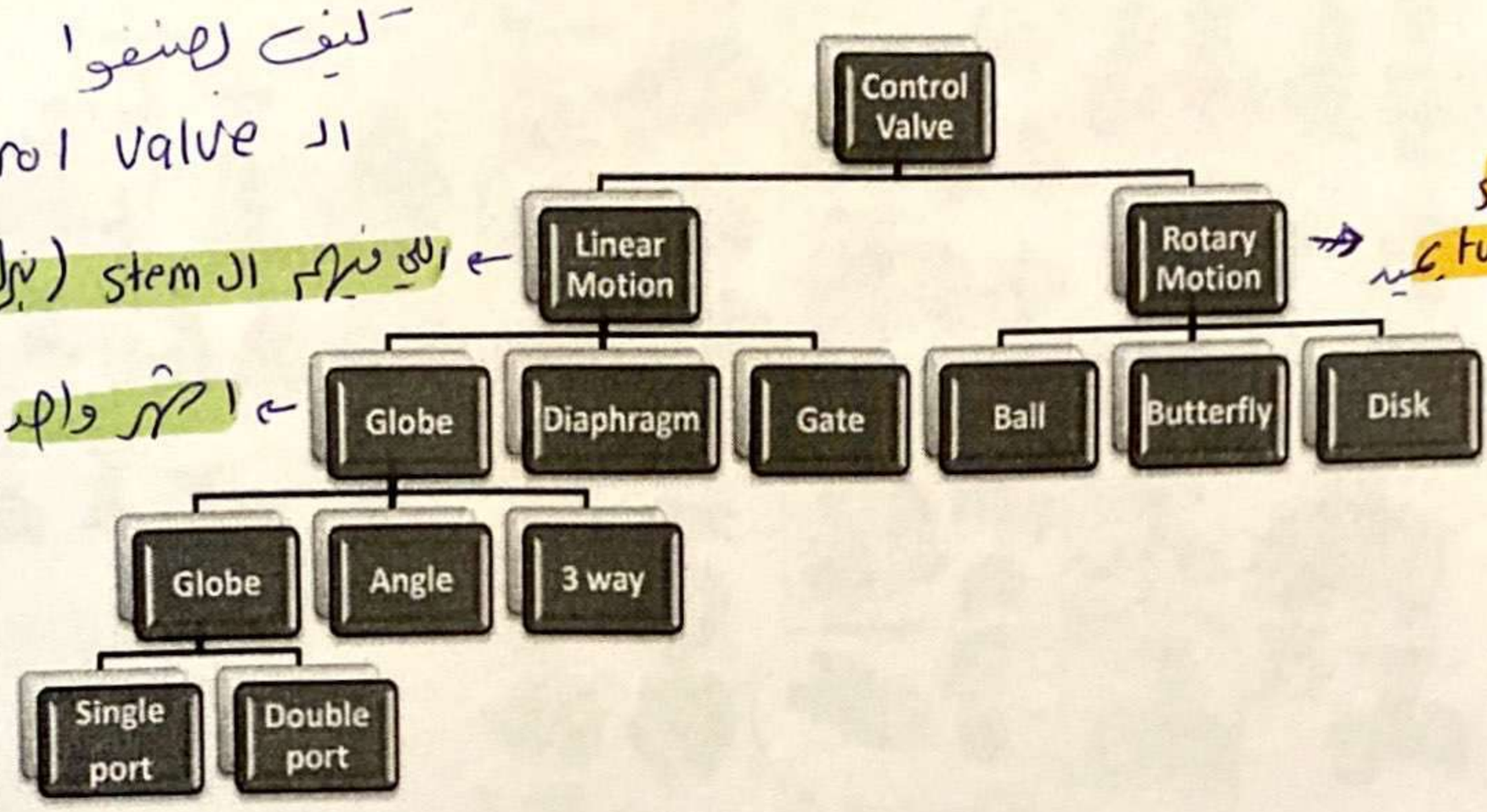
Scanned with CamScanner

يصنفوهم حسب كيف يفتح ال valve

➢ *Actuators*

*Control valves classification:*

كيف يصنفوا
؟ control valve ال

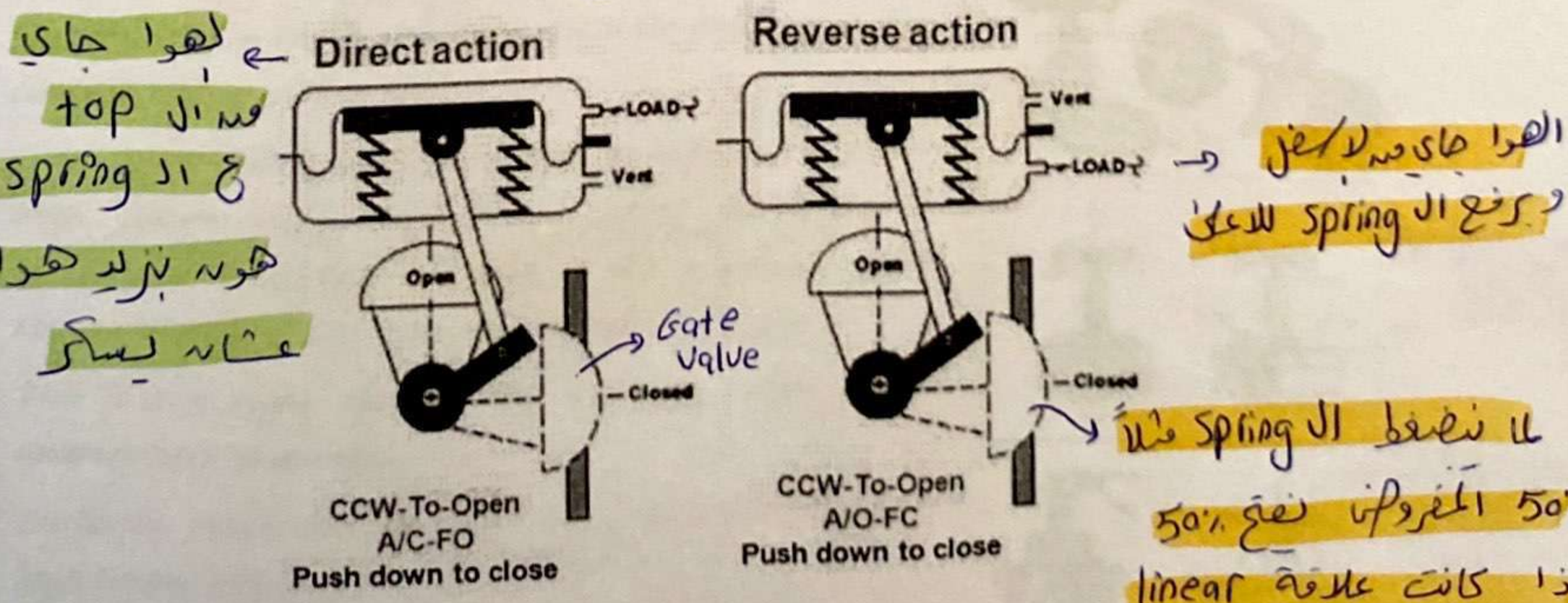



اللي فيهم ال stem (بنزل وبطلع)
ا خر واحد
ما في stem بكسه ال twist بعيد
وسيار هي اللي بتفتح وبتسكر
valve ال



*Control valves classification:*

عكس بعض




الهوا جاي فوق ال top ع ال spring هون بزيد هدا عشان يسكر

الهوا جاي من تحت بدفع ال spring للاعلى

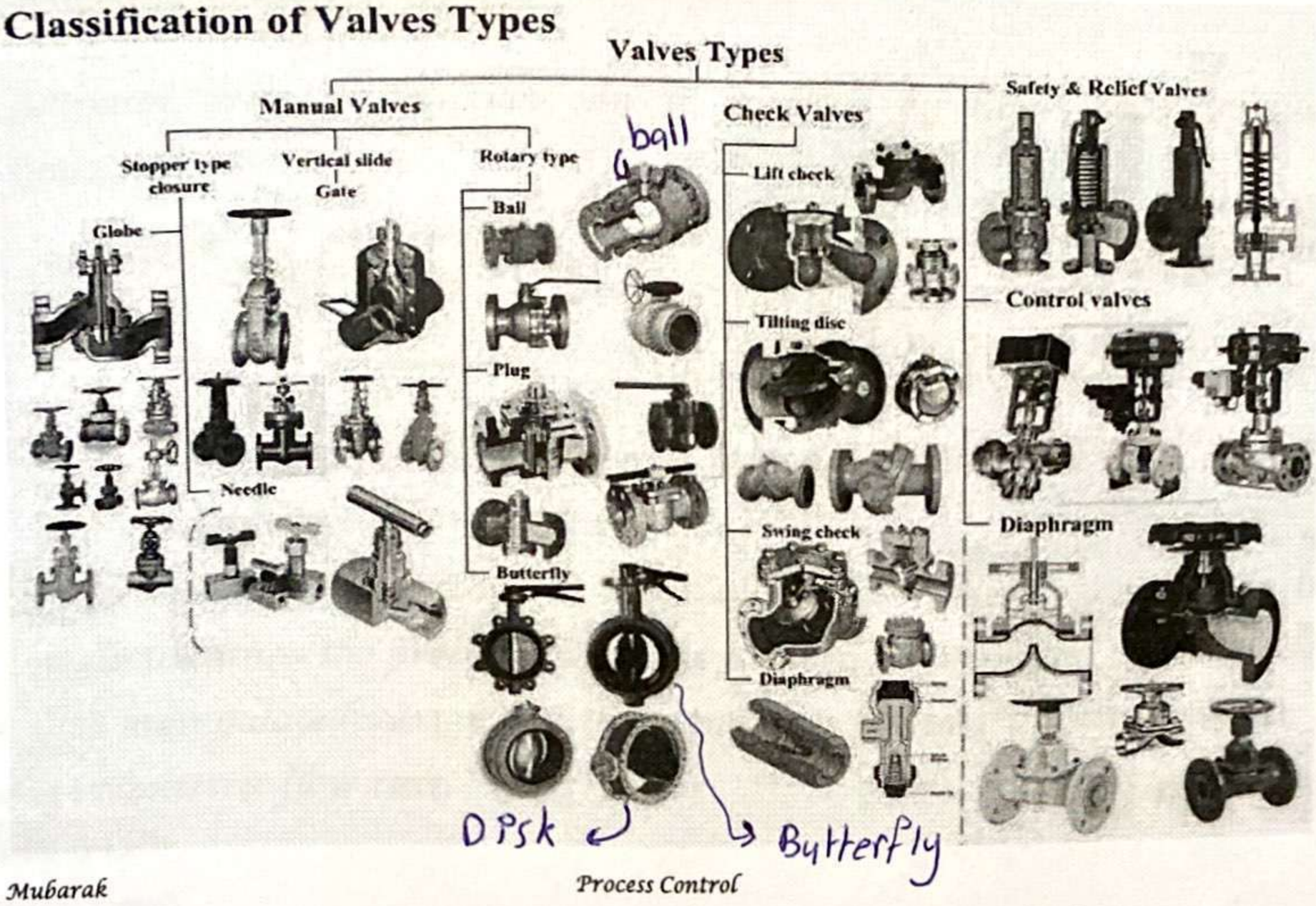
لا تنضغط ال spring فتلا 50% المفروض 50% تفتح
اذا كانت علاقة linear
اذا فيها الهوا قل المفروض يصير vertical ويفتح كامل

CCW: counterclockwise




Scanned with CamScanner

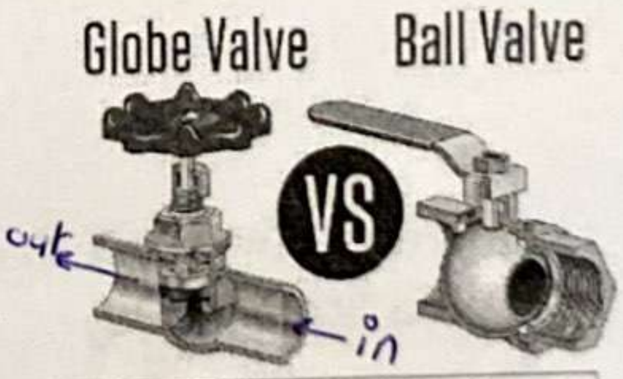
## Classification of Valves Types






معظم حالات ال Fluid مع ال direct contact في Valve ال Diaphragm بسبب الخراب بسبب الجزيئة بكونه اسرع من ال

*Characteristics of some control valves:*

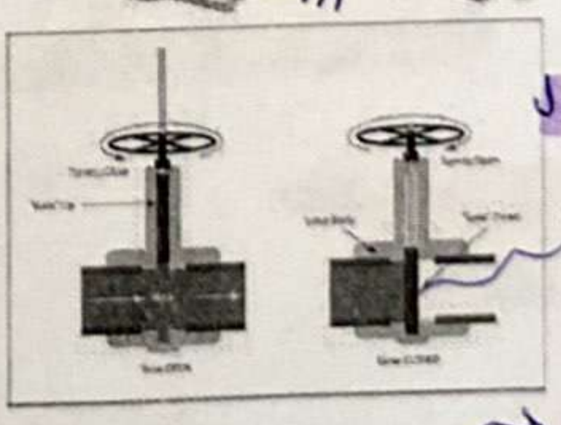



- *Globe valve: rugged, usually the most expensive, particularly in the larger sizes, accurate and repeatable control, high pressure drop.*
- *Gate Valve: sliding disc (gate), ideal for high pressure and high temperature applications where operation is infrequent, multi-turn or long stroke pneumatic and electro-hydraulic actuators are needed, poor control.*
- *Ball Valve: tight shutoff, high capacity with just a quarter-turn to operate.*
- *Butterfly Valve: damper valve, most economical valves, high torque required →*
- *Diaphragm Valve: simplest, tight shutoff, isolated, ideal for corrosive, slurry and sanitary services.*

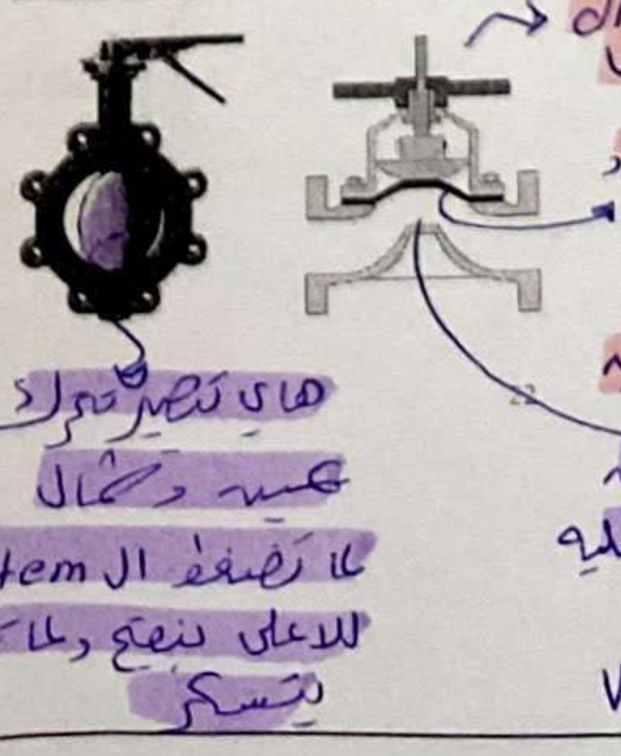
ذلك سلغوم اكثر مدة عشانه نفتح/نسكر بالكامل

ندحرك 90 درجة عشان نفتح او نسكر بالكامل

corrosive → ما بسبع ال Fluid بيلامس مباشرة Valve Controller مع ال



ال gate بنزل كله لتحت







Scanned with CamScanner

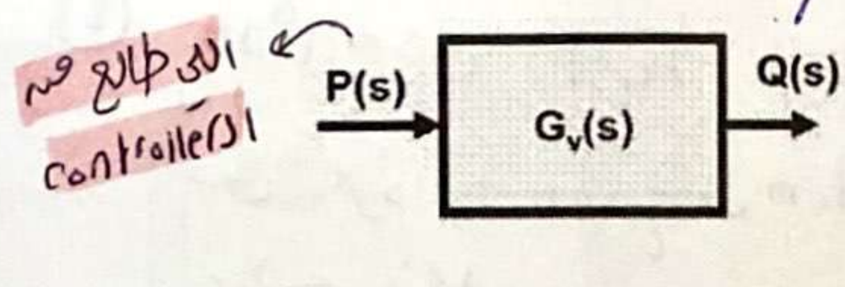
Globe Valve ← عادة لستخدموهم للاحجام الكبيرة لانو صعب تتحكم فيهم لانو ال pressure drop بيزيد Flow تكون عالي ، بالتالي بدك حتى يتحمل الضغط اللي داخل ال pipe

Scanned with CamScanner

قلنا الـ Valve بده يتحكم بـ flow ( Φ )

## Actuator Transfer Function:

- Actuator transfer function can be modeled by first- order transfer function:




$$G_v(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{K_v}{\tau_v s + 1}$$

- $K_v$: actuator gain. If the actuator is pneumatic control valve $K_v$ has the unit of volumetric flow rate divided by psig.
- $\tau_v$: actuator time constant. It is usually of few seconds and it can be neglected when the process space time is of order of minutes.
- Q(s): manipulated variable, If the actuator is pneumatic control valve , it is volumetric flow rate.



### Determination of the actuator gain ($K_v$)

- Consider control valve actuator:
  - The flow rate q(t) is the manipulated variable. It has the following discharge equation:

$$q(l) = C_v f(l) \sqrt{\frac{\Delta P_v}{SG}}$$

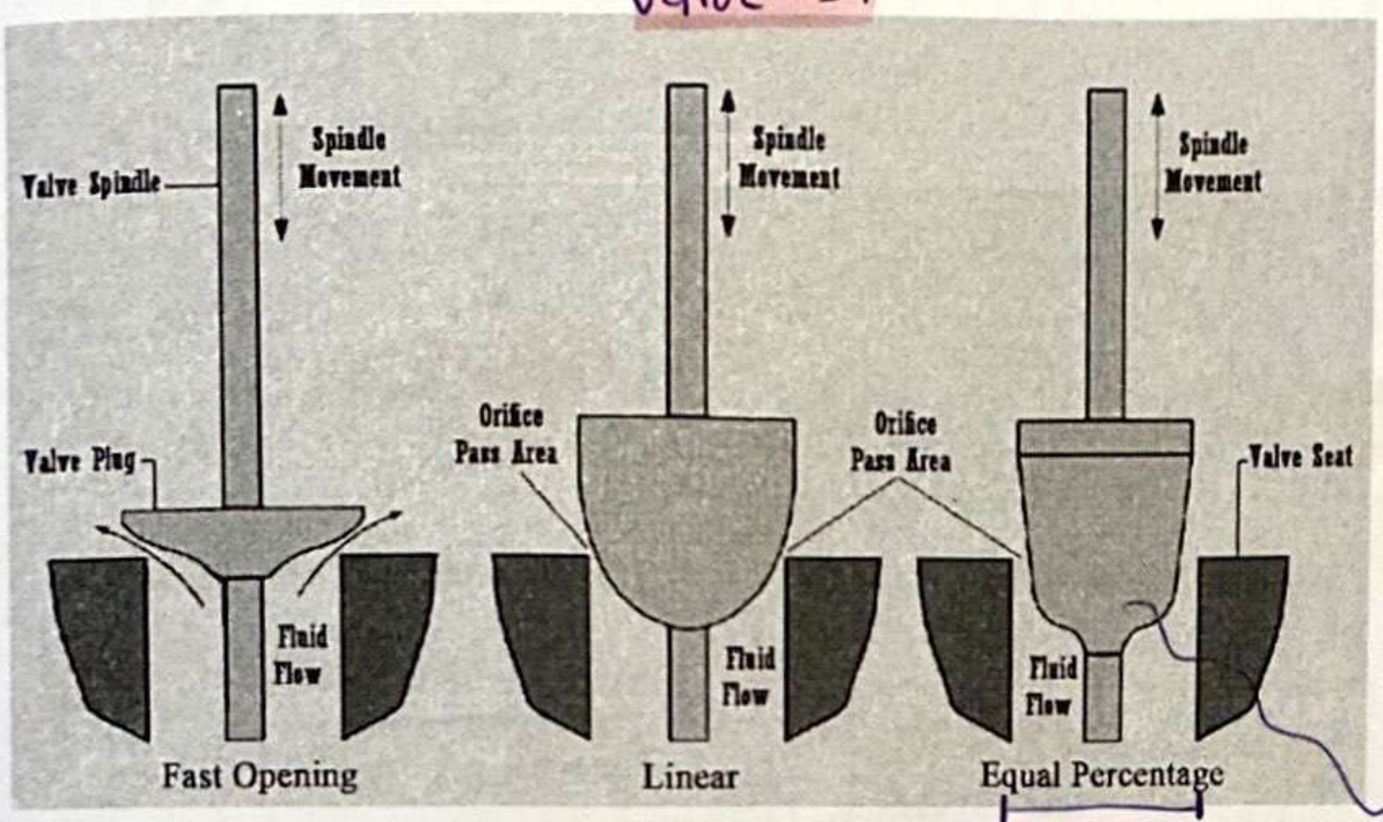
- $l$: valve opening (dimensionless) with the range $0 \le l \le 1$
  - $l = 0$ : The valve is completely closed.
  - $l = 1$ : The valve is fully opened.
- $C_v$ : Valve loss coefficient. It is decided by valve size and type.
- SG: Specific gravity of the fluid at flowing conditions.
- $\Delta P_v$ : Pressure drop across the valve in psi

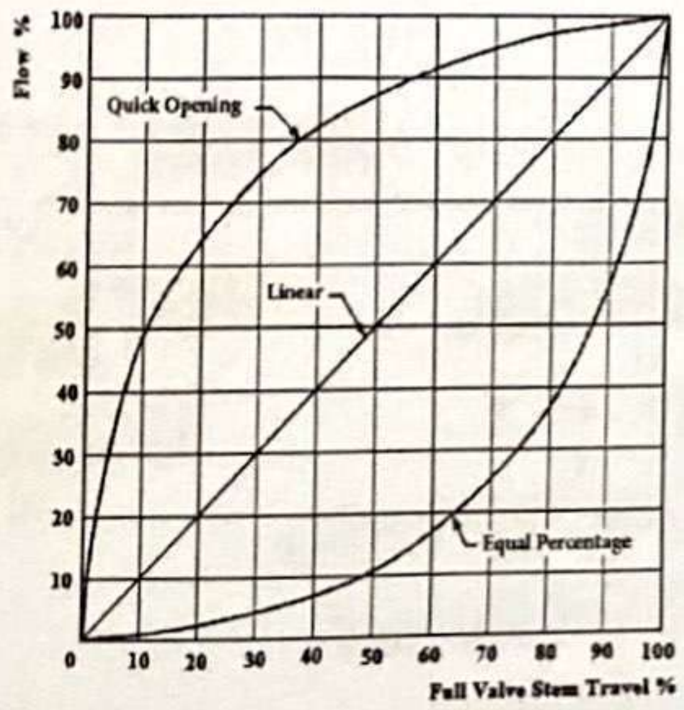



Scanned with CamScanner

## Determination of the actuator gain ($K_v$)

- $f(l)$ : some function of valve opening which depends on the type of valve trim:



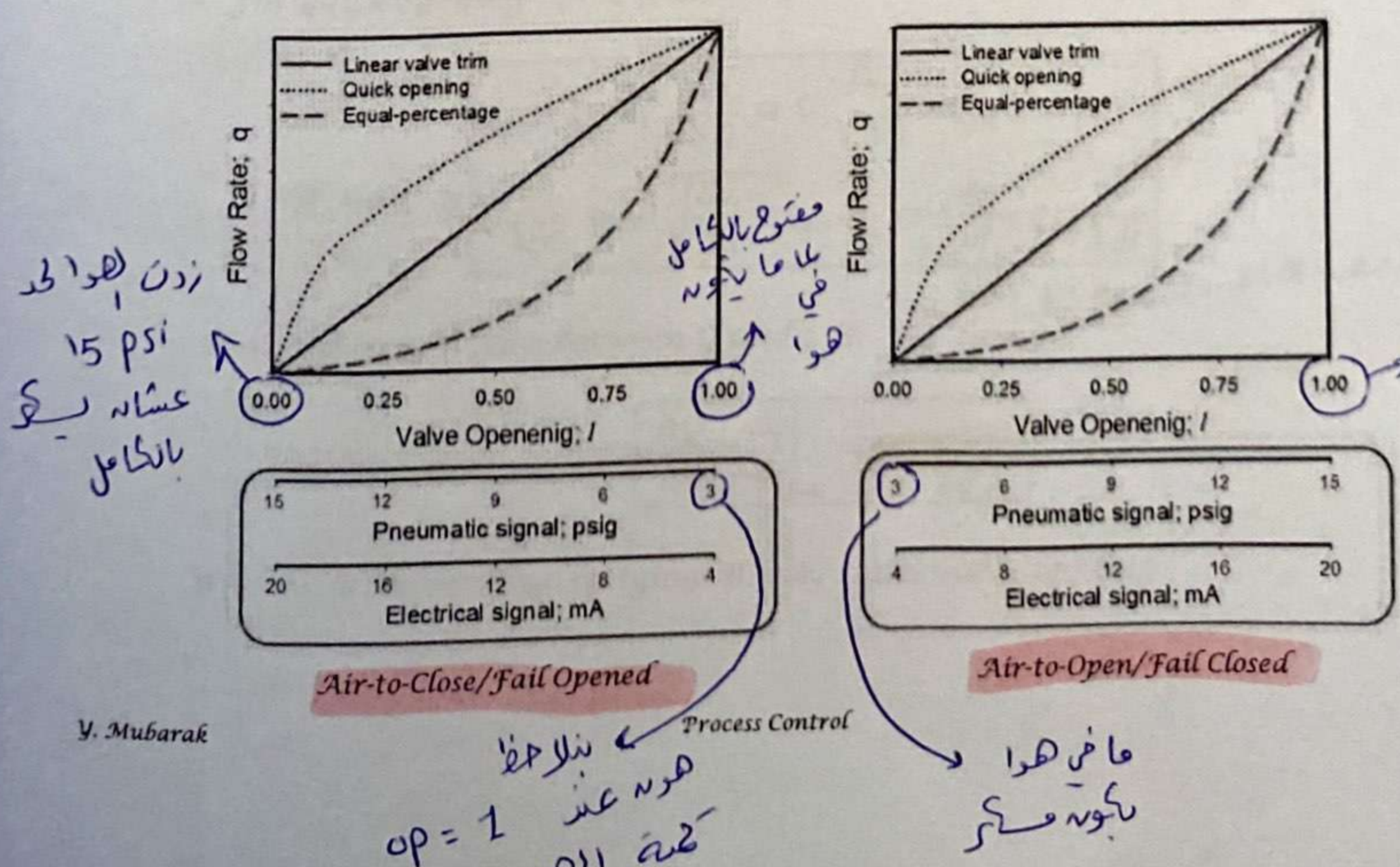

Gate

ال Comp. اللي بدها تسكر ال Gate



## Determination of the actuator gain ($K_v$)

- Effect of valve opening $l$ on the flow rate $q$ for different valve trims:





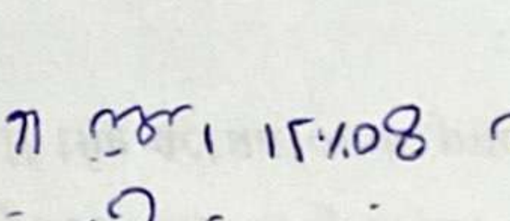

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

③ مقدار جریان عبوری از مدار در لحظه بسته شدن کلید چقدر است؟ (مقاومت سیم‌ها ناچیز است.)

۱۰Ω ، ۱۰Ω ، ۵۰V

④ در مدار شکل زیر، کلید برای مدت طولانی بسته بوده است. در لحظه $t=0$ کلید باز می‌شود. مقدار جریان عبوری از مقاومت ۸Ω را در لحظه $t=0^+$ بیابید.




⑤ در مدار شکل زیر، کلید برای مدت طولانی در وضعیت ۱ بوده است. در لحظه $t=0$ کلید به وضعیت ۲ منتقل می‌شود. مقدار جریان عبوری از مقاومت ۴Ω را در لحظه $t=0^+$ بیابید.

## Determination of the actuator gain ($K_v$)

- If certain flow rate is known at some valve opening, for example, the flow rate, $q_{FO}$, at full opening valve ($l = 1$), the flow rate equation can be expressed as below:

- For linear trim:

$$q_{FO} = C_v(1)\sqrt{\frac{\Delta p_v}{SG}} \Rightarrow C_v\sqrt{\frac{\Delta p_v}{SG}} = q_{FO}$$

$$\Rightarrow q = C_v l\sqrt{\frac{\Delta p_v}{SG}} = q_{FO} l \quad \text{and} \quad \frac{dq}{dl} = q_{FO}$$

Thus, for linear trim, the steady gain between $Q$ and $L$ is:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{dQ}{dL} = \frac{dq}{dl} = q_{FO}$$



## Determination of the actuator gain ($K_v$)

- For quick-opening valve trim:

$$q_{FO} = C_v\sqrt{1}\sqrt{\frac{\Delta p_v}{SG}} \Rightarrow C_v\sqrt{\frac{\Delta p_v}{SG}} = q_{FO}$$

$$\Rightarrow q = C_v\sqrt{l}\sqrt{\frac{\Delta p_v}{SG}} = q_{FO}\sqrt{l} \quad \text{and} \quad \frac{dq}{dl} = q_{FO}\frac{1}{2\sqrt{l}}$$

Now, the steady gain between $Q$ and $L$ is:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta L} = \left.\frac{dq}{dl}\right|_{l=\bar{l}} = q_{FO}\frac{1}{2\sqrt{\bar{l}}}$$

Where $\bar{l}$ is the nominal (original steady state) valve opening.



Scanned with CamScanner

*Determination of the actuator gain ($\mathcal{K}_v$)*

- *For equal-percentage valve trim:*

$$q_{FO} = C_v R^{l-1}\sqrt{\frac{\Delta p_v}{SG}} \Rightarrow C_v\sqrt{\frac{\Delta p_v}{SG}} = q_{FO}$$

$$\Rightarrow q = C_v R^{l-1}\sqrt{\frac{\Delta p_v}{SG}} = q_{FO}R^{l-1} \text{ and } \frac{dq}{dl} = q_{FO}(\ln R)R^{l-1}$$

$F(L) = R^{L-1}$ ← opening of the valve

هو تكوين وعطينا اياه

*Then, the steady gain between Q and L is:* اشتقينا بالنسبة لـ L

$$\frac{\Delta Q}{\Delta L} = q_{FO}\left.\frac{dq}{dl}\right|_{l=\bar{l}} = q_{FO}(\ln R)R^{\bar{l}-1}$$



عنا linear valve والاشارة اللي اجت $\frac{q}{}$ عندها الـ Valve فاتح 50٪
اذًا فتحة الـ L صارت 0.5

* عند الـ 16 mA راح يدفع الـ stem بمقدار 75٪ او يزله 75٪

*Determination of the actuator gain ($\mathcal{K}_v$)*

* $\frac{dL}{dp}$ معدل تغير الـ opening with res. to signal

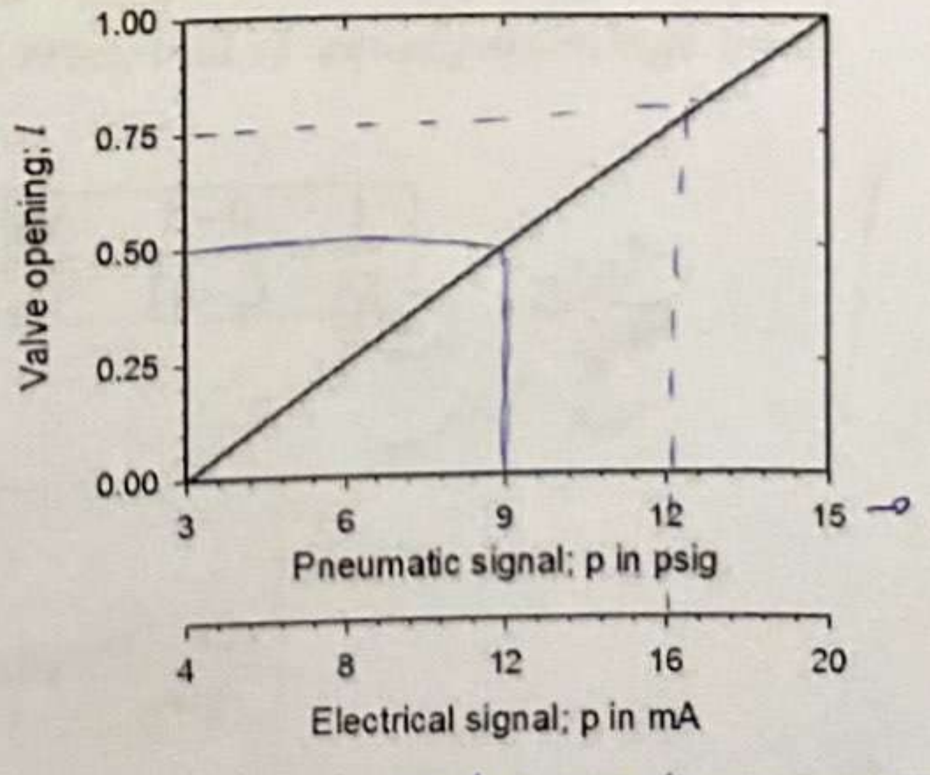
- *Effect of controller signal, p, on the opening, l of A/O valve :*

ينطلعها من الـ slope

✓ *For electrical signal:*

$$\frac{dl}{dp} = \frac{dL}{dP} = \frac{\Delta l}{\Delta p} = \frac{1-0}{20-4}$$
$$= 0.0625\ mA^{-1}$$

الاشارة اللي جاي من controller




الاشارة اللي جاي من الـ cont.

✓ *For pneumatic signal:*

$$\frac{dl}{dp} = \frac{dL}{dP} = \frac{\Delta L}{\Delta P} = \frac{1-0}{15-3}$$
$$= 0.0833\ psig^{-1}$$

بعض الـ psig كل الـ L

هو نوعه الـ Valve A/O
لانو عند الـ 3 صفر وعند الـ 15 مضتوح

معدل 0.08

لو بدنا عند 6psig نضرب 0.0833 بـ 6 وهكذا ...



Scanned with CamScanner

هوه كل ما ازيد بهوا psig زيادة بده يطير بيكر عقدار 0.0625

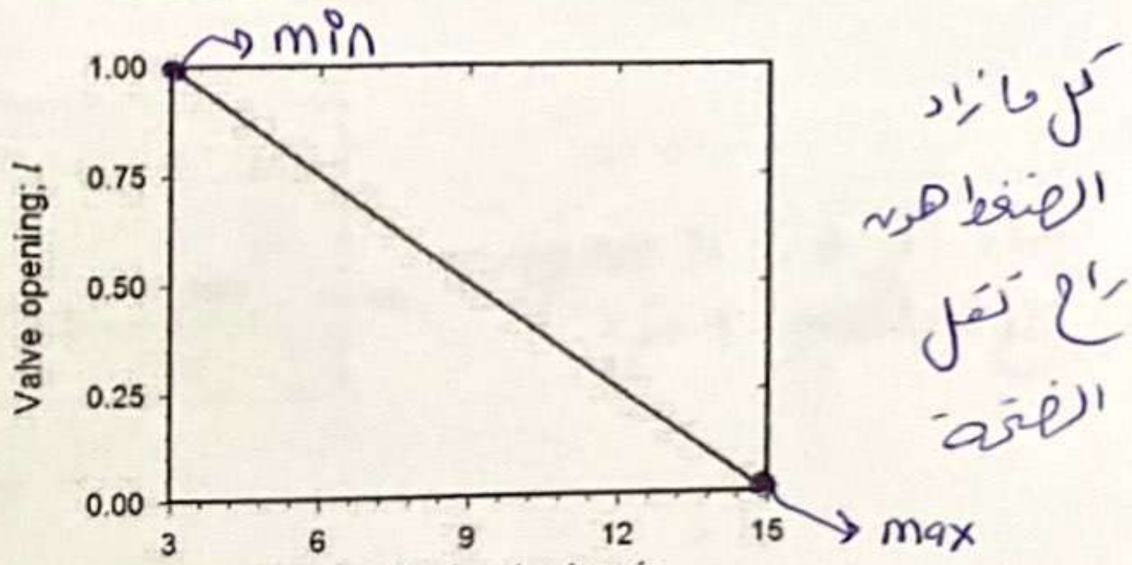
← لما قلنا قبل اشو في لد R اشارة +ve او -ve الاصل صار R اللي +ve or -ve وحدة من اد terms الموجودة واللي بتأثر ع R هي اللي بده تكون فيها واحد بتشتغل بالعكس

*Determination of the actuator gain ($K_v$)* هوه بالعكس

- *Effect of controller signal, p, on the opening, l of A/C valve :*
  - ✓ *For electrical signal:*

هوه راح تكون علاقة عكسية

$$\frac{dl}{dp} = \frac{dL}{dP} = \frac{\Delta l}{\Delta p} = \frac{0-1}{20-4} = -0.0625\ mA^{-1}$$




كل ما زاد الضغط هوه راح تقل الفتحة

  - ✓ *For pneumatic signal:*

$$\frac{dl}{dp} = \frac{dL}{dP} = \frac{\Delta L}{\Delta P} = \frac{0-1}{15-3} = -0.0833\ psig^{-1}$$

- *Finally, the pneumatic control gain is:*

او هيدا هم قبل

$$K_v = \frac{\Delta Q}{\Delta P} = \frac{\Delta Q}{\Delta L}\frac{\Delta L}{\Delta P}$$

- $K_v > 0$ *For A/O control valve" Reverse action"*
- $K_v < 0$ *For A/C control valve" Direct action"* → اهوا جاوبا 6,5 سالبة



$\frac{\Delta Q}{\Delta L}$ → allways +ve

Q → discharge

P → signal from cont.

*Determination of the actuator gain ($K_v$)*

*Example: Pneumatic A/O control valve is used in a closed loop control system. When the valve was fully opened (l = 1) the flow rate through the valve was 0.2 m³/min. The steady nominal valve opening is 0.5. Find the valve gain if the valve has: a) linear trim; b) quick- opening trim; and c) equal-percentage trim with R = 30.*

$q_{FO}$ max flow اللي بتجاه discharge

$$q_{FO} = 0.2m^3/\text{min};\quad \bar{l} = 0.5;\quad \frac{\Delta L}{\Delta P} = \frac{1-0}{15-3} = \frac{1}{12}$$

ثابتة لاقرع الثلاث

*a) Valve with linear trim :*

$$\frac{\Delta Q}{\Delta L} = q_{FO} = 0.2$$

$$K_v = \frac{\Delta Q}{\Delta L}\frac{\Delta L}{\Delta P} = 0.2\frac{1}{12} = 0.017\frac{m^3/\text{min}}{psig}$$




Scanned with CamScanner

*Determination of the actuator gain ($K_v$)*

*b) Valve with quick-opening trim:*

$$\frac{\Delta Q}{\Delta L} = q_{FO}\frac{1}{2\sqrt{\bar{l}}} = 0.2\frac{1}{2\sqrt{0.5}} = 0.1414\ m^3/\min$$

$$K_v = \frac{\Delta Q}{\Delta L}\frac{\Delta L}{\Delta P} = 0.1414\frac{1}{12} = 0.012\frac{m^3/\min}{psig}$$

→ صمام أقل لأنه الـ response تبع الـ quick أسرع

*c) Valve with equal-percentage trim of $R = 30$:*

$$\frac{\Delta Q}{\Delta L} = q_{FO}(\ln R)R^{\bar{l}-1} = 0.2(\ln 30)R^{0.5-1} = 0.1242\ m^3/\min$$

$$K_v = \frac{\Delta Q}{\Delta L}\frac{\Delta L}{\Delta P} = 0.1242\frac{1}{12} = 0.010\ \frac{m^3/\min}{psig}$$

صمام أسرع منهم لأنه في الجزء بكلفي منه Valve الـ



# Process Control

## Dynamic Behavior and Stability of Closed-Loop Control System

The University of Jordan
Chemical Engineering Department
Fall 2022
Prof. Yousef Mubarak

Scanned with CamScanner

Determination of the actuator gain ($K_v$)

**b) Valve with quick-opening trim:**

$$\frac{\Delta Q}{\Delta L} = q_{FO}\frac{1}{2\sqrt{l}} = 0.2\frac{1}{2\sqrt{0.5}} = 0.1414\ m^3/\min$$

$$K_v = \frac{\Delta Q}{\Delta L}\frac{\Delta L}{\Delta P} = 0.1414\frac{1}{12} = 0.012\frac{m^3/\min}{psig}$$

صمام اقل لاستجابة response تابع لـ quick opening

**c) Valve with equal-percentage trim of $R = 30$:**

$$\frac{\Delta Q}{\Delta L} = q_{FO}(\ln R)R^{l-1} = 0.2(\ln 30)R^{0.5-1} = 0.1242\ m^3/\min$$

$$K_v = \frac{\Delta Q}{\Delta L}\frac{\Delta L}{\Delta P} = 0.1242\frac{1}{12} = 0.010\frac{m^3/\min}{psig}$$

صمام اسرع منهم واستجابة في الجزء المكلفين فيه Valve

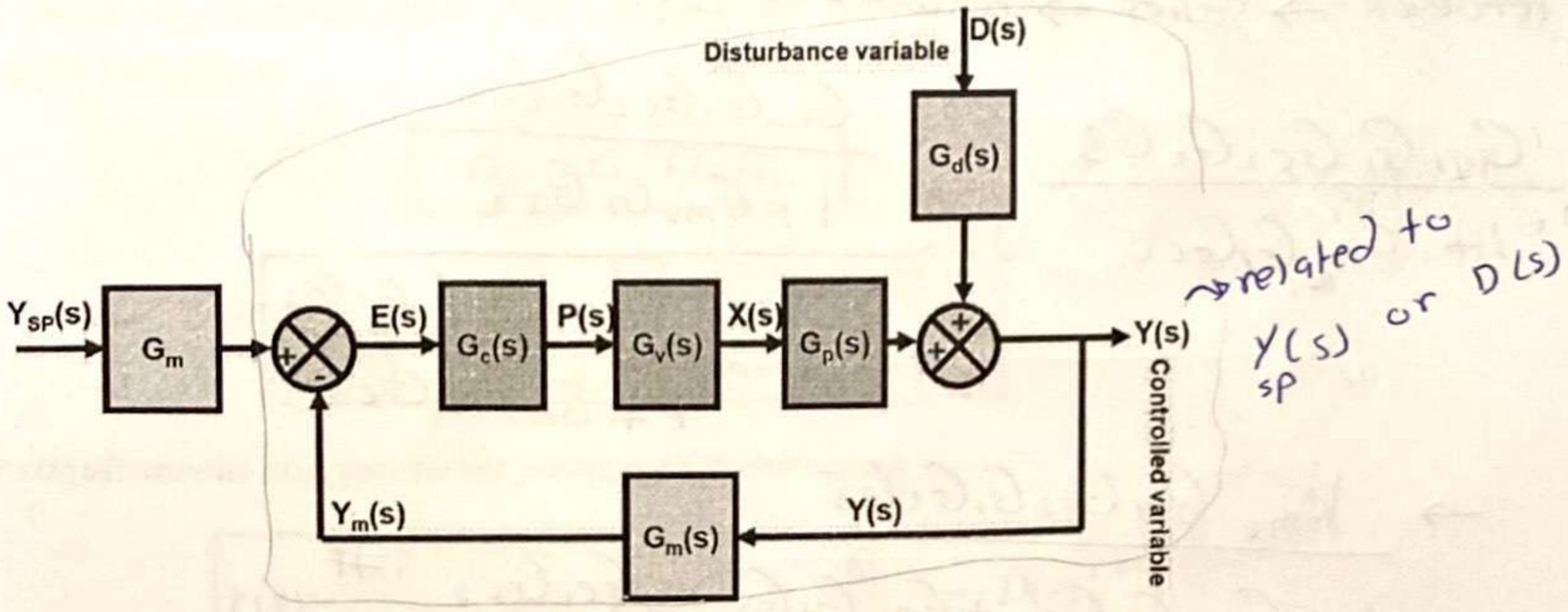


# Process Control

## Dynamic Behavior and Stability of Closed-Loop Control System

The University of Jordan
Chemical Engineering Department
Fall 2022
Prof. Yousef Mubarak

Scanned with CamScanner




"Standard block diagram of closed-loop feedback control system with one disturbance"



Dynamic Behavior and Stability of Closed-Loop Control System

## Closed-Loop Transfer Functions:

- Using additive and multiplicative properties of transfer functions, previously explained:
  - Transfer function between controlled variable and its set point (Servo problem: change in set point; no changes disturbances):

$$\boxed{\frac{Y(s)}{Y_{SP}(s)} = \frac{G_m G_c G_v G_p}{1 + G_m G_c G_v G_p}}$$

  - Transfer function between controlled variable and its disturbance/load (Regulatory problem: changes in set disturbance; no change in set point disturbances:

$$\boxed{\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_d}{1 + G_c G_v G_p G_m}}$$



Scanned with CamScanner

## Dynamic Behavior and Stability of Closed-Loop Control System

- The closed loop becomes open when the feedback path is broken. The open-loop transfer function is:

$$G_{OL} = G_m G_c G_v G_p$$

$$\frac{Y(s)}{Y_{SP}(s)} = \frac{G_{OL}}{1+G_{OL}} \qquad \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_d}{1+G_{OL}}$$

- For simultaneous changes in set point and disturbance:

$$Y(s) = \frac{G_c G_v G_p G_m}{1+G_c G_v G_p G_m} Y_{SP}(s) + \frac{G_d}{1+G_c G_v G_p G_m} D(s)$$

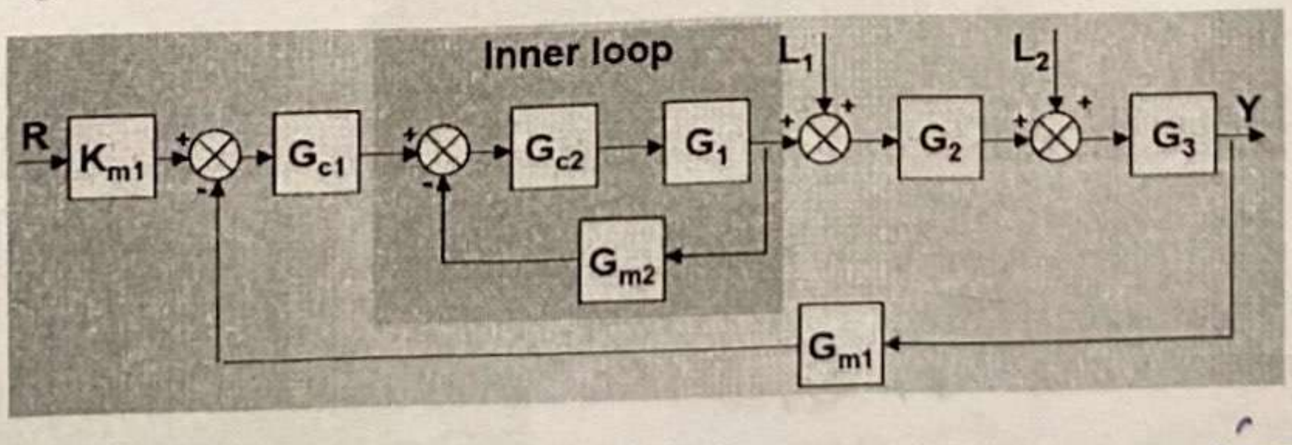
servo ↵ Greg

term كل نحل
حالة حسب
الحالة اللي عنا



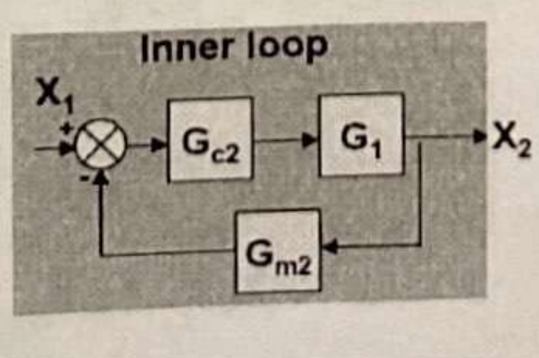
## Dynamic Behavior and Stability of Closed-Loop Control System

(1) Example: For the control loop shown below, find the transfer functions $Y/R$, $Y/L_1$, and $Y/L_2$, :




اذا بدنا $\frac{Y}{R}$ بعتبر باقي الماشي موجودات وبتحل عادي

Solution:

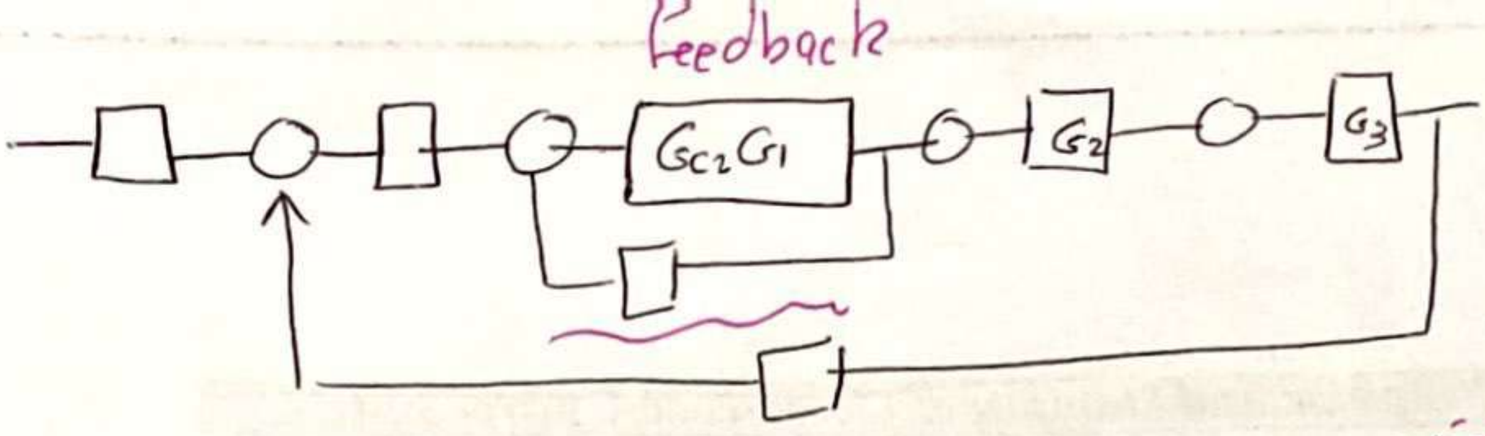



$$X_2 = \frac{G_1 G_{c2}}{1+G_{m2} G_1 G_{c2}} X_1$$



Scanned with CamScanner

$\frac{Y}{R}$ ⇒



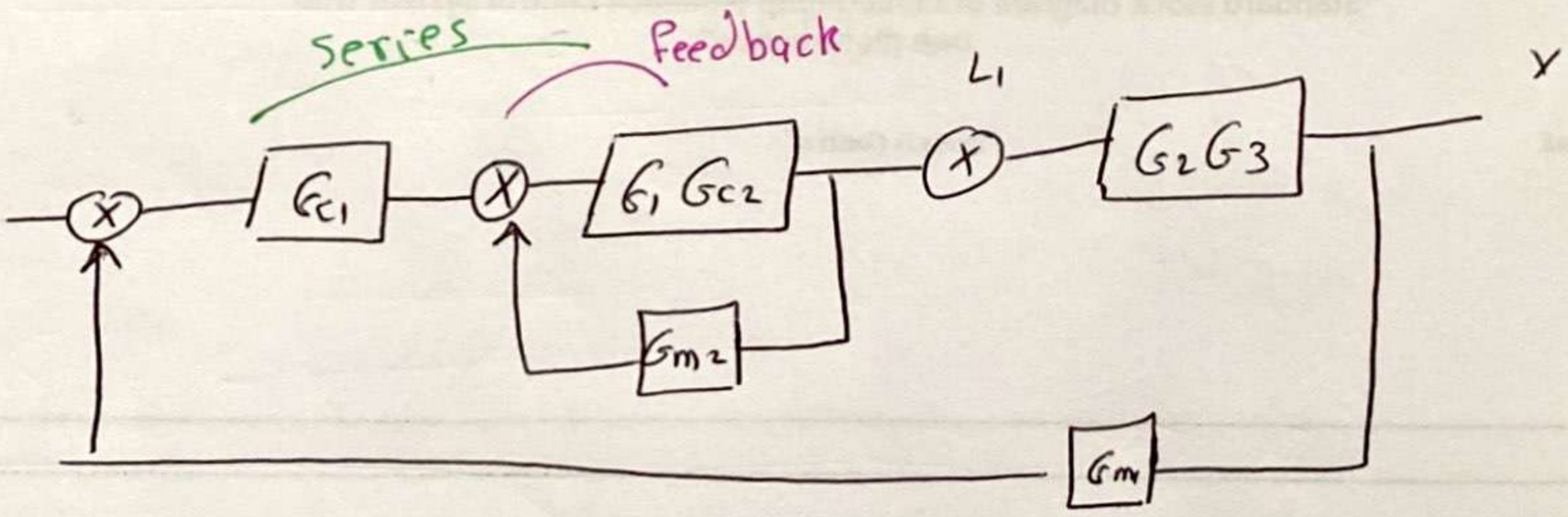

بعتبر
L1 و L2
مش موجودات

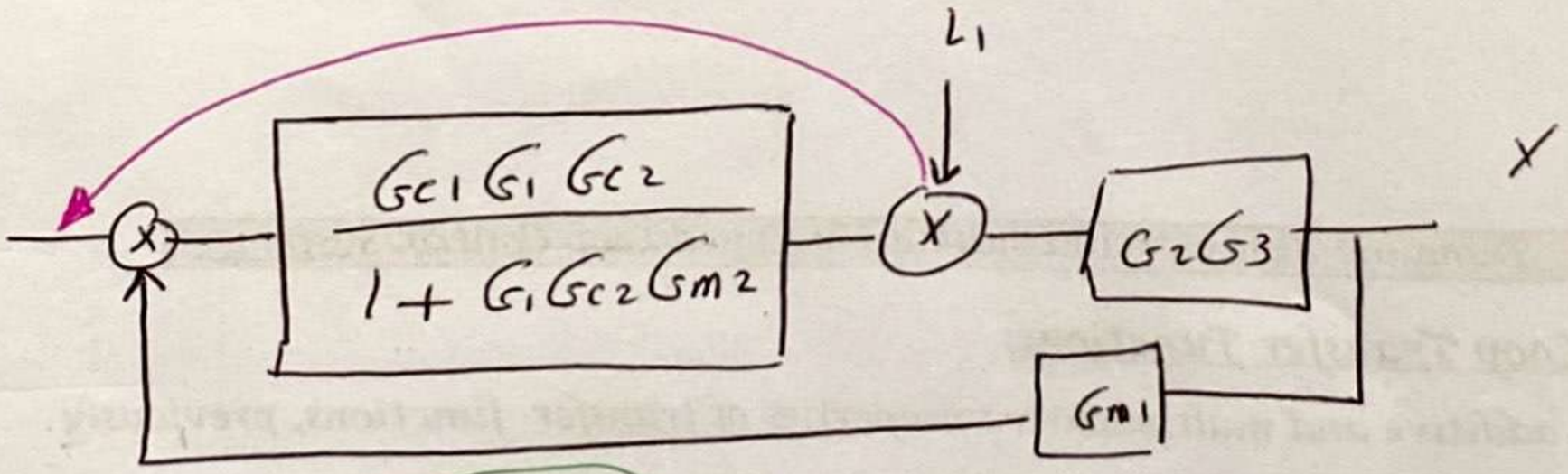
Feedback → series → Feedback → series

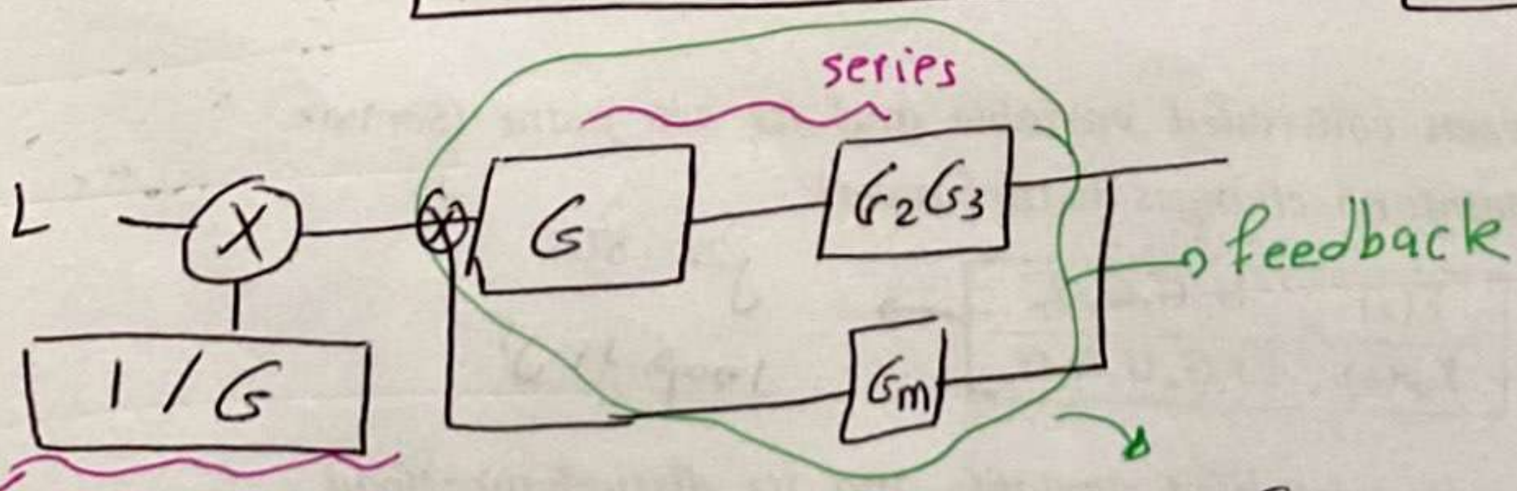
$$\frac{G_{c_1}G_1G_{c_2}G_2G_3}{1+G_{m_2}G_1G_{c_2}} \rightarrow \frac{\frac{G_{c_1}G_1G_{c_2}G_2G_3}{1+G_{m_2}G_1G_{c_2}}}{1+\frac{G_{m_1}G_{c_1}G_{c_2}G_1G_2G_3}{1+G_{m_2}G_1G_{c_2}}}$$

$$\rightarrow \frac{K_{m_1}G_{c_1}G_{c_2}G_1G_2G_3}{1+G_{m_2}G_1G_{c_2}+G_{m_1}G_1G_2G_3G_{c_1}G_{c_2}} \quad \#$$

$\frac{Y}{L_1}$



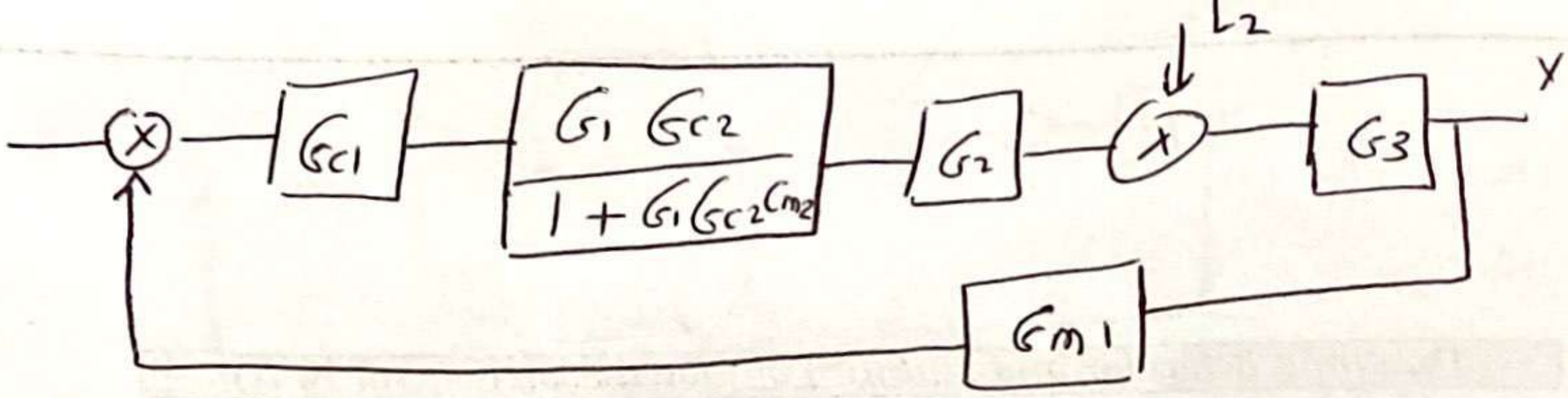



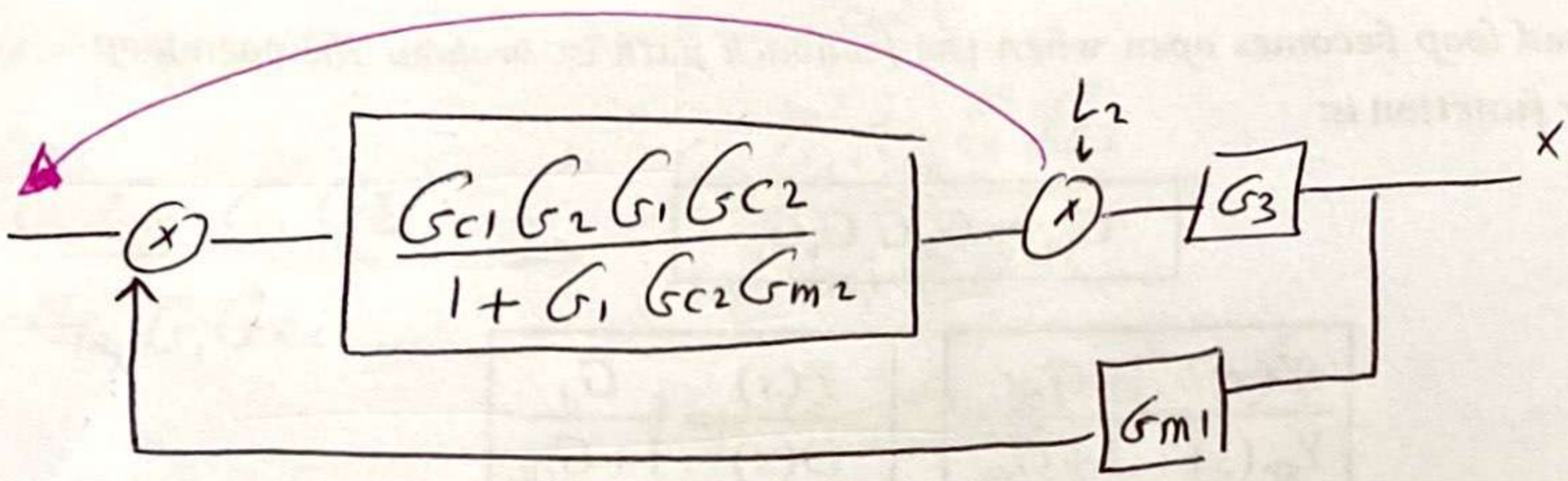

$$\frac{1+G_1G_{c_2}G_{m_2}}{G_{c_1}G_1G_{c_2}} * \hookrightarrow \frac{G_{c_2}G_{c_1}G_1G_2G_3}{1+G_{c_2}G_{m_2}G_1+G_{m_1}G_{c_1}G_{c_2}G_1G_2G_3}$$

$$= \frac{G_2G_3(1+G_1G_{c_2}G_{m_2})}{1+G_{c_2}G_{m_2}G_1+G_{m_1}G_{c_1}G_{c_2}G_1G_2G_3} \quad \#$$

Scanned with CamScanner

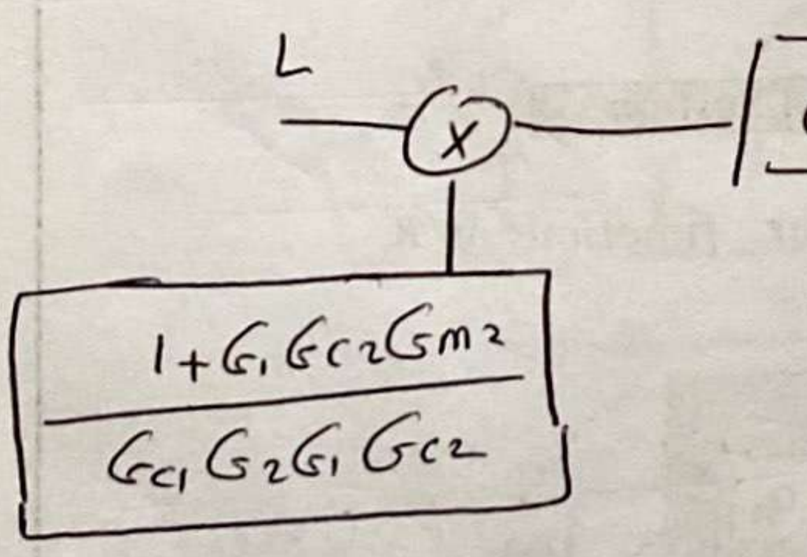
$\frac{Y}{L_2}$




$$\frac{\dfrac{G_2 G_1 G_3 G_{c1} G_{c2}}{1 + G_1 G_{c2} G_{m2}}}{1 + \dfrac{G_{m1} G_1 G_2 G_3 G_{c1} G_{c2}}{1 + G_1 G_{c2} G_{m2}}}$$

$$\frac{G_1 G_2 G_3 G_{c1} G_{c2}}{1 + G_1 G_{c2} G_{m2} + G_{m1} G_{c1} G_{c2} G_1 G_2 G_3} \Rightarrow G'$$




→ series

$$\frac{1 + G_1 G_{c2} G_{m2}}{G_{c1} G_{c2} G_1 G_2} * \frac{G_1 G_2 G_3 G_{c1} G_{c2}}{1 + G_1 G_{c2} G_{m2} + G_{m1} G_{c1} G_{c2} G_1 G_2 G_3}$$

Scanned with CamScanner

- Transfer function $Y/R$:

$$\frac{Y}{R}=\frac{K_{m1}G_3G_2G_1G_{c2}G_{c1}}{1+G_{m2}G_1G_{c2}+G_{m1}G_3G_2G_1G_{c2}G_{c1}}$$

- Transfer function $Y/L_1$:

$$\frac{Y}{L_1}=\frac{G_3G_2(1+G_{m2}G_1G_{c2})}{1+G_{m2}G_1G_{c2}+G_{m1}G_3G_2G_1G_{c2}G_{c1}}$$

- Transfer function $Y/L_2$:

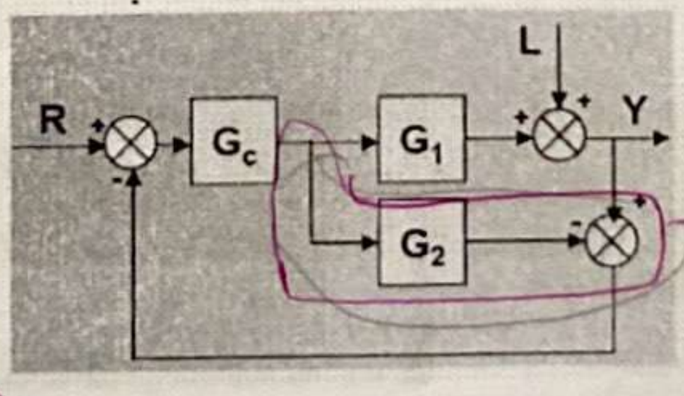
$$\frac{Y}{L_2}=\frac{G_3(1+G_{m2}G_1G_{c2})}{1+G_{m2}G_1G_{c2}+G_{m1}G_3G_2G_1G_{c2}G_{c1}}$$



نفس المقام اللي كتلف هو البسط



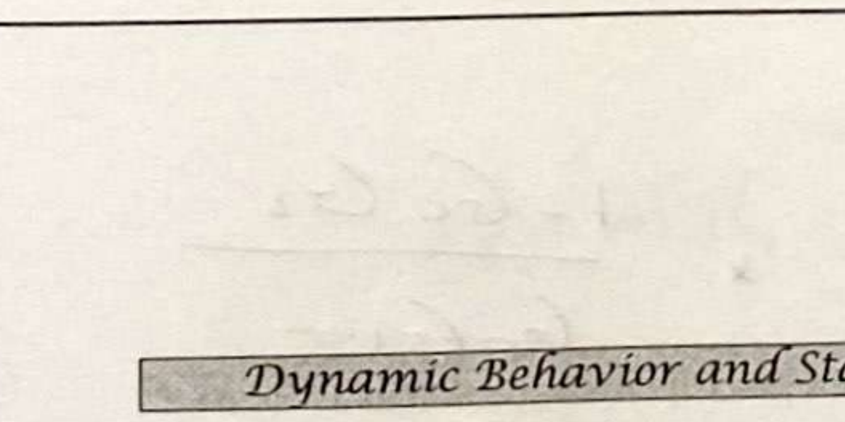
② Example: For the control loop shown below, find the transfer functions $Y/R$ and $Y/L$:




دايرة $Y/L$ بالبسط هو

هادا عبر forward direction

Solution: main forward direction




$$M=\frac{G_c}{1-G_2G_c}X_1$$

بتعتبر ناقص موجودة وبشكل عادي

$$\frac{Y}{R}=\frac{G_1G_c}{1-G_2G_c+G_1G_c}=\frac{G_1G_c}{1+(G_1-G_2)G_c}$$

$$\frac{Y}{L}=\frac{1}{1+\pi_f}=\frac{1-G_2G_c}{1+(G_1-G_2)G_c}$$

$$=\frac{1-G_2G_c}{1-G_2G_c+G_1G_c}$$

اذا الاتنين بتغيروا بعزبة P و I بالـ TF ومجموع مع بعض

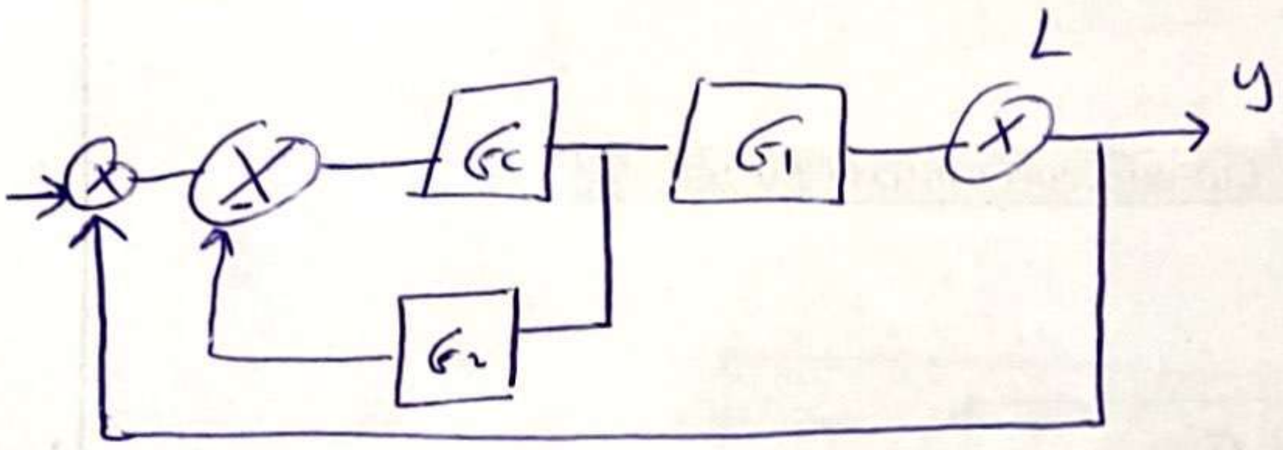
رجعنا وغيرنا اشارة طوحت

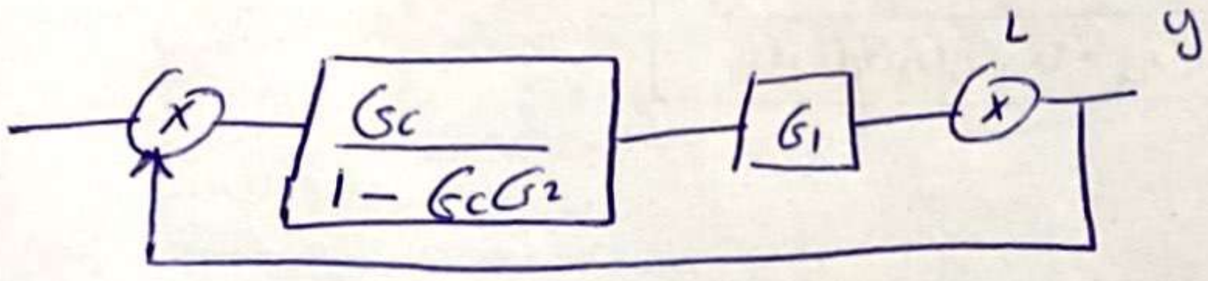
كل شلك بفاضي بتعتبر الـ TF الـ 1 = صفر

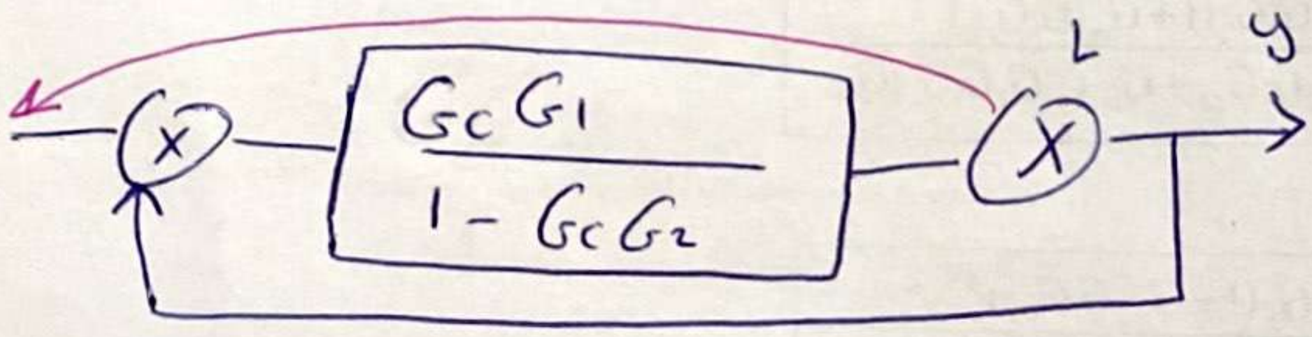


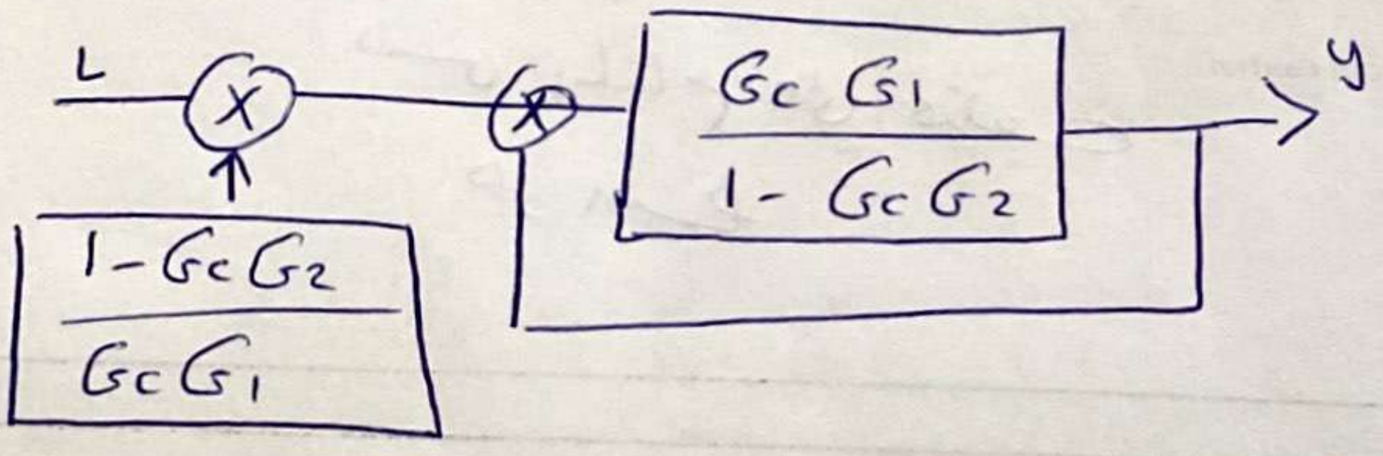
Scanned with CamScanner

## Example 2




Feedback → series

$$\frac{\frac{G_c G_1}{1 - G_c G_2}}{1 + \frac{G_1 G_2}{1 - G_c G_2}} = \frac{\cancel{G_c G_1}}{1 - G_c G_2 + G_1 G_c} * \frac{1 - G_c G_2}{\cancel{G_c G_1}}$$

$$\frac{Y}{L} = \frac{1 - G_c G_2}{1 - G_c G_2 + G_1 G_c}$$

Scanned with CamScanner

لبرختفى الـ blocks باعت الـ TF ال

*Procedure for converting block diagram to signal flow graph*

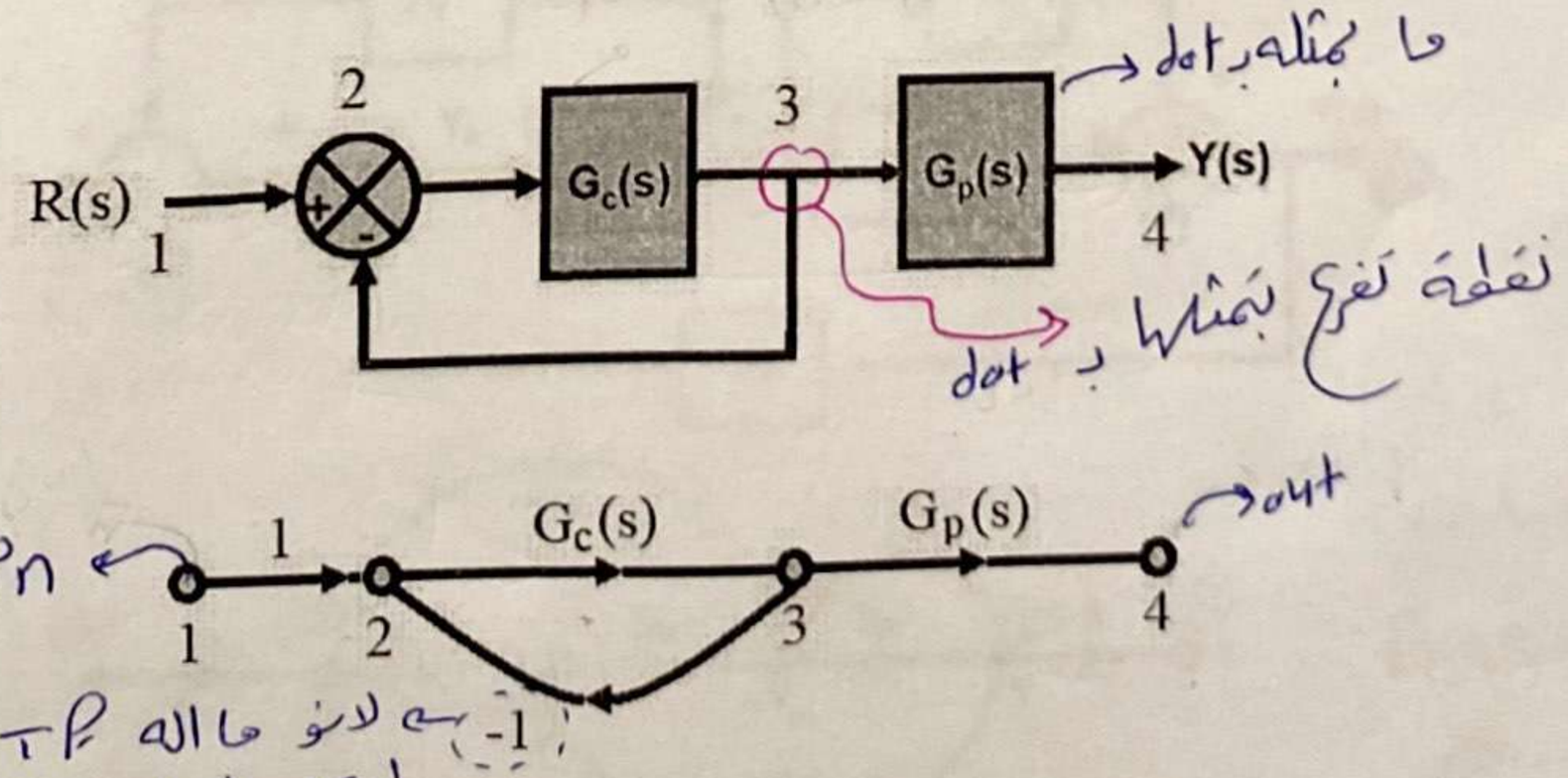
1. *Assume nodes at the input, output, at summing points, at every branch point and in between cascaded blocks.*
2. *Draw the nodes separately as small circle and number the circle in the order 1, 2, 3,...* نعطى كل dot رقم
3. *From the block diagram find the gain between each node in the main forward path and* نبطلع G لكل وحدة
4. *Connect all the corresponding circles by straight lines and mark the gain on the nodes.* ص ك/د 1
5. *Draw the field forward paths between various nodes and mark the gain of field forward path along with sign.* +ve
6. *Draw the feed back path between various nodes and mark the gain of the feedback paths along with sign.* -ve



خط • مكانه الـ in والـ out والـ sum والتفرعات
ومكانه الـ block خط راسر الـ TF اله بنفس المكانه تبعه



*Procedure for converting block diagram to signal flow graph*



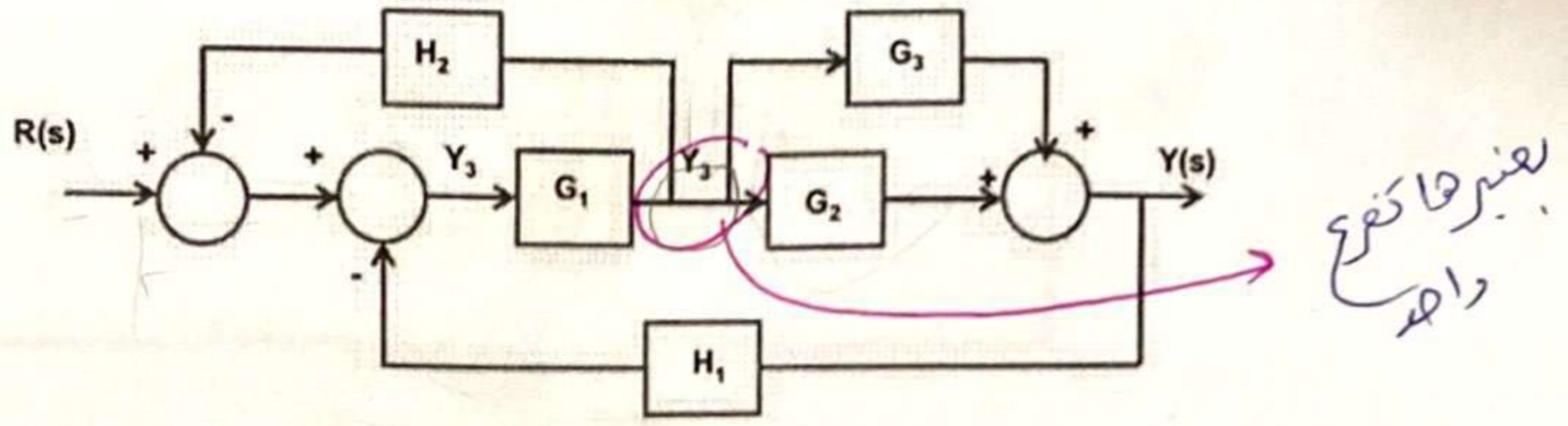




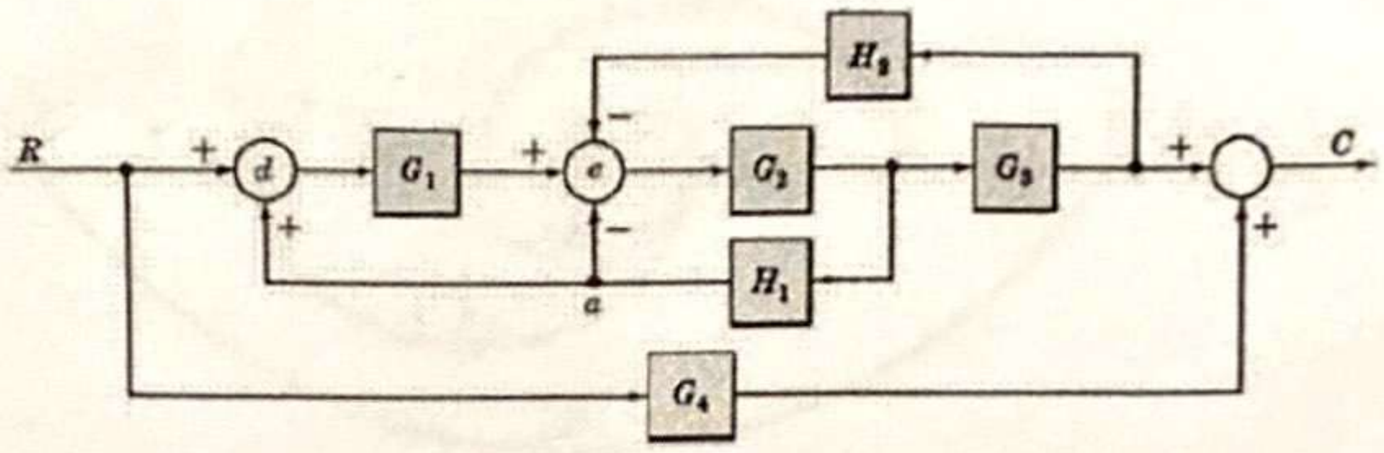


Scanned with CamScanner

*Examples:*

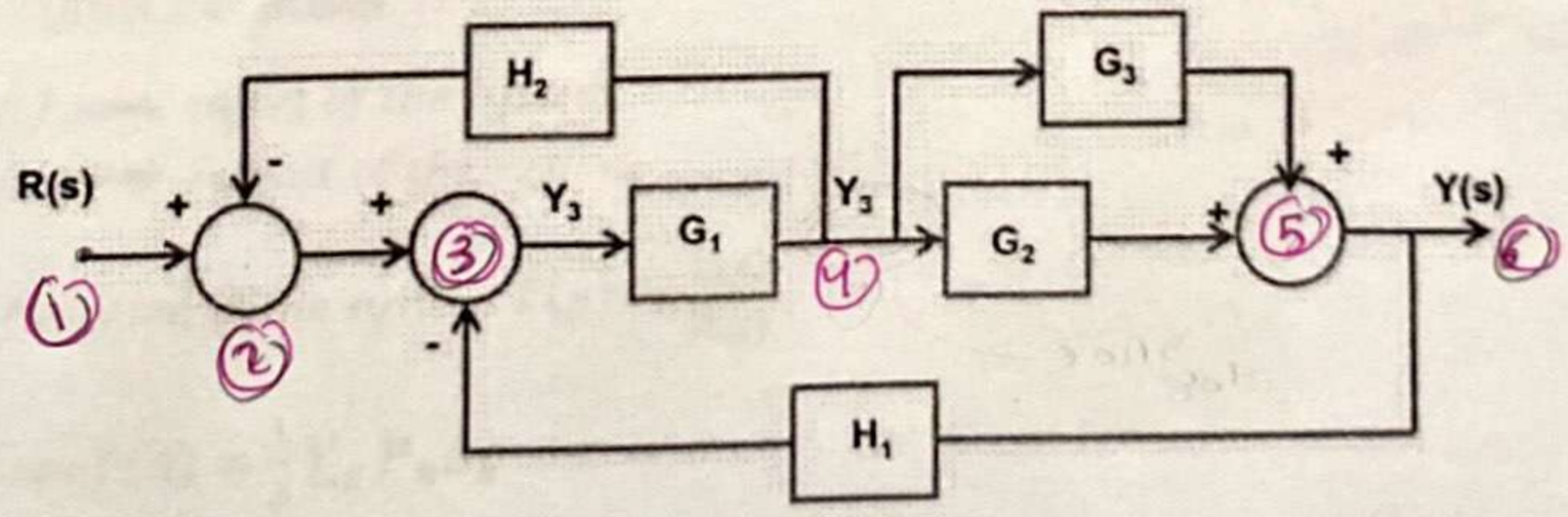


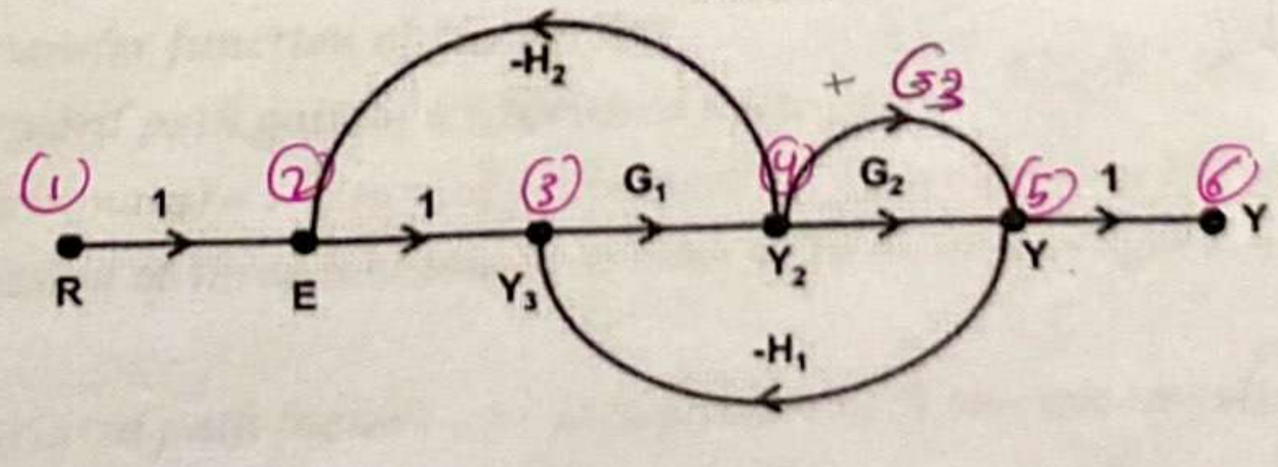

بعتبر هاتفرع واحد







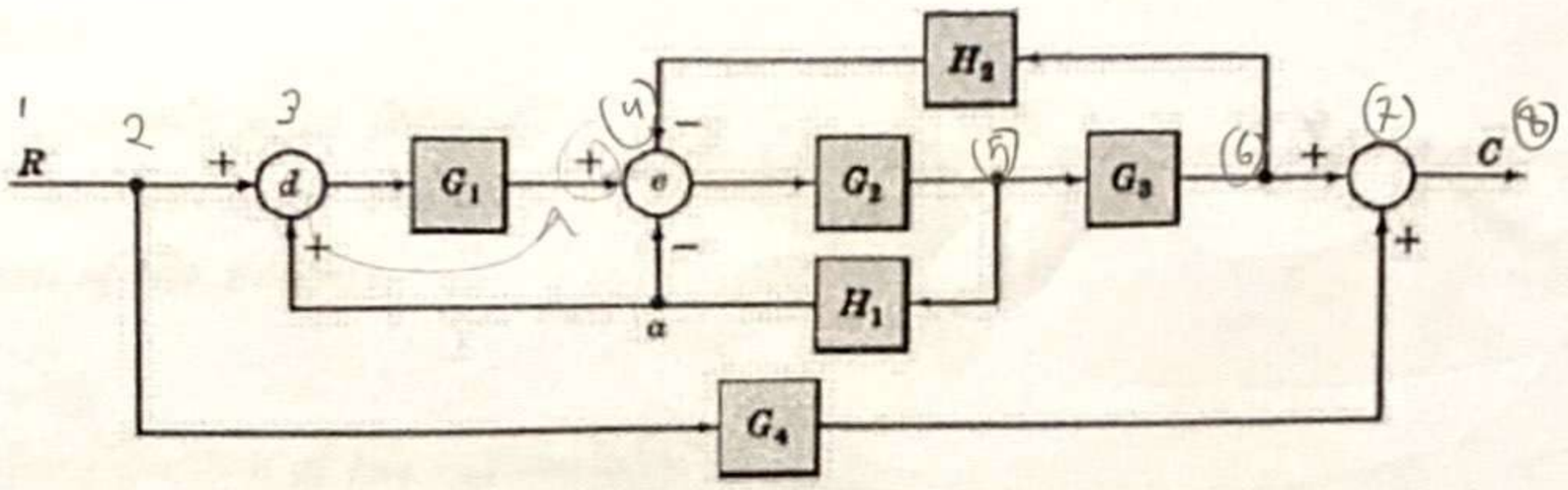



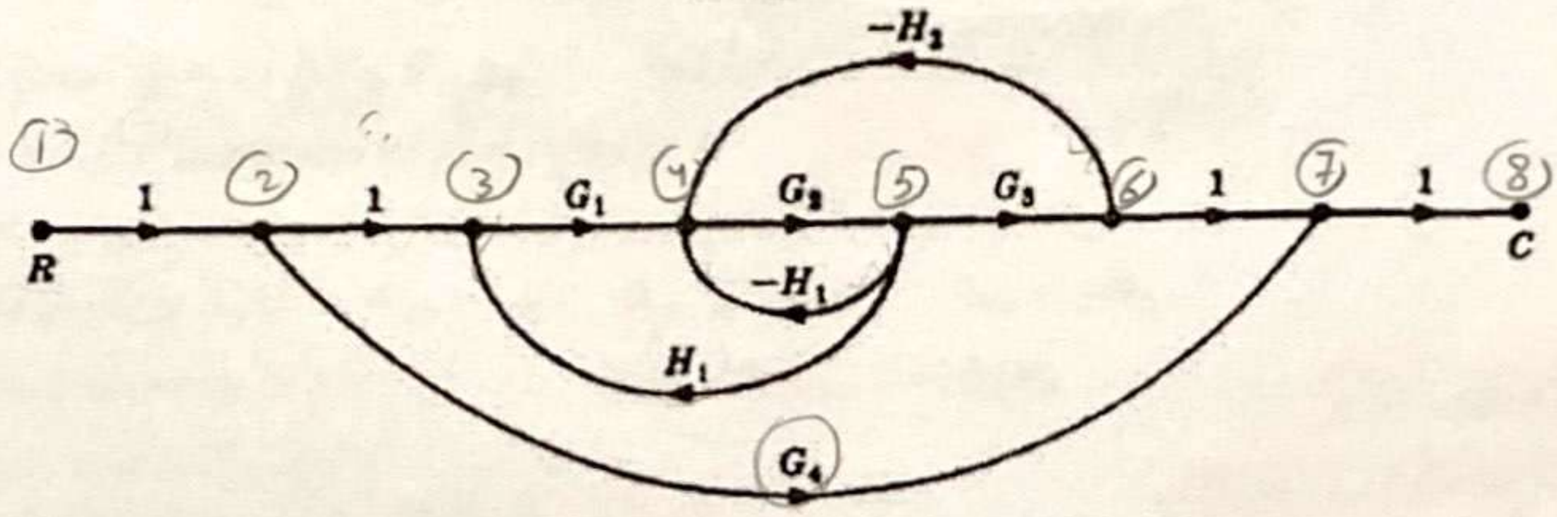




هدول المسارين الـ Forward بلامسوا بعض



Scanned with CamScanner








## Mason's Gain Formula

يعني تبلف ← loop

Let $R(s)$ ⟶ input of the system

$Y(s)$ ⟶ output of the system

Transfer function of the system $\boldsymbol{T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}}$

Overall gain $\boldsymbol{T(s) = \frac{1}{\Delta}\sum_k P_k \Delta_k}$

Where: $T(s)$ = transfer function of the system

$P_k$ = forward path gain of $k^{th}$ forward path ← at least one forward path

$\Delta$ (Determinant) = 1 (−)(sum of individual loop gain)(+)(sum of two non touching loops)(-)(sum of three non touching loops)(+)(sum of four non touching loops) +

.....

$\Delta_k$ (Associated path factor) = 1 − loop gains which are not touching to $k^{th}$ forward

← لازم نشيل اذا في اي
اذا other feed forward
كانوا تلامسوا ال main path



Scanned with CamScanner

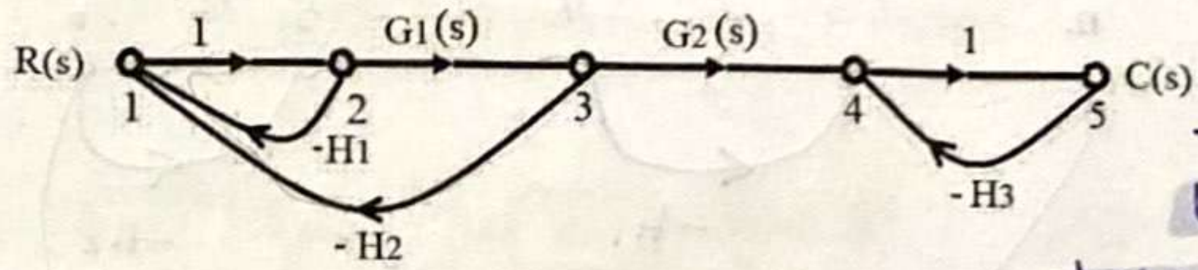
we have 3 individual pathes
(From 2 to 1) & (From 3 to 1) & (From 5 to 4)

فيكون الـ path الاول هي $1 * -H_1$ ← الـ path الثاني $1 * G_1 * -H_2 =$ ← الـ path الثالث $-H_3 * 1 =$

## Dynamic Behavior and Stability of Closed-Loop Control System

*Example:*

*Using Mason's gain formula find the process transfer function of the process.*




→ نهائي الموجود عندنا مسار واحد فقط Forward

*Transfer function of the system* $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$

*Overall gain* $G(s) = \frac{1}{\Delta}\sum_k P_k \Delta_k$ ← Forward هو 1 الـ 5 هو الوحيد

$T(s)$ = *transfer function of the system*

$P_k$ = *forward path gain of* $k^{th}$ *forward path* → $P_{15} = G_1 G_2$ ← $P_1 \Delta_1$ اذاً

*Individual loop gain* → $P_{21} = -H_1 \quad P_{31} = -G_1 H_2 \quad G_{54} = -H_3$

*Two non touching loops* → $P_{21,43} = H_1 H_3 \quad P_{31,43} = G_1 H_2 H_3$

*Three non touching loops = zero*

بلاحظ انو الـ loop الاول و الثاني بتلاقسوا مع بعض لهيك ما بنعد ناخذهم

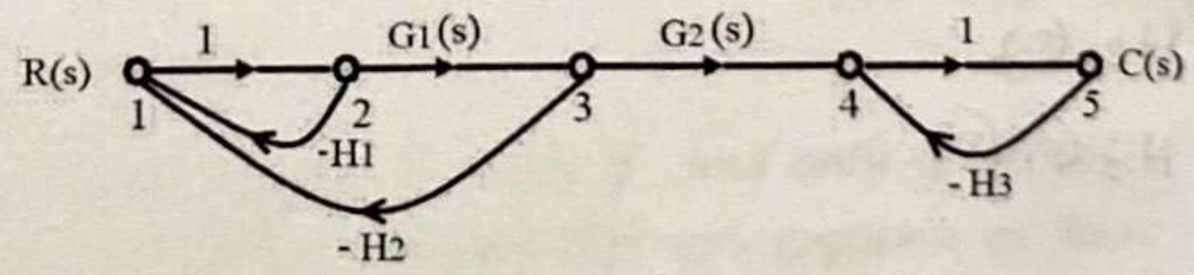
لما احسب P ← يعني بالمسار من 1 لـ 5 وكل مرة بضرب بالـ TF الموجود بنية الـ node بتكي $1 * G_1(s) * G_2(s) * 1$

ضربنا الـ Gain لا تركم ببعض

لو كانه في حلقة مشترك بالـ Gain يعني two loop لاي بتلاقسوا هدول



## Dynamic Behavior and Stability of Closed-Loop Control System




$\Delta$ = 1 - *(sum of individual loop gain) + (sum of two non touching loops) + (sum of three non touching loops) + (sum of four non touching loops) + .....*

$$\Delta = 1 - (-H_1 - G_1 H_2 - H_3) + H_1 H_3 + G_1 H_2 H_3$$

$$\Delta = 1 + H_1 + G_1 H_2 + H_3 + H_1 H_3 + G_1 H_2 H_3$$

*Loop gains which are not touching to* $k^{th}$ *forward = zero*

$\Delta_k$ = 1 - *loop gains which are not touching to* $k^{th}$ *forward* = 1 - 0 = 1

direction عنا عكس ما

$$G(s) = \frac{1}{\Delta}\sum_k P_k \Delta_k$$

Forward بالـ واحد

$$G(s) = \frac{1}{1+H_1+G_1H_2+H_3+H_1H_3+G_1H_2H_3}(G_1G_2)$$

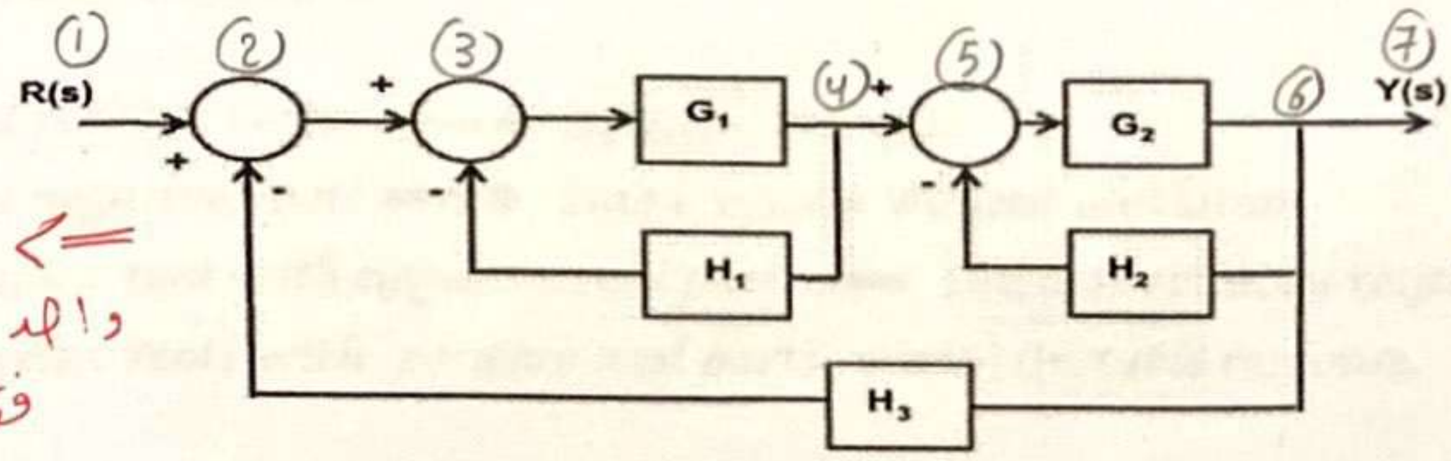
zero = باقي هاد المجموع



Scanned with CamScanner

*Exercise:*

*Find the transfer function of the system whose block diagram is shown below:*




اول حتي بدنا نحوله ← signal flow diagram

اتجاه ⟸ واحد بارد forward فقط

*Solution*

$$G(s) = \frac{(G_1G_2)}{1+G_1H_1+G_2H_2+G_1G_2H_3+G_1G_2H_1H_2}$$



صرنا نحكي حدا stability لحكي ال loop مع بعض



كل شي حكي ال jw-axis

*Stability of closed-loop control system:*

*General stability criterion: A linear system is stable if and only if all roots (poles) of the denominator in the transfer function (TF) are negative or have negative real parts. Otherwise, the system is unstable.*

- *To find the roots (poles) of the denominator in TF:*

**Denominator of TF = 0** "Characteristic Eq."

- *For standard closed-loop feedback control system, the characteristic Eq. is:*

$$1+G_mG_cG_vG_p=0 \quad or \quad 1+G_{OL}=0$$

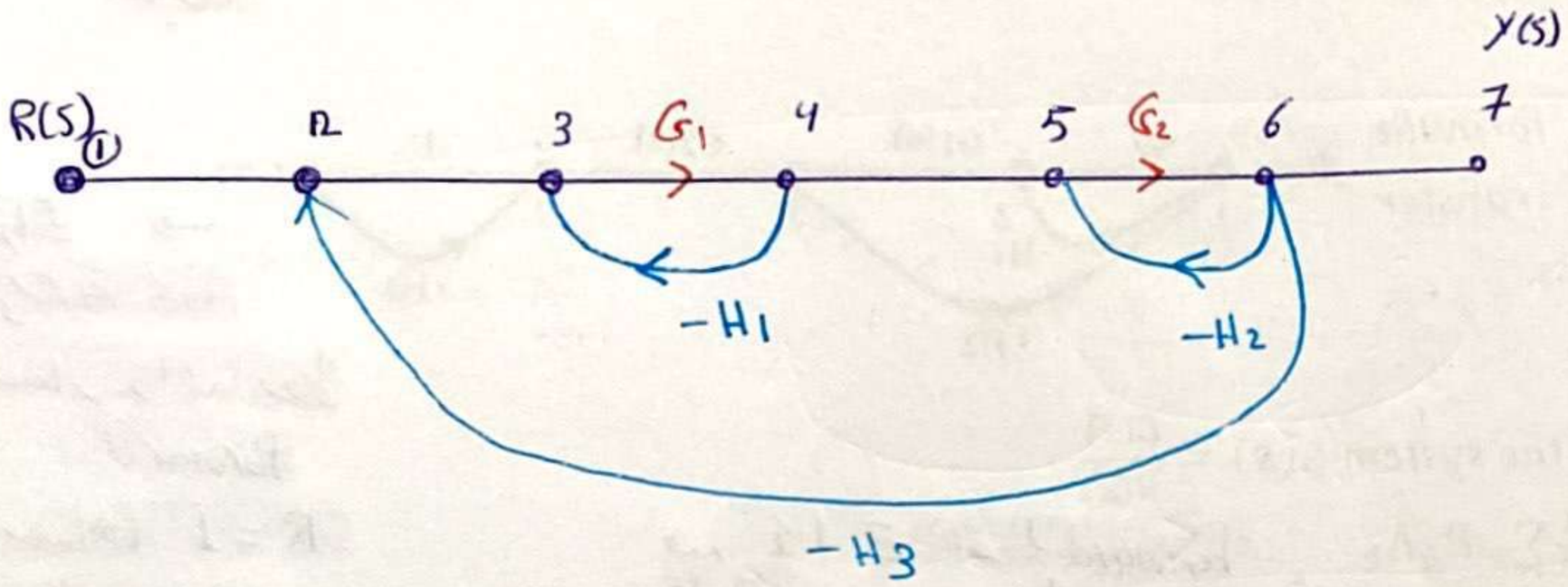
هاد كله طلعلكم تبع ال TF ال بدكم ال loop

ساويناه بالصفر عشانه نطبق اشيء بحكام routh ونشوف اذا -ve ولا +ve



Scanned with CamScanner

exercise:-




الجزء الاول من حل السؤال

$$\sum_1 P_1 \Delta_1$$

$$P_1 = (1) * (1) * G_1(s) * (1) * G_2 * (1) = G_1 G_2$$

$P_1$ مسار واحد من 1 الى 7

main forward path

other forward path

$$\Delta_1 = 1 - 0 = 1$$

$$\sum P_1 \Delta_1 = G_1 G_2$$

ind. loop gain :-

$$P_{43} = -H_1 G_1$$

$$P_{65} = -H_2 G_2$$

$$P_{62} = -H_3 G_1 G_2$$

two non-touching loop :-

$$P_{65,43} = H_1 H_2 G_1 G_2$$

$$\Delta = 1 - (-H_1 G_1 - H_2 G_2 - H_3 G_1 G_2) + H_1 H_2 G_1 G_2$$

$$= 1 + H_1 G_1 + H_2 G_2 + H_3 G_1 G_2 + H_1 H_2 G_1 G_2$$

$$G(S) = \frac{\sum P_1 \Delta_1}{\Delta}$$

Scanned with CamScanner

## Dynamic Behavior and Stability of Closed-Loop Control System

*Stability of closed-loop control system:*

- *The roots (poles) of the characteristic equation $(s - p_i)$ determine the type of response that occurs:*

1. *Real positive roots ⟶ Unstable response.*
2. *Real negative roots ⟶ Stable system without oscillation.*
3. *Complex root with negative real part ⟶ Stable Oscillatory response.*
4. *Complex roots with positive real parts ⟶ Unstable response.*

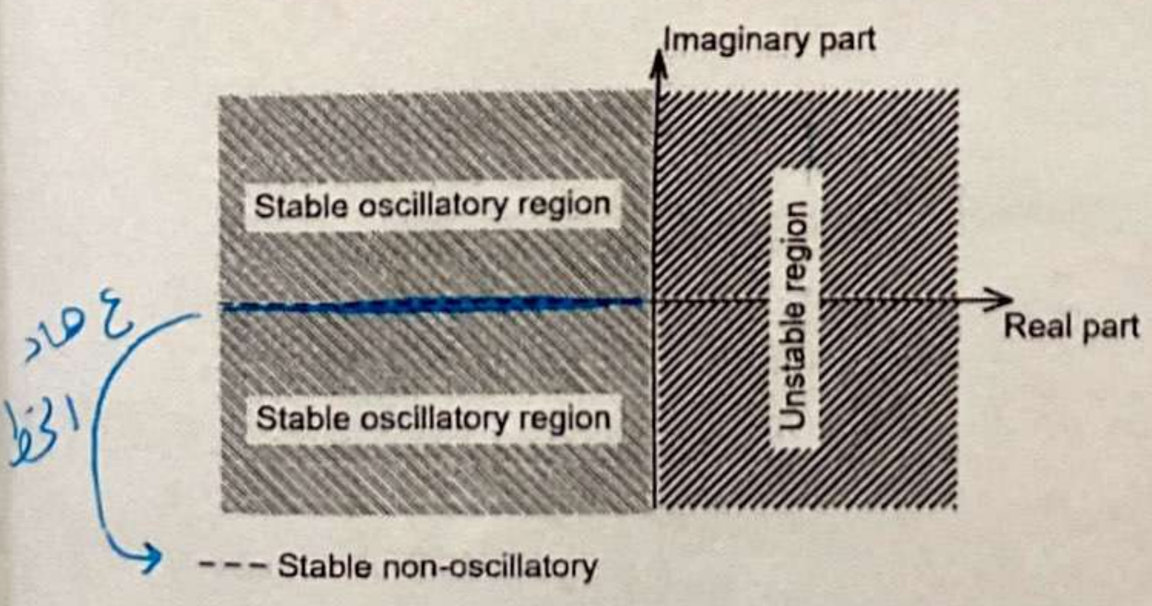
*Remark. Stability criterion help us to decide the action of controller whether reverse or direct.*

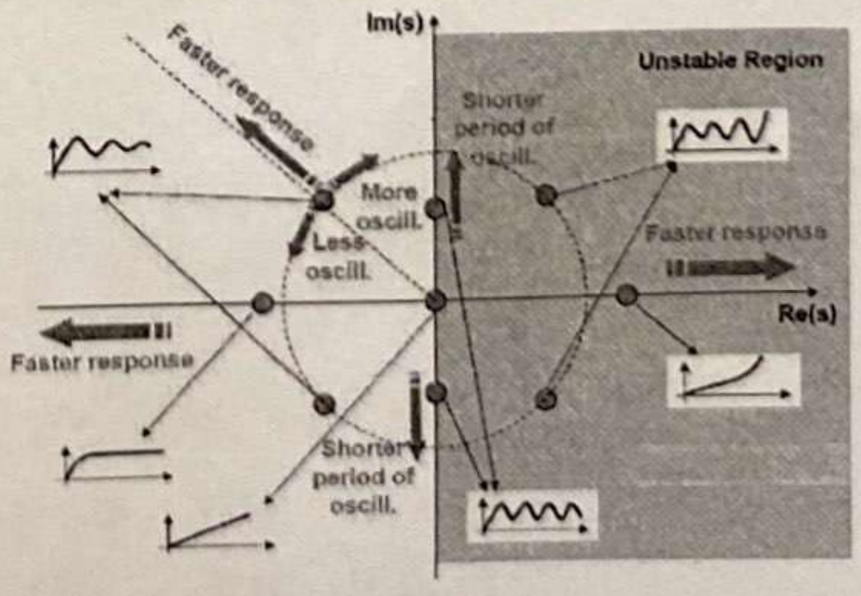


## Dynamic Behavior and Stability of Closed-Loop Control System

*Stability of closed-loop control system:*

*Stability regions in the complex plane for the roots of characteristic Eq.:*




- *If all roots in left half of complex plane ⟶ stable system*



Scanned with CamScanner

هوه لسألني شو ال action اللي راح ياخذه ال controller ( $K_c$ ) عشانه نكونه عنا stable response

## Dynamic Behavior and Stability of Closed-Loop Control System

$\rightsquigarrow G_c(s) = K_c$

*Example:* Standard closed-loop feedback control system has proportional controller, A/C control valve, and transmitter. The process has first-order transfer function with positive gain and space time of 9 min. Does the controller have reverse or direct action to achieve stable response?

$K_c$

هون انا رح $K_c$ اذا +ve او -ve راح يخلي اذا عنا direct ولا reverse

Characteristic Eq.: $1+G_mG_cG_vG_p=0 \Rightarrow 1+K_mK_cK_v\frac{K_p}{\tau_p s+1}=0$ ($K_p$ → +ve, $K_v$ → -ve, $K_m$ → +ve)

Multiply by $\tau_p s+1$:

$(\tau_p s+1)+K_mK_cK_vK_p=0 \Rightarrow s=-\frac{1+K_mK_cK_vK_p}{\tau_p}<0$ ← وهون بلحقات

$\Rightarrow (1+K_mK_cK_vK_p)>0 \Rightarrow K_mK_cK_vK_p>-1$ ← ضربنا بـ -1 فانعكست الاشارة

Since : $K_v < 0$ (A/C control valve); $K_m > 0$ ; and $K_p > 0$; the controller gain must be negative ($K_c < 0$):

- $K_v > 0$ For A/O control valve" Reverse action" → + $K_c$
- $K_v < 0$ For A/C control valve" Direct action" → - $K_c$

⟶ Direct action



$K_c$ لازم تكونه -ve عشانه ناتج الضرب ع الاكبر يعطي رقم اكبر من -1

## Dynamic Behavior and Stability of Closed-Loop Control System

*Example:* Study the stability of standard closed-loop feedback control system with, A/O valve:

$K_v \rightarrow$ +ve

$G_c = K_c; G_v = 1/(2s+1); G_m = 1; G_p = 1/(5s+1)$

Characteristic Eq.:

$1+G_mG_cG_vG_p=0 \Rightarrow 1+(1)K_c\frac{1}{2s+1}\frac{1}{5s+1}=0$

the coeff is not 1

$(2s+1)(5s+1)+K_c=0 \Rightarrow 10s^2+7s+K_c+1=0$

$s=\frac{-7\pm\sqrt{49-40(K_c+1)}}{20}<0 \Rightarrow \sqrt{49-40(K_c+1)}<7$ ← تناظر بالـ zero فنصير zero

$49-40(K_c+1)<49 \Rightarrow -40(K_c+1)<0$ → ضربنا العلاقة بـ -ve (او تنعكس الاشارة)

$K_c+1>0$

$\therefore K_c > -1$ For stability ⟶ Reverse acting controller ($K_c < 0$) satisfies this condition.



Scanned with CamScanner

*Stability of closed-loop control system:*

- *Sometimes it is difficult to determine the nature of the poles of characteristic equation. In such case, root-finding techniques can be used to estimate the roots.*

$$G_c = K_c; G_v = 1/(2s+1); G_m = 1/(s+1); G_p = 1/(5s+1)$$

*Example: Study the stability of standard closed-loop feedback control system with:*

*Characteristic Eq.:*

$$1 + G_m G_c G_v G_p = 0 \Rightarrow 1 + \frac{1}{s+1} K_c \frac{1}{2s+1} \frac{1}{5s+1} = 0$$

$$(s+1)(2s+1)(5s+1) + K_c = 0 \Rightarrow 10s^3 + 17s^2 + 8s + K_c + 1 = 0$$

→ *Difficult to determine values of $K_c$ such that $s < 0$.*

→ *Any alternative?! Yes, there are other stability criteria.*





*Stability of closed-loop control system:*

## A. Routh-Hurwitz stability criterion:

*It is applicable for characteristic Eq. of the form:*

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + .... + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0 \quad \text{"Polynomial form"}$$

⟹ *Construct the Routh array:*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $a_n$ | $a_{n-2}$ | $a_{n-4}$ | ... |
| 2 | $a_{n-1}$ | $a_{n-3}$ | $a_{n-5}$ | ... |
| 3 | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | ... |
| 4 | $c_1$ | $c_2$ | ... | |
| . | . | | | |
| . | . | | | |
| . | . | | | |
| n+1 | $z_1$ | | | |

**Coefficients determinations:**

$$b_1 = (a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}) / a_{n-1}$$

$$b_2 = (a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}) / a_{n-1}$$

$$\vdots$$

$$c_1 = (b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_2) / b_1$$

$$c_2 = (b_1 a_{n-5} - a_{n-1} b_3) / b_1$$

$$\vdots$$

$$b_1 = -\begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} / a_{n-1}$$

$$b_2 = -\begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix} / a_{n-1}$$

$$c_1 = -\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} / b_1$$

$$c_2 = -\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-5} \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} / b_1$$



Scanned with CamScanner

Stability of closed-loop control system:

A. Routh-Hurwitz stability criterion:

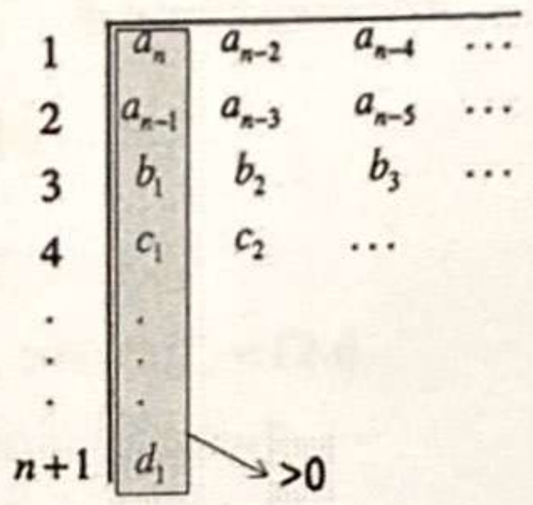
- A necessary condition for stability:

⟶ all coefficients of characteristic Eq. ($a_i$'s) are positive:

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + .... + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0 \ (a_i > 0 \ \ i = 0,...n)$$

- A necessary and sufficient condition for stability:

⟶ All of the elements in the left column of the Routh array are positive."




كي لازم يكونوا كلهم
+ve عشان يكون
-ve اذا في واحد - stable
not stable يكون





Example: Use Routh-Hurwitz stability criterion to study the stability of standard closed-loop feedback control system given in previous example:

Characteristic Eq.: $10s^3 + 17s^2 + 8s + K_c + 1 = 0$

- Necessary condition:

$$a_3 = 10 > 0$$
$$a_2 = 17 > 0$$
$$a_1 = 8 > 0$$
$$a_0 = K_c + 1 > 0 \Rightarrow K_c > -1$$

"For stability"

- If any coefficient is not positive, stop and conclude the system is unstable.



Scanned with CamScanner

- *Necessary and sufficient condition:*

*Routh array:*

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $a_3$ | $a_1$ |
| 2 | $a_2$ | $a_0$ |
| 3 | $b_1$ | $b_2$ |
| 4 | $c_1$ | |

→

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 10 | 8 |
| 2 | 17 | $K_c+1$ |
| 3 | $7.41-0.588K_c$ | 0 |
| 4 | $1+K_c$ | |

الـelement اللي بعد هاد العامود كلهم zero

$\frac{17(8)-10-10K_c}{17}$ ←

$$b_1=\frac{17(8)-10(1+K_c)}{17}=7.41-0.588K_c \qquad b_2=\frac{17(0)-10(0)}{17}=0$$

$$c_1=\frac{b_1(1+K_c)-17(0)}{b_1}=1+K_c$$

*Stable region:*

$$K_c+1>0\Rightarrow K_c>-1$$

$$7.41-0.588K_c>0\Rightarrow K_c<12.6$$

$$\therefore -1<K_c<12.6$$ *'For stability without oscillation"*





*Stability of closed-loop control system:*

## B. Direct Substitution Stability Criterion:

- *This stability criterion is based on the fact that the imaginary axis is the dividing line between stable and unstable systems.*
- *Procedure:*
  1. *Substitute $s=j\omega$ into characteristic equation.*
  2. *Obtain two equations: one for real part and the another for imaginary part,*
  3. *Solve the two equations to obtain values of $K_{cm}$ and $\omega$. Where $K_{cm}$ the maximum controller gain at which the roots of characteristic equation crosses the imaginary axis.*
  4. *Determine the stable region by trying test values of $K_c$ in the characteristic Eq.*



Scanned with CamScanner

**Example:** Use direct substitution stability criterion to study the stability of standard closed-loop feedback control system given in previous example:

Characteristic Eq.: $10s^3 + 17s^2 + 8s + K_c + 1 = 0$

- Set $s = j\omega$

$$-10j\omega^3 - 17\omega^2 + 8j\omega + 1 + K_{cm} = (1 + K_{cm} - 17\omega^2) + j\omega(8 - 10\omega^2) = 0$$

Real part Eq.: $(1 + K_{cm} - 17\omega^2) = 0$

Imaginary part Eq.: $\omega(8 - 10\omega^2) = 0$

Solve to obtain:

$\omega = 0$ or $\omega^2 = 0.8$

$\Rightarrow K_{cm} = -1$ or

$K_{cm} = 12.6$

- Try a test point such as: $K_c$=0

$10s^3 + 17s^2 + 8s + 1 = 0 \longrightarrow$ Stable: All +ve coefficients:

- Thus, the stable /non-oscillation region is: $-1 < K_c < 12.6$





**Example:** Use direct substitution stability criterion to study the stability of the system with the following characteristic Eq.: $1 + 5s + 2K_c e^{-s} = 0$

set $s = j\omega$: $1 + 5j\omega + 2K_{cm} e^{-j\omega} = 0$

But, $e^{-j\omega} = \cos\omega - j\sin\omega$

$\Rightarrow 1 + 5j\omega + 2K_{cm}(\cos\omega - j\sin\omega) = 0$

Real part Eq.: $1 + 2K_{cm}\cos\omega = 0 \Rightarrow 2K_{cm} = -\dfrac{1}{\cos\omega}$

Imaginary part Eq.: $5\omega - 2K_{cm}\sin\omega = 0 \Rightarrow 5\omega + \tan\omega = 0$

Solve to obtain: $\omega = 1.688683$

$K_{cm} = 4.25$

→ Try a test point such as: $K_c = 0$: $1 + 5s = 0$

→ Stable: All + ve coefficients: $K_c < 4.25$



Scanned with CamScanner

*Example:* Use Routh-Hurwitz stability criterion to study the stability of the system with the following characteristic Eq.:

$$1+5s+2K_c e^{-s}=0$$

This characteristic Eq. does NOT have polynomial form to use Routh-Hurwitz stability. It can be rewritten in a polynomial form using 1/1 Pade Approximation:

$$e^{-\theta s} \approx \frac{1-\frac{\theta}{2}s}{1+\frac{\theta}{2}s}$$

$$\Rightarrow 1+5s+2K_c\frac{1-0.5s}{1+0.5s}=0$$

$$\Rightarrow (1+0.5s)(1+5s)+2K_c(1-0.5s)=0$$

$$\Rightarrow 2.5s^2+(5.5-K_c)s+(1+2K_c)=0$$





→ Necessary condition:

$$a_1=5.5-K_c>0\Rightarrow K_c<5.5$$

$$a_0=1+2K_c>0\Rightarrow K_c>-0.5$$

$$\therefore -0.5<K_c<5.5 \quad \text{"For stability without oscillation"}$$

→ Necessary and sufficient condition:

Routh array:

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $a_2$ | $a_0$ |
| 2 | $a_1$ | 0 |
| 3 | $b_1$ | |

→

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2.5 | $1+2K_c$ |
| 2 | $5.5-K_c$ | 0 |
| 3 | $1+2K_c$ | 0 |

$$5.5-K_c>0\Rightarrow K_c<5.5$$

$$\Rightarrow 1+2K_c>0\Rightarrow K_c>-0.5$$

$$\therefore -0.5<K_c<5.5$$

*Remark:* In this example, Routh array does not add additional information but it confirms the stable region.



Scanned with CamScanner

Stability of closed-loop control system:

- Routh-Hurwitz stability criterion with 1/1 Pade approximation of the exponential term gives maximum controller gain of $\mathcal{K}_{cm} = 5.5$. The exact value resulted from direct substitution criterion is $\mathcal{K}_{cm} = 4.25$. The percent relative error is around 28%.

Exercise: Resolve the previous example using 2/2 Pade approximation (more accurate than 1/1) given by:

$$e^{-\theta s} \approx \left[1-\frac{\theta}{2}s+\frac{\theta^2}{12}s^2\right] \Big/ \left[1+\frac{\theta}{2}s+\frac{\theta^2}{12}s^2\right]$$

- Routh-Hurwitz stability criterion with 2/2 Pade approximation of the exponential term gives maximum controller gain of $\mathcal{K}_{cm} = 4.29$. The percent relative error is around 1%.

| Variable | Value | f(x) | Ini Guess |
|---|---|---|---|
| x | 4.2898188 | -1.693E-12 | 1 |

**NLE Report (safenewt)**

Nonlinear equations
[1] f(x) = (5.5-x)*(2.583333+0.16666*x)-0.416666*(1+2*x) = 0

تجريبي
4.25 ع





C. Root Locus Diagram

- A root locus diagram is a plot that shows how the eigenvalues of a linear (or linearized) system change as a function of a single parameter (usually the loop gain).
- Complex plane diagram shows the location of closed-loop poles (roots of characteristic equation) depending on the parameter value such as controller gain $\mathcal{K}_c$. (single parametric study).
- It can be built by finding the roots at a different values of the parameter under investigation such as $\mathcal{K}_c$.

اذا مش linear لازم نحوله لـ linear



Scanned with CamScanner

نصير نعمل Sub. لقيم ال Kc ونشوف شو تأثير هاي ال Kc
على ال root بعدين بدك كطلع مجموعة من القيم لـ Kc وبدك كمان
كل root بكل Kc و نحكم ع الشكل من خلال
الـ diagram

Scanned with CamScanner

**Example**

Consider a feedback control system with open loop transfer function:

$$G_{OL}(s) = \frac{4K_c}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

Plot the root locus diagram for $0 \le K_c \le 20$.

Characteristic Equation:

$$1 + G_{OL}(s) = 0 \rightarrow (s+1)(s+2)(s+3) + 4K_c = 0$$

- ✓ At $K_c = 0$ (no controller; open loop): roots = -1, -2, -3
- ✓ At $K_c = 0.1$: roots = -3.1597, $-1.4202+0.0932i$ , $-1.4202-0.0932i$
- ✓ At $K_c = 1$; roots = -3.7963, $-1.1018+1.1917i$ , $-1.1018-1.1917i$
- ✓ At $K_c = 5$; roots = -4.8371387, $-0.5814+2.2443i$ , $-0.5814-2.2443i$
- ✓ At $K_c = 15$; roots = -6, $3.3166i$, $-3.3166i$
- ✓ At $K_c = 20$; roots = $-6.3862$, $0.1931+3.6646i$, $0.1931-3.6646i$

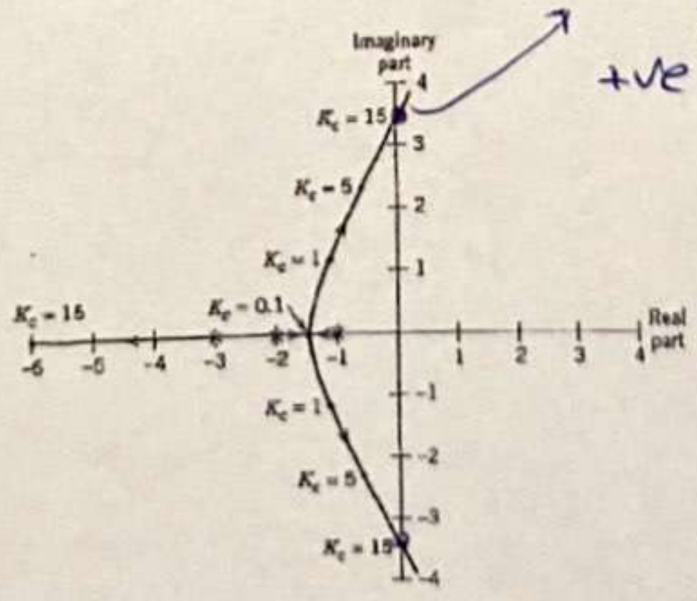
- Localize these roots at each $K_c$ on the complex plane to plot the root locus diagram.





Root locus diagram

- It is clear from root locus diagram that:




- ✓ The closed loop system is unstable for $K_c > 15$.
- ✓ The closed loop response will be stable for $0.1 < K_c < 15$.



Scanned with CamScanner